

R.61.122

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

T  
1837

**TESIS DOCTORAL**

**UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE A  
LA PREVISIÓN DE LA INSOLVENCIA EN LAS  
EMPRESAS ESPAÑOLAS DE SEGUROS NO-VIDA**

**AUTORA: Alicia Sanchis Arellano  
DIRECTORES: Jose Antonio Gil Fana  
Antonio Heras**

**Madrid, Julio 1999**

**- INDICE -**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCCIÓN .....</b>   | <b>1</b>  |
| <br><b>CAPÍTULO I.- ASPECTOS LEGALES DEL SEGURO EN ESPAÑA .....</b> | <b>16</b> |
| I.- Introducción .....  | 17        |
| II.- Condiciones de acceso a la actividad aseguradora .....         | 22        |
| III.- Normas contables.....   | 30        |
| IV.- Medidas de control especial .....                              | 36        |
| V.- La supervisión.....   | 38        |
| V.1.- Las provisiones técnicas .....                                | 39        |
| V.2.- El margen de solvencia.....                                   | 48        |
| V.3.- El fondo de garantía .....                                    | 52        |
| V.4.- Otras medidas .....   | 53        |
| VI.- Régimen de sanciones .....                                     | 54        |
| VII.- Liquidación : La C.L.E.A.....                                 | 55        |
| <br><b>CAPÍTULO II.- LOS RATIOS .....</b>                           | <b>58</b> |
| I.- Introducción .....  | 59        |
| II.- Datos básicos .....  | 66        |
| III.- Clasificación de los ratios .....                             | 68        |
| IV.- Peculiaridades del negocio asegurador .....                    | 71        |
| V.- Los ratios en el sector asegurador.....                         | 75        |
| <br><b>CAPÍTULO III.- ANÁLISIS DISCRIMINANTE .....</b>              | <b>91</b> |
| I.- Introducción : El análisis multivariante.....                   | 92        |
| II.- Técnicas de clasificación con dos grupos .....                 | 99        |
| II.1.- Introducción .....   | 99        |

|   |     |
|---|-----|
| II.2.- Modelos basados en el análisis de regresión .....                                    | 101 |
| II.2.1.- Modelo de probabilidad lineal .....  | 101 |
| II.2.2.- Análisis probit y logit .....  | 103 |
| II.3.- El análisis discriminante .....  | 109 |
| II.3.1.- Probabilidades de pertenencia a un grupo.....                                      | 110 |
| II.3.2.- Reglas de clasificación.....   | 114 |
| II.3.3.- Test de significación y examen de los solapamientos<br>de los grupos .....         | 121 |
| II.3.4.- Funciones discriminantes.....  | 125 |
| III.- Problemas en la aplicación del análisis discriminante.....                            | 132 |
| III.1.- Violación de las hipótesis del análisis discriminante lineal.....                   | 133 |
| III.1.1.- Normalidad multivariante.....   | 133 |
| III.1.2.- Homoscedasticidad.....  | 140 |
| III.1.3.- Muestreo no aleatorio .....   | 142 |
| III.1.4.- La definición de los grupos.....  | 145 |
| III.2.- La importancia relativa de las variables individuales .....                         | 146 |
| III.3.-Selección de variables.....  | 150 |
| III.4.- Especificación de un esquema apropiado de clasificación .....                       | 154 |
| III.4.1.- Selección de probabilidades a priori y costes de<br>clasificación errónea .....   | 154 |
| III.4.2.- Estimación de los ratios de errores de clasificación .....                        | 155 |
| III.4.3.- Variabilidad de las estimaciones.....   | 159 |
| III.4.4.- Robustez de las reglas de clasificación .....                                     | 162 |
| III.5.- Aplicación del análisis discriminante a la predicción de<br>series temporales ..... | 166 |
| III.6.- Selección del modelo .....  | 168 |

## **CAPÍTULO IV.- APLICACIONES DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE**

### **AL ESTUDIO DE LAS CRISIS EMPRESARIALES .....170**

I.- Introducción.....171

II.- La detección precoz del fracaso en el sector asegurador .....199

## **CAPÍTULO V.- EL ANÁLISIS DISCRIMINANTE APLICADO A LA**

### **PREDICCIÓN DEL FRACASO EN LAS EMPRESAS**

### **DE SEGUROS NO VIDA EN EL CASO ESPAÑOL.....219**

I.- Introducción.....220

II. Selección de la muestra de empresas.....222

III. Selección de las variables discriminantes.....229

IV. Contrastes de hipótesis y selección del modelo .....233

V. Resultados, probabilidades a priori y costes relativos de clasificación.....236

VI. Limitaciones y cautelas a la hora de extrapolar resultados .....265

### **APÉNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS .....266**

### **CONCLUSIONES .....322**

### **BIBLIOGRAFÍA .....334**

o o O o o



# **INTRODUCCIÓN**

Este trabajo parte de una inquietud compartida por un amplio grupo de personas tanto en el ámbito del estudio teórico como en el más estricto terreno práctico, que podría concretarse en dos cuestiones, a saber: *¿Podrían ser anticipadas las crisis de las empresas?* Y de ser así *¿Podrían ser evitados o por lo menos mitigados los efectos perniciosos de las mismas?*. Resulta obvio que para responder a estas preguntas es necesario ahondar en las causas que provocan estos fracasos.

Tanto en nuestro país como en el resto del mundo y en esta como en otras épocas desde que aparecieron las primeras empresas, ha existido una preocupación acerca del porqué de su supervivencia o desaparición. Particularmente aquellas desapariciones que podríamos calificar de traumáticas por no deberse a una voluntad de abandonar el negocio por otras actividades más rentables de una forma ordenada y sin que esto suponga ningún perjuicio para nadie, sino desapariciones forzadas por unos malos resultados que acaban afectando en distintos grados y formas a un amplio grupo de personas.

Muchos y variados han sido los motivos por los que se ha estudiado el tema y se han intentado desarrollar sistemas para evitar, o al menos paliar, los efectos negativos de las disoluciones involuntarias de las empresas.

Cuando una empresa quiebra los efectos pueden alcanzar a muchos colectivos. Así, los *propietarios de la empresa* pueden perder todo o parte de lo invertido e incluso más en función de la forma legal en que opere la empresa; los terceros relacionados con la empresa en forma de *acreedores* (en sentido amplio, es decir, tanto de bienes como de prestaciones) pueden perder lo que se les debe o ver retrasado su cobro más allá de lo que esperaban; los *propios trabajadores* que ven desaparecer su puesto de trabajo; y en el caso de determinados sectores que basan su funcionamiento en la confianza de los clientes como el

sector bancario o el de seguros, las quiebras pueden llegar a afectar a todo el *sistema financiero* si llega a producirse una crisis de confianza que haga que los problemas que se originaron en unas pocas entidades acaben contagiándose al resto de las que operan en ese sector, derivando esto en una situación claramente menos eficiente que la de partida para el conjunto del sistema económico.

Con el fin de facilitar el conocimiento de la situación financiera de la empresa fueron apareciendo los distintos **sistemas de contabilidad**, hasta llegar al más conocido y utilizado en la actualidad de partida doble. Con el establecimiento de los estados modernos y su implicación en la economía, aparecieron también *normas contables* que iban encaminadas a homogeneizar los estados contables para hacerlos comparables en el tiempo y entre empresas, amén de facilitar la comprensión de los mismos al mayor número posible de interesados. Junto con estas normas contables se dictaron también otras que obligaban a la llevanza y presentación obligatoria de determinados *estados contables*. Por supuesto hablamos de los países desarrollados y en términos muy generales.

Por último el estado se dio cuenta de que dado el complejo entramado jurídico-económico-social que supone el sistema moderno, el hecho de que la desaparición de una empresa se realizase de la forma menos costosa posible era un *bien social* que había que potenciar. Para ello se dictaron nuevas normas que han ido desde las exigencias de un mínimo de capital para iniciar un negocio hasta las intervenciones directas de las autoridades en determinados sectores o circunstancias.

En definitiva, nos encontramos en los países desarrollados con unas cuentas anuales con un formato más o menos homogéneo, de obligada llevanza y públicas. De esta manera, se supone que cualquiera que este interesado tiene acceso a una *imagen fiel* de la situación financiera de la empresa.

En el capítulo segundo trataremos de ver como se concretan estos aspectos jurídico-contables en el caso de las empresas de seguros españolas.

Pero conforme se fue avanzando en el estudio del comportamiento de las empresas, se hizo evidente que era relevante no solo mirar el actual estado contable sino también su pasado más reciente; y no estudiar la empresa de forma aislada sino comparar su evolución con otras de similares características. Esto fue suponiendo hacer cada vez más compleja a la vez que más exacta, la evaluación de la situación de una determinada sociedad, lo que llevo a buscar *medidas de síntesis* que resumieran en unos pocos valores aquellos aspectos que se considerasen relevantes.

Una de las formas más usuales de estas medidas son **los ratios**, estos, definidos como cocientes entre dos magnitudes, se consideran útiles instrumentos para obtener una rápida visión de la situación de la empresa considerando tanto su evolución a través del tiempo como su situación respecto a empresas de similares características.

El estudio de los ratios ha llevado a conocer a partir de qué valores estos ratios empiezan a dar una señal de alarma de algún tipo de situación potencialmente peligrosa.

En el capítulo tercero veremos más detalladamente qué es un ratio, los distintos tipos de ratios y como se han venido utilizando tradicionalmente, así como los ratios específicos del sector asegurador.

Con el *desarrollo de la informática* tanto la llevanza de la contabilidad como el análisis financiero se ha simplificado de forma notable, pues una vez registrados los datos originales, en cuestión de segundos se pueden obtener los ratios que se desee de cualquier empresa.

Este mismo desarrollo informático hace posible ir más allá en el estudio de la situación financiera de una empresa y utilizar técnicas estadísticas avanzadas por los teóricos a principios de siglo, pero inviables hasta la era informática por la complejidad de su cálculo numérico.

Estamos hablando de las **técnicas estadísticas multivariantes**. Si tradicionalmente el estudio de cada ratio se hace por separado, habiendo

sido obtenidos sus valores de referencia con independencia del resto de ratios relevantes, ignorándose la relación que pudiera existir entre ellos, con estas técnicas se trataría de evaluar la posición de una empresa en función de los valores que tomen conjuntamente una serie de ratios, de manera que el valor que tome un ratio en una determinada empresa no nos interesa sino en tanto en cuanto esta relacionado con el resto de ratios que hayamos elegido como el conjunto óptimo para obtener la información que buscamos.

En este tipo de análisis estadísticos aparecen implicados muchos datos, porque para que los resultados sean estadísticamente relevantes se necesita un número relativamente elevado de empresas, y por cada empresa tendré un conjunto más o menos amplio de ratios, en función de lo que quiera analizar y los “a prioris” que tengamos. La potencia de estos métodos es enorme, pero hay que ser prudentes a la hora de su utilización porque la rapidez de resultados puede restar tiempo a la necesaria reflexión que debe acompañar al uso práctico de cualquier herramienta estadística, que no por más sofisticadas dejan de tener limitaciones a la hora de ser utilizadas como instrumentos de conocimiento de la realidad.

En el capítulo cuarto se dará una visión acerca de la evolución y desarrollo del análisis multivariante y sus aplicaciones prácticas.

Dentro del análisis multivariante una de las técnicas más utilizadas para estudiar las insolvencias de las empresas ha sido el *análisis discriminante*, que básicamente consiste en encontrar aquella combinación de variables discriminantes tal que los elementos que pertenezcan a grupos diferentes estén lo más alejados posible entre sí al tiempo que los elementos de un mismo grupo se encuentran lo más cercanos posible. En el capítulo cuarto explicaremos con gran detalle en que consiste este método dado que es el que vamos a aplicar en nuestro estudio de la insolvencia en el sector de seguros español. En el capítulo quinto haremos un repaso de algunos de los estudios acerca de las quiebras que se han llevado a cabo utilizando esta técnica.

***La pregunta que se nos planteaba al iniciar este trabajo era si podía ser útil incorporar este tipo de análisis al estudio de la solvencia de las empresas de seguros en el caso español y en qué forma podría llevarse eso a cabo con los mejores resultados y los menores costes.***

Para responder a esta pregunta hemos acudido al *terreno empírico*, y hemos elaborado un experimento con el que tratamos de analizar la eficacia de esta técnica en la detección de posibles quiebras futuras, intentamos ver aquellos ratios más relevantes a la hora de señalar estas situaciones con cierta anticipación, así como muchos otros aspectos relacionados con las posibilidades y limitaciones prácticas de esta técnica.

En el capítulo quinto se expone con detalle el diseño y resultados de este experimento, desde los problemas con los datos primarios hasta las conclusiones que se desprenden del análisis.

Vamos a extendernos un poco más en algunos de los puntos del esquema básico anterior, que nos parecen interesantes y que no vamos a tener oportunidad de tratar más adelante por escapar al ámbito de nuestro trabajo.

En primer lugar señalar que este trabajo cae dentro de la esfera de la *ciencia contable*, y por tanto no estará de más recordar cual es el objeto de ésta ciencia, como ha evolucionado la misma, cuáles son sus principios, así como otros aspectos relevantes de la misma.

En su "Teoría Actual de la Contabilidad"(1997), Cañibano define la **Contabilidad** como: " Una ciencia de naturaleza económica, cuyo objeto es el conocimiento pasado, presente y futuro de la realidad económica en términos cuantitativos a todos sus niveles organizativos, mediante métodos específicos apoyados en bases suficientemente contrastadas, a fin de elaborar una información que cubra las necesidades financieras externas y las de planificación y control internas".

Obviamente la desaparición de una empresa es una de las realidades económicas de la misma que más puede interesar anticipar y por supuesto a esto puede ayudar el análisis contable.

Cañibano distingue tres Programas de Investigación en Contabilidad:

*El legalista*, cuyo origen se sitúa en los orígenes de la moderna contabilidad, allá por el 1494 cuando Pacioli descubrió el método de la "Partida Doble", y los comerciantes comenzaron a utilizar la información contable para mostrar el patrimonio del comerciante como garantía frente a terceros. El hecho de que se entendiera que el fin último de la información contable era servir de garantía a terceras personas, condicionó todo el desarrollo del entramado contable. Como señala Calibañó: "La objetividad de la información contable se entiende en un sentido eminentemente legalista, así toda representación y valoración contable ha de estar sustentada sobre hechos o sucesos que, a efectos legales, puedan ser considerados como prueba...".

Pero obviamente la información contable puede y debe ser utilizada para otros fines. Entre ellos uno que debió estar ahí desde el principio, aunque oculto por el fin legalista, fue el de servir de soporte a las decisiones económicas de los propios empresarios. La realidad, siempre cambiante, se encargó de poner de manifiesto las limitaciones del anterior enfoque y la necesidad de ampliar las miras en el análisis contable, dando paso al *enfoque económico*.

Con el fin de la Primera Guerra mundial se produjo en Alemania lo que ha dado en llamarse proceso hiperinflacionista. Una de las consecuencias de este fenómeno es que todos los registros en unidades monetarias no sirven para reflejar la realidad por mucho tiempo, pues tanto los valores absolutos como relativos en términos monetarios cambian a una velocidad que hace muy difícil la captación de la realidad económica, y mucho menos si se pretende hacer esto sobre la base de rígidos principios legales que no han previsto situaciones de este tipo y no están preparados para afrontarlas. El papel de la información contable queda alterado a partir de este momento, se le pide que sea capaz de ofrecer una base de cifras realista a partir de la cual se puedan tomar decisiones, que se adapte a los cambios con mayor flexibilidad y que sus valoraciones se ajusten más a principios económicos.

A partir del primer trabajo de Eugene Schmalenbach "El Balance Dinámico" publicado en 1919 surgen otros de autores alemanes en su mayor parte, cuya principal preocupación radica en destacar el contenido esencialmente económico de las elaboraciones contables. La finalidad de la información contable queda estrechamente vinculada a la realidad económica tanto de orden nacional como empresarial, siendo este último campo en el que se alcanza una mayor profundidad y se desarrollan conceptos de estudio imprescindible para el conocimiento de la auténtica realidad empresarial. En este sentido aun hará Schmalenbach una gran aportación al lanzar el concepto del Plan de Cuentas (1927) que recoge cuanta información económica se necesita para una adecuada toma de decisiones. Este programa ha llegado a influir en alguna medida incluso en el legalista, lo que se traduce en algunos países en normas que intentan dotar de más flexibilidad y realismo económico a las valoraciones contables. También es una consecuencia de este programa la implantación en la mayor parte de los países desarrollados de Planes de Cuentas Nacionales, con carácter más o menos obligatorio. Los objetivos de la información contable quedaron orientados hacia los aspectos económicos, sirviendo de base la misma para la predicción de situaciones futuras.

A partir de la década de los cincuenta trasciende la actividad investigadora de un grupo de científicos que trabajaban para el Pentágono, los cuales habían desarrollado una serie de técnicas cuantitativas bautizadas con el nombre de *Investigación Operativa*.

Estas técnicas permiten la optimización de la conducta del empresario siempre que este disponga de la información correcta, a través del establecimiento de modelos económicos.

La aplicación de estos modelos hubiera sido imposible en otras épocas por la complejidad de sus cálculos, sin embargo en esta época comienza una revolución en el campo de la informática que va a hacer factible el tratamiento de los modelos anteriores.

La nota característica del actual programa de investigación de la ciencia de la Contabilidad es la formalización, es decir, la reducción de sus proposiciones a cálculos lógicos o matemáticos para llegar mediante



la inferencia a resultados interpretables, cuyo contraste empírico irá revelando su capacidad explicativa y predictiva.

*Es en este último programa donde se inscribiría nuestro trabajo,* que como ya hemos apuntado intenta profundizar en el estudio de la capacidad predictiva de la información contable en forma de ratios, mediante una técnica estadística que permite el estudio de los mismos a nivel conjunto, y con el objetivo acotado de predecir las insolvencias de las empresas. Aunque por supuesto no nos hayamos podido olvidar del enfoque legalista, en tanto en cuanto las regulaciones existentes son también una de las realidades que afectan al desarrollo de la actividad empresarial; ni del enfoque económico, ya que sin una valoración de las distintas partidas y una contabilización que reflejen de forma adecuada la realidad económica de la empresa, no se puede seguir avanzando en el estudio de modelos más complejos.

Llegados a este punto hemos de reconocer que la utilización de estas técnicas estadísticas que trabajan con multitud de datos y se basan en complejos cálculos tiende a ser fundamentalmente *"instrumentalista"*, en el sentido que las mismas son vistas como un instrumento para predecir, valorándose simplemente los modelos por sus logros en este terreno. Quizás nosotros también hayamos pecado un poco en este sentido, ya que la capacidad predictiva de nuestros modelos ha sido determinante en muchas de las elecciones que hemos ido realizando a lo largo del proceso, sin embargo hemos intentado no perder nunca de vista que detrás de unas buenas predicciones debe haber una buena explicación.

El enfoque "ultraempirista" no debe ser el que domine la situación, porque predicción y explicación deben ir juntas hasta donde puedan, aunque obviamente muy pocas veces, ni aun en las ciencias menos sujetas a subjetividades e incertidumbres, podamos llegar a conocer las causas últimas. En nuestro caso, por ejemplo, el encontrar unos ratios que funcionen bien en el terreno predictivo, nos indica que hay algo detrás que motiva este resultado. Hay quien califica la búsqueda de causas como un reflejo condicionado cuando nos enfrentamos a algo

desconocido, fruto de nuestra educación y sin fundamento en la realidad (Es decir, no está demostrado, y probablemente sea imposible hacerlo, que todo tenga su causa). Sin embargo, hasta el momento el encontrar las causas de un fenómeno se ha revelado como una de las formas más útiles de conocimiento de la realidad, que nos capacita para mejorarla en nuestro provecho. Como señala Mario Bunge (1972) "Que siempre haya un mecanismo interno es una hipótesis metafísica muy audaz, pero que en todo momento ha estimulado la investigación, en tanto que la filosofía de la caja negra no hace sino estimular la superficialidad".

Otro aspecto que nos gustaría tratar aquí aunque fuera de pasada, es la especial importancia que dentro de las modernas economías tiene el **sector asegurador**, que le ha hecho merecedor junto con la banca y otros sectores considerados estratégicos, de una especial atención por parte de los modernos estados; lo que se ha manifestado no sólo en una amplia regulación específica, sino también en el establecimiento de sistemas de supervisión prudencial que corren a cargo de las administraciones públicas, fondos de garantía, organismos liquidadores etc., con el fin de evitar la crisis de un sector que se considera puede dañar al resto de la economía.

Como señala José María Sánchez en su artículo "Aspectos económicos del sector asegurador"(1997): "el estudio de la actividad aseguradora es imprescindible dada la singular importancia de este sector en las economías desarrolladas, dado que: aporta seguridad en todo tipo de transacciones y actividades económicas, asumiendo los riesgos que restarían dinamismo a la economía en su conjunto y optimizando su tratamiento (mediante transferencia, agrupación y reparto de los riesgos); recibe e invierte cuantiosos recursos, algunos de ellos a largo plazo, financiando con ello a la industria productiva y dotando de flexibilidad y liquidez a los mercados de valores; además, complementa los sistemas de previsión social mediante los Seguros personales, de vida y de salud, contribuyendo de este modo a la "Economía del bienestar".

Así, la importancia del tipo de servicios prestados por aseguradoras, la existencia de compromisos pactados en contratos a

medio y largo plazo, y la inversión del proceso productivo, característico en este sector, hacen imprescindible garantizar la estabilidad y supervivencia de estas entidades."

En este mismo sentido se manifiesta el Comité de Seguros de la OCDE, el cual en la introducción al trabajo "Insurance, Solvency and Supervision" (1995) en el que se hace un somero repaso a los sistemas de regulación y supervisión existentes en cada uno de los países miembros relativos a la solvencia de las compañías de seguros, así como a las actuaciones previstas en caso de que aparezcan dificultades, hace referencia al gran papel que juegan dichas compañías actualmente en las economías nacionales (por ejemplo, en los campos de los seguros de vida y pensiones, o como inversores institucionales), al hablar del reforzamiento de los controles de los gobiernos sobre este importante sector financiero.

En este mismo trabajo podemos comprobar como en todos los países miembros de la OCDE existen regulaciones, sistemas de supervisión e intervenciones previstas en caso de dificultades en el sector asegurador, lo que demuestra el amplio consenso existente en los países desarrollados en cuanto a la *especial trascendencia* que tiene garantizar la solvencia del sector asegurador.

En uno de los primeros trabajos acerca de los seguros privados modernos el alemán Fritz Herrmannsdorfer (Seguros privados. 1933) señala lo siguiente acerca de la intervención pública en el sector asegurador:

" La inspección de las empresas privadas de seguros por parte del estado, comprende en su concepto todas las medidas por las que el estado ejerce una influencia sobre la materia de seguros. La defensa de ésta intervención generalmente se funda en la *especial posición del seguro* por ser evidentemente distinta de la del resto de la vida económica: En primer lugar, su fin consiste en el afianzamiento de la economía nacional contra las más diversas eventualidades, y con esto es, en último término, elemento sustentador de toda ella. En segundo término, para cumplir sus fines, necesita el seguro de la confianza pública más que cualquier otro sector de la economía. Por último, la naturaleza

del negocio impone que las empresas aseguradoras concentren medios muy cuantiosos que deben ser aplicados sistemáticamente a la satisfacción de las necesidades surgidas en las economías individuales aseguradas."

La singular importancia del sector asegurador y la peculiaridad de su negocio, han hecho que desde el principio se reconociese la necesidad de una intervención específica del estado en este sector, que fuera más allá de la intervención general del estado en el conjunto de sectores.

En el mismo trabajo Herrmannsdorfer continúa distinguiendo lo que él denomina "tres sistemas de inspección":

"El *sistema de publicidad* en el que el estado solo atiende a procurar una publicación suficiente de las circunstancias en que se encuentran las empresas aseguradoras. Los partidarios de éste sistema confían en que los peligros del seguro puedan evitarse merced al juicio público.

Sin embargo, aunque la información fuese lo suficientemente precisa para evaluar la situación de la empresa, el particular, desconocedor de la técnica del negocio, casi por completo, no podrá dar cabal interpretación a los datos publicados, aparte de la imposibilidad en que se encuentra de comprobar la exactitud de los mismos.

*El sistema normativo*, el cual por las razones antes citadas sigue un criterio más restrictivo preceptuando legalmente normas determinadas para el establecimiento y las operaciones de las empresas de seguros, y persiguiendo la exclusión de los elementos poco firmes y la corrección en las operaciones.

Y por último, *el sistema de inspección material*, que establece una intervención directa, utilizando a la vez los dos sistemas antes citados y reconociendo al Estado el derecho a promulgar reglamentos para el negocio de seguros y a vigilarlo de un modo continuo.

Las funciones de la Inspección oficial respecto de los seguros privados tienen un doble aspecto, por una parte afectan a la autorización para el comienzo de las operaciones, y por otra la fiscalización permanente sobre las empresas aseguradoras".

En los estados modernos generalmente se combinan en distintos grados estos tres sistemas (OCDE, 1995).

Por último, recordemos lo que se dice en la exposición de motivos de la Ley 30/1995 acerca del control de la actividad aseguradora: "la legislación reguladora del seguro privado constituye una unidad institucional que, integrada por normas de Derecho Privado y de Derecho Público, se ha caracterizado, en este último ámbito, por su misión tutelar a favor de los asegurados y beneficiarios amparados por un contrato de seguro. En efecto, que el contrato de seguro suponga el cambio de una prestación presente y cierta (prima) por otra futura e incierta (indemnización), exige garantizar la efectividad de la indemnización cuando eventualmente se produzca el siniestro. Es este *interés público* el que justifica la *ordenación y supervisión* de las entidades aseguradoras por la Administración pública al objeto de comprobar que mantienen una situación de solvencia suficiente para cumplir su objeto social."

En términos similares se expresaba la anterior Ley 33/1984 de Ordenación del Seguro Privado.

El control administrativo se articula a través de un conjunto de acciones administrativas mediante las cuales se establecen los requisitos financieros para concurrir al mercado asegurador, las normas jurídicas, financieras y técnicas que han de presidir la actuación de las entidades aseguradoras, la definición de las situaciones determinantes de la adopción de medidas de control especial o de la salida del mercado en aquellos casos en que la especial situación de la entidad en concreto así lo requiera, y todo ello sin perjuicio de las posibles infracciones y de sus correspondientes sanciones, de acuerdo con lo tipificado en la ley.

La intervención del estado en este sector va encaminada a intentar evitar la crisis de empresas y caso de no conseguirlo mitigar los efectos de la misma sobre el conjunto de la economía y en particular sobre terceros que basan su relación con la aseguradora en la confianza en su solvencia.

Tanto la regulación como la supervisión se configuran como medidas preventivas de las crisis, ya que siempre se considera preferible anticiparse a la crisis y prevenirla que no tener que tomar medidas una

vez ocurrida la misma, que si bien son necesarias para minimizar los costes de las crisis no hacen que estos costes desaparezcan.

En este sentido la regulación referente a la solvencia y la supervisión son complementarias, con la primera se trata de acotar los riesgos que la empresa puede asumir con el fin de que en caso de problemas los problemas no adquieran dimensiones difíciles de controlar. Con la supervisión se trata de comprobar que la empresa se está comportando en todo momento de acuerdo con las normas y no existen indicios de crisis en la misma.

Hemos querido detenernos un poco en este punto porque una de las *aplicaciones* más inmediatas de un modelo que prediga bien las crisis de estas empresas en el corto plazo sobre la base de datos externos homogéneos y tratables informáticamente, es su utilización por parte del órgano supervisor que puede utilizar esta información como primera aproximación al conjunto de empresas que pueden ser calificadas de potencialmente problemáticas. De esta manera, con un mínimo coste en tiempo y recursos se podrían orientar los recursos de la supervisión hacia aquellas empresas que más lo necesitasen. En este sentido existe ya un precedente en los Estados Unidos que desde hace tiempo ha utilizado un conjunto de ratios financieros para evaluar la solvencia de las empresas de seguros, y más recientemente ha desarrollado un programa informático que incorpora ésta técnica y que se utiliza para señalar empresas que necesitan una posterior y más detallada inspección.

***En todo caso, el estudio multivariante de los ratios contables, puede arrojar luz sobre los comportamientos empresariales que pueden llevar a una empresa a la crisis mientras otras de similares características sobreviven. El hecho de poder avanzar, aunque sea modestamente, en el conocimiento de este fenómeno con repercusiones tan reales como indeseables, es motivación suficiente para emprender cualquier estudio acerca de las crisis empresariales, a pesar de estar seguro de no alcanzar resultados nuevos, definitivos e incuestionables que den cuenta del mismo en toda su***

***amplitud y profundidad de una vez para siempre, objetivo último e imposible de cualquier investigación.***

**CAPÍTULO I.**

**ASPECTOS LEGALES DEL**  
**SEGURO EN ESPAÑA**



## **I.- INTRODUCCIÓN**

Como hemos comentado en la introducción, tanto por su especial relevancia para el conjunto de la economía como por su particular funcionamiento, el negocio asegurador ha sido objeto de una amplia regulación, no sólo en España sino también en la mayoría de los países desarrollados. En palabras de Donati, el desarrollo de la actividad aseguradora está marcado por una supervisión del Estado que sigue a la empresa desde su nacimiento hasta su muerte, y que incluso llega a provocarla.

A pesar de que cuando se lleva a cabo un trabajo empírico lo ideal sería llegar a conclusiones válidas en cualquier circunstancia y momento del tiempo, no podemos olvidar que cuando se trata de experimentos con datos económicos reales extraídos en un lugar y momento del tiempo concretos, a diferencia de los experimentos controlados de laboratorio, los datos forman parte de una realidad que en alguna medida les condiciona y que conviene no olvidar a lo largo del análisis para evitar llegar a conclusiones espúreas. Parte de esa realidad y, que duda cabe, importante en general pero más en el caso de las entidades aseguradoras es el régimen legal vigente en cada momento. La amplia regulación del sector, lógicamente tiene un reflejo en las prácticas empresariales que han de ajustarse a éstas normas o por lo menos aparentarlo, lo que a su vez puede afectar a las diferentes partidas de los estados financieros y por tanto a los ratios financieros, así como a las probabilidades de insolvencia de una empresa.

Los aspectos que cubre la regulación del seguro pueden agruparse en cinco bloques:

- 1) La regulación referente al contrato de seguro
- 2) La referida al control de la actividad aseguradora
- 3) Aquella destinada a regular a los colaboradores de la empresa y del público (agentes y corredores de seguros, actuarios, peritos, etc.)
- 4) Regulación sobre cada uno de los seguros
- 5) Regulación sobre otras materias (Adaptación del Plan General de Contabilidad a las Entidades de Seguros, Documentación estadístico contable de las entidades de seguros, etc.)

A lo largo de este capítulo iremos viendo aquellos aspectos que hemos considerado tienen más relación con nuestro trabajo, dejando de lado aquellos otros que, aunque interesantes en sí mismos no nos parece que sean demasiado relevantes en cuanto al objeto de nuestro estudio. Así, por ejemplo, no vamos a detenernos en la regulación del contrato de seguro ni en la regulación de los colaboradores. Los aspectos que vamos a tratar tienen que ver sobre todo con la legislación sobre el control, aunque también nos detendremos en aquellos referentes a las normas contables.

Más concretamente, los puntos que vamos a desarrollar a continuación son:

- 1.- Condiciones de acceso a la actividad aseguradora
- 2.- Normas contables
- 3.- Medidas de control especial
- 4.- La supervisión
- 5.- Régimen de sanciones
- 6.- Liquidación: La C.L.E.A.

Nuestra muestra abarca datos contables del período 1982 al 1996, por tanto la nueva Ley del Seguro de 1995 y su reglamento de 1998 no estaban vigentes en ninguno de los años de la muestra. La Ley que afecta a la mayoría de los datos es la de 1984 y su reglamento del 85. En tanto

en cuanto pensemos que los cambios normativos pueden afectar a los resultados del trabajo, será interesante comparar ambas Leyes en los aspectos anteriores para evaluar siquiera "grosso modo", ya que la falta de datos no nos permite otro tipo de evaluación, en qué medida los cambios pueden afectar a los resultados del trabajo y en qué sentido, en espera de que el tiempo permita evaluarlo de forma cuantitativa.

Por otra parte, nuestro estudio se restringe a las sociedades anónimas que operan en seguros no vida, por lo que aquellos aspectos normativos directamente relacionados con los seguros de vida, así como los correspondientes a otras formas jurídicas como mutuas o cooperativas no van a ser objeto preferente de nuestra atención.

Haciendo un poco de historia acerca de la legislación sobre el control, la primera Ley que reguló en España el ejercicio de la actividad aseguradora fue la de 14 de Mayo de 1908, que implantó un sistema intervencionista que sirvió de garantía a los particulares que confiaban sus intereses a las entidades aseguradoras, revistiendo de seriedad y solvencia a la institución. Dicha Ley ha estado vigente durante casi medio siglo.

La Ley de 16 de diciembre de 1954 derogó y sustituyó a la de 1908, sin embargo, todas las disposiciones de rango inferior al de la Ley continuaron vigentes, pues lógicamente debía derogarlas el reglamento, pero éste no llegó a dictarse.

En suma, se creó una situación legislativa muy compleja, integrada por: una Ley del año 1954, un reglamento que la precedía en casi medio siglo y un elevado número de disposiciones de diferente rango dictadas desde la primera Ley de 1908 hasta la de 1984.

Aunque la Ley de 1954 contenía novedades muy interesantes, no fue muy completa para la época en que se dictó; además, con posterioridad a 1954, se produjeron acontecimientos de gran trascendencia, como la importante evolución económica de nuestro país, la creación de mercados supranacionales, la creación de nuevos seguros, la publicación de las directivas de la Comunidad Económica Europea, etc., todo lo cual contribuyó a la obsolescencia de dicha Ley. Después de

varios intentos fallidos de sacar adelante un reglamento y ante la rápida obsolescencia de la Ley, se pensó que era preferible elaborar otra Ley. Hasta la aprobación de la Ley de 1984, la Administración conocedora de los problemas del sector, muchos de los cuales demandaban soluciones urgentes, utilizó el sistema normativo a su alcance, es decir, el reglamentario, bien con rango de decreto, de orden e incluso de circular. Todo esto produjo una auténtica inflación legislativa, de ahí que se llegara a calificar la legislación de seguros anterior a 1984 de profusa, confusa y difusa.

Después de esta compleja situación legislativa que se padeció, lógicamente el deseo más generalizado era que el sector quedase regulado por una Ley y un Reglamento. Aunque esto en el sector seguros es bastante complicado, lo que por lo menos tendió a evitarse fue el anterior caos legislativo.

Para dar solución a los variados problemas planteados durante la vigencia de la Ley de 1954, el 4 de agosto de 1984 se publicó en el BOE la Ley 33/1984 sobre Ordenación del Seguro Privado (L.O.S.P.).

El nuevo Derecho se marcó como objetivos últimos la ordenación del mercado de seguros en general y el control de las empresas aseguradoras en particular, para lo cual estableció, entre otras, las siguientes metas intermedias:

- 1) Normalización del mercado
- 2) Reestructuración del sector promoviendo la concentración de entidades
- 3) Potenciación del mercado nacional de reaseguros
- 4) Regulación de las condiciones de acceso y ejercicio de la actividad
- 5) Protección del asegurado y
- 6) Saneamiento del sector

Entrada la década de los noventa, a pesar del relativamente poco tiempo transcurrido desde que se aprobara la Ley de 1984, y aun cuando básicamente los principios rectores de la misma siguen vigentes en la actualidad, fundamentalmente dos circunstancias han precipitado el nacimiento de un nuevo derecho:

- La etapa expansiva que ha atravesado el sector en nuestro país con un elevado potencial de crecimiento, requería de las modificaciones legislativas oportunas que permitieran adaptar la normativa reguladora del mismo a la realidad social del momento.

- La progresiva integración de la actividad aseguradora con el fin de alcanzar una efectiva unidad europea en el ámbito del seguro, hacía preciso la incorporación a nuestro ordenamiento jurídico interno de las distintas Directivas Comunitarias.

En 1993, el proyecto de Ley de Reordenación del Seguro Privado estuvo cerca de convertirse en la nueva normativa reguladora del sector, pero la convocatoria anticipada de elecciones generales y la disolución de las cámaras legislativas lo imposibilitó.

Al iniciarse la nueva legislatura, la Dirección General de Seguros decidió abandonar el anterior proyecto e iniciar otro nuevo, más ambicioso si cabe que su predecesor, lo que unido a la gran cantidad de intereses en juego, que dificultaban enormemente la tarea emprendida, originó una tardanza en la adaptación a nuestro ordenamiento jurídico de las Directivas Comunitarias, que precipitó la amenaza de sanción por parte de la Unión Europea.

Finalmente, y tras múltiples discusiones, favorecidas por la no existencia de mayorías absolutas, el 8 de noviembre de 1995 vio definitivamente la luz la Ley 30/1995 de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, con lo que se dio un impulso definitivo al proceso normalizador del sector español respecto de sus colegas de la Unión Europea, facilitando el instrumento legislativo preciso para afrontar los nuevos retos que se avecinan.

En cuanto a las normas contables, a lo largo de todo nuestro período muestral está vigente el Plan de Contabilidad aprobado en 1981, que ha sido recientemente sustituido por el Plan de 1997 para adaptarse a la Directiva 91/674/CEE.

## **II.- CONDICIONES DE ACCESO A LA ACTIVIDAD ASEGURADORA**

La autorización es un presupuesto previo y genérico de la actividad aseguradora, permite intervenciones durante el ejercicio de la actividad y en la extensión de la misma.

La Ley 30/1995, en su artículo 6.1 (como lo hacía la Ley 33/1984 en su artículo 6.1) condiciona el acceso a las actividades aseguradoras a la obtención de la autorización administrativa del Ministerio de Hacienda. Estas actividades son, de acuerdo con el artículo 3 de la Ley: las actividades de seguro directo de vida; de seguro directo distinto del seguro de vida; de reaseguro; de capitalización; preparatorios o complementarios de los anteriores y de prevención de daños vinculados a la actividad aseguradora. La determinación precisa de lo que son actividades aseguradoras debe también integrarse negativamente, teniendo en cuenta las operaciones prohibidas en el artículo cinco de la Ley, y la definición de ramos de seguros que hacen las disposiciones adicionales 1ª, 2ª y 3ª, así como la Ley del Contrato de Seguros.

De acuerdo con el artículo 6.2 de la Ley, los requisitos que deben concurrir en la solicitante para obtener y conservar la autorización administrativa hacen referencia a la forma jurídica, el objeto social, programa de actividades, capital y fondo mutual, aportaciones de los socios y requisitos para la dirección. Dicho artículo dice exactamente que "serán requisitos necesarios para obtener y conservar la autorización administrativa los siguientes:

a) Adoptar una de las formas jurídicas previstas en el artículo 7, y en su caso, facilitar información sobre la existencia de vínculos estrechos con otras personas o entidades.

b) Limitar su objeto social a la actividad aseguradora y a las operaciones definidas en el artículo 3 de la presente Ley, con exclusión de cualquier otra actividad comercial, en los términos de los artículos 5 y 11 de la misma.

c) Presentar y atenerse a un programa de actividades con arreglo al artículo 12.

d) Tener el capital o fondo mutual que exige el artículo 13 y el fondo de garantía previsto en el artículo 18. Hasta la concesión de la autorización, el capital social o fondo mutual desembolsados se mantendrán en los activos que reglamentariamente se determine, de entre los que son aptos para cobertura de provisiones técnicas.

e) Indicar las aportaciones y participaciones en el capital social o fondo mutual de los socios, quienes habrán de reunir los requisitos expresados en el artículo 14.

f) Estar dirigidas de manera efectiva por personas que reúnan las condiciones necesarias de honorabilidad y de cualificación o experiencia profesionales”.

La redacción del actual artículo 6 es ligeramente diferente de la de su precedente, pero sus consecuencias son las mismas. La Ley 33/1984 contenía una referencia general al cumplimiento de los requisitos de la Ley para la obtención de la autorización, técnica de remisión que es correcta, pero que puede suscitar dudas e inseguridad, mientras que en la Ley de 1995 se enumeran los requisitos exigidos.

La Ley además señala expresamente que son requisitos necesarios tanto para obtener como para conservar la autorización administrativa. Ciertamente, la Ley 33/1984 no prescribía expresamente en su artículo 6.1 que los requisitos exigidos para obtener la autorización se exigieran también para conservarla, pero esta consecuencia se deducía igualmente de una interpretación sistemática de la derogada Ley 33/1984.

Por otra parte, el artículo 6.1 de la vigente Ley hace una mera enumeración, de modo que la comprensión de dichos requisitos hay que hacerla de acuerdo con lo previsto en los artículos 7 a 15 de la Ley.

Los efectos de la obtención de la autorización administrativa son, de una parte la inscripción en el registro correspondiente, y de otra, la obtención de la capacidad especial aseguradora, que les permite realizar las actividades previstas en el artículo 3 de la Ley, y les prohíbe realizar las operaciones del artículo 5 de la Ley.

El ámbito material de la autorización coincide con el ramo o ramos autorizados y los riesgos accesorios o complementarios de los mismos que hayan sido solicitados de acuerdo con su objeto social. La disposición adicional 1ª clasifica los riesgos en el seguro directo distinto del seguro de vida en 19 ramos, regula la denominación de la autorización cuando ésta abarque varios ramos y el sistema de cobertura de los riesgos accesorios, y asimismo regula el ámbito del ramo vida y los riesgos complementarios del mismo.

En lo relativo al ámbito espacial se ha producido, como consecuencia de la transposición de las Directivas 92/96/CEE, del Consejo, de 10 de noviembre de 1992, y 92/49/CEE, del Consejo, de 18 de junio de 1992, una modificación relevante, esto es, la validez de la autorización en todo el Espacio Económico Europeo de la llamada por la doctrina autorización administrativa única, siempre que la actividad aseguradora ejerza sus actividades en régimen de derecho de establecimiento o en régimen de libre prestación de servicios. Sin embargo, la autorización no tendrá esta validez cuando la entidad solicite operar en un ámbito menor al del territorio nacional, así como cuando pretenda llevar a cabo una serie de operaciones establecidas en el artículo 49.2 de la Ley (Operaciones del Consorcio de Compensación de Seguros y algunas del ramo vida). La disposición transitoria 1ª ha hecho extensivo a las autorizaciones administrativas de la Ley de Ordenación del Seguro Privado de 1984 (artículo 6.1) su carácter de validez en todo el Espacio Económico Europeo, cuando su ámbito sea el territorio español, no obstante la exigencia de adecuarse al sistema previsto para el ejercicio de régimen de derecho de establecimiento o en régimen de libre prestación de servicios.

La extensión de la actividad aseguradora a otros ramos diferentes a los autorizados o a otros riesgos no autorizados dentro de un mismo ramo, así como la ampliación del territorio para el que se obtuvo la autorización exige autorización administrativa expresa, debiendo reunir los solicitantes los siguientes requisitos (apartado 3 del artículo 6 de la Ley):



"a) Tener cubiertas sus provisiones técnicas y disponer del margen de solvencia establecido en el artículo 17 y, además, si para los ramos que solicita la extensión de actividad, el artículo 13 y el artículo 18 exigen un *capital social o fondo mutual* y un *fondo de garantía mínimo* más elevados que los anteriores, deberá disponer de los mismos.

b) Presentar un programa de actividades de conformidad con el artículo 12."

Entrando en los seis requisitos concretos que la Ley enumera para la concesión de la autorización, tenemos que referirnos en primer lugar a la *naturaleza y forma jurídica de las entidades aseguradoras*. La Ley vigente prevé que las entidades privadas adopten las formas de sociedad anónima, mutua, cooperativa y mutualidad de previsión social. La ampliación a cooperativas y mutualidades de previsión social la introdujo la Ley 33/1984. También señala que podrán realizar la actividad aseguradora las entidades que adopten cualquier forma de Derecho público, siempre que tengan por objeto la realización de operaciones de seguro en condiciones equivalentes a las de las entidades aseguradoras privadas. Otros requisitos formales que se exigen a las entidades de seguros son la constitución en escritura pública, la inscripción en el Registro Mercantil y la inclusión en la denominación de los términos "seguros" o "reaseguros" según corresponda.

El segundo de los requisitos exigidos para la obtención de la autorización es el de "*facilitar información sobre la existencia de vínculos estrechos con otras personas o entidades*". Se trata de una de las innovaciones más notables introducidas por la Ley en virtud de la transposición de la Directiva 95/26/CEE del Parlamento Europeo y del Consejo de 26 de junio de 1995. Por vínculo estrecho se entiende "toda relación entre dos o más personas físicas o jurídicas si están unidas a través de una participación o mediante un vínculo de control" (artículo 8.1). De existir vínculos la Administración deberá valorarlos y concluir que no obstaculizan el ejercicio de la ordenación y supervisión, ya tengan lugar estos vínculos en el ámbito del Espacio Económico Europeo o fuera de él. Además, una vez otorgada la autorización, deberá actualizarse la *información remitida a este respecto* y garantizarse que los vínculos

existentes o los nuevos no obstaculizan el ejercicio de la ordenación y supervisión, pues, en otro caso, pueden imponerse a los infractores las correspondientes sanciones.

En cuanto al apartado b) del artículo 6 relativo a la *limitación del objeto social*, de acuerdo con la Ley 33/1984 el objeto social de las entidades aseguradoras es "la práctica de operaciones de seguro, reaseguro y capitalización"; ahora la Ley de 1995, en su artículo 11.1, ha modificado la redacción para establecer que el objeto exclusivo será la práctica de operaciones de seguro y sigue diciendo "y demás definidas en el artículo 3, así como las permitidas en el artículo 5 en los términos expresados en el mismo". La Ley 30/1995, en su artículo 11, apartados 2 y 3, sigue considerando, como hacía la Ley 33/1984, que el ramo vida excluye cualquier otra operación de seguros, a excepción de la cobertura de riesgos complementarios y, en su caso, de los ramos de accidentes y enfermedad. Hay que tener en cuenta que la disposición transitoria 4ª de la Ley ha excepcionado la exigencia de exclusividad en el ramo vida a aquellas entidades que venían ejerciendo al 4 de agosto de 1984 otros ramos no vida, permitiendo que los sigan simultaneando sometidas a ciertos condicionantes que se contemplan en la citada disposición.

La exigencia de que se presente por el solicitante de la *autorización un programa de actividades*, que además tenga, una vez obtenida la autorización, que atenerse al mismo, y que el incumplimiento de estas exigencias se haya configurado como causa de denegación o revocación de la autorización, da una idea de la importancia que se atribuye a la planificación de la actividad aseguradora. El artículo 12, excluye cualquier improvisación y exige un esfuerzo de previsión considerable a las entidades de seguros. En definitiva, el programa es una memoria que incluye la referencia a otros requisitos de la solicitud de autorización previstos en el apartado 2 del artículo 6, y otros parámetros que permitan valorar correctamente dicha solicitud, como son los principios rectores de su actuación, la estructura de su organización, sistemas de comercialización, justificación de previsiones empresariales relacionadas con los medios y recursos de que disponga.

Una de las novedades más controvertidas de la Ley ha sido el *considerable incremento de las cifras correspondientes al capital social y al fondo mutual*, criticado por aquellos que consideran que la protección a los asegurados se consigue directamente con otros parámetros como el margen de solvencia. Con la nueva Ley ha desaparecido la clasificación en grupos de los distintos ramos, a los efectos de determinar el capital social y el fondo mutual, si bien se han configurado, en lo que respecta a las sociedades anónimas y cooperativas a prima fija, tres grupos: uno primero que comprende a los ramos de vida, caución, crédito, responsabilidad civil y reaseguro en exclusiva, que deben tener un capital de 1500 millones; un segundo grupo que integra los ramos de accidente, enfermedad, defensa jurídica, asistencia y decesos que deben tener un capital de 350 millones; y un tercer grupo residual que agrupa el resto de ramos, entidades que deberán tener un capital social de 500 millones. Por otra parte, se exige que el capital social esté totalmente suscrito y desembolsado al menos en un 50% y que esté representado por títulos o anotaciones en cuentas nominativas.

Los límites fijados por la legislación anterior consistían en cuanto a Sociedades Anónimas y Cooperativas se refiere en:

- 1) Para el ramo de vida 320 millones de pesetas.
- 2) En los ramos de caución, crédito y de todos aquellos en los que se cubra el riesgo de responsabilidad civil, 160 millones de pesetas.
- 3) Para los ramos de accidentes, enfermedad, asistencia en viaje y todos aquellos que cubran daños a las cosas y no se encontrasen específicamente incluidos en otro grupo, 80 millones.
- 4) En los ramos de prestación de servicios que no se encontrasen específicamente incluidos en otro grupo, 40 millones.
- 5) Para la actividad reaseguradora el límite era de 500 millones.

Efectivamente, el nuevo reglamento ha supuesto un importante aumento de los capitales mínimos iniciales, lo que en principio debería paliar el problema de una excesiva atomización del mercado, con un segmento de entidades con una relativa debilidad financiera.

La ley de 1984 dio un importante paso en lo que a la intensificación de la intervención del Estado se refiere, llegando a regular un estatuto de los administradores y gerentes. La vigente Ley va más lejos al entrar a exigir la *identidad de los socios de las aportaciones y participaciones significativas en el capital social o fondo mutual* (artículo 14 de la Ley). Pero, lejos de detenerse en este umbral, exige que los socios sean idóneos, y de no serlo procederá denegar la autorización (artículo 7.5 de la Ley). La idoneidad se pretende medir, de acuerdo con dicho precepto, con los siguientes parámetros:

“1. La honorabilidad y cualificación o experiencia profesional de los socios.

2. Los medios patrimoniales con que cuentan dichos socios para atender los compromisos asumidos.

3. La falta de transferencia en la estructura del grupo al que eventualmente pueda pertenecer la entidad, o la existencia de graves dificultades para obtener la información necesaria sobre el desarrollo de sus actividades.

4. La posibilidad de que la entidad quede expuesta de forma inapropiada al riesgo de las actividades no financieras de sus promotores; o cuando, tratándose de actividades financieras, la estabilidad o el control de la entidad puedan quedar afectadas por el alto riesgo de aquéllas.”

La Ley de 1984 reguló a los administradores y gerentes en su artículo 11; regulación que, comparada con la que ofrece el artículo 15 de la vigente Ley hay que decir que es muy tímida.

Son varios los conceptos que incluye el artículo 15 de la Ley. El primero y principal de ellos es el de la dirección efectiva de la entidad aseguradora, que deberá ser desempeñada por personas físicas a las que se les exige una serie de requisitos como el de "reconocida honorabilidad" y "condiciones necesarias de cualificación o experiencia profesionales". Los términos en los que se define la honorabilidad son especialmente vagos y de difícil medición, a pesar de circunscribirse al ámbito comercial y profesional, excluyendo el ámbito personal. En cuanto al segundo requisito, los conceptos en él implicados han sido definidos por el citado artículo de la Ley. En ningún caso podrán ejercer la dirección

efectiva aquellos que tengan antecedentes penales por alguna de las causas citadas en el art.15,3 a), ni aquellos suspendidos en el ejercicio de su actividad en los términos que señala el art.15,3 b).

### **III.- NORMAS CONTABLES**

Señala Gispert (1988) que la obligación legal de contabilidad, que forma parte del estatuto del empresario mercantil en general, presenta un plus de rigor en el caso del empresario de seguros sometido a control administrativo. Sánchez Calero (1961) explica que estas obligaciones especiales de las aseguradoras en materia contable están impregnadas del afán de proteger a los posibles asegurados más allá de la protección general que reciben los acreedores de cualquier empresario. Y Gallegos Díaz de Villega (1991) lo justifica por pertenecer la actividad aseguradora al sector terciario o de servicios menos transparente para el consumidor, invertirse en ella el proceso productivo al recibirse primero los ingresos y contabilizarse luego los gastos y requerir un adecuado grado de estabilidad y solvencia para hacer frente a los compromisos futuros. Las mismas razones que determinan la necesidad de una supervisión administrativa del seguro privado imponen a las aseguradoras obligaciones específicas de contabilidad, junto con una información mixta, que alcanza a aspectos contables y extracontables, a través de la cual se pueda apreciar el grado de solvencia estática y dinámica de las mismas.

La Ley 30/1995 ha supuesto la adaptación a la Directiva 91/674/CEE. El Plan de Contabilidad de las entidades aseguradoras que se aprueba en 1997 y que sustituye al aprobado por Orden 30 de julio de 1981, incorpora a la legislación nacional la normativa contable recogida en la Directiva 91/674/CEE relativa a las cuentas anuales y a las cuentas consolidadas de las empresas de seguros, y supone la regulación en materia contable de la actividad de las entidades aseguradoras en aquellos aspectos que le resultan propios, ajustándose en lo demás al desarrollo establecido por el Plan General de Contabilidad (PGC).

La adaptación del contenido de la citada directiva a la legislación vigente en nuestro país en materia de seguros, se consigue mediante el artículo 20, que regula, aunque de forma muy escueta, la contabilidad y el deber de consolidar las cuentas anuales de las entidades aseguradoras.

El artículo 20.1 determina el orden de fuentes por el que se rige la contabilidad de las aseguradoras y la formulación de las cuentas de los grupos consolidables de aseguradoras: primero se aplicarán sus normas específicas y, en su defecto, las establecidas en el Código de Comercio, en el Plan General de Contabilidad y en las demás disposiciones mercantiles en materia contable.

El artículo 20.2 establece que, a efectos del margen de solvencia y, en su caso, de las demás limitaciones y obligaciones legales, las aseguradoras consolidarán sus estados contables con los de las demás aseguradoras o entidades financieras que constituyan con ellas una unidad de decisión.

En virtud del artículo 20.3, los grupos consolidables de aseguradoras están sujetos al deber de consolidación, conforme a lo dispuesto en este precepto, a las normas que lo desarrollen, a las contenidas en los artículos 42 a 49 del Código de Comercio y demás legislación mercantil aplicable.

En la redacción de este artículo, dos aspectos ponen de manifiesto las peculiaridades en la normativa contable a la que está sujeto el sector:

- La obligatoriedad, para aquellas entidades que operen simultáneamente en el ramo de vida y en los ramos de accidentes o enfermedad, de llevar una contabilidad separada para aquél y éstos.
- La primacía de las normas contables específicas del sector sobre las establecidas en el Código de Comercio, en el PGC y demás legislación aplicable.

Este último punto supone una reorganización jerárquica de la normativa legal reguladora del sector respecto a períodos anteriores. El artículo 22 de la Ley de agosto de 1984, tan sólo establecía la obligación por parte de las aseguradoras de llevar correctamente los libros de contabilidad y demás documentación oportuna que facilitara el control de su actividad, sin matizar ningún tipo de jerarquía en la normativa aplicable. Por su parte, el reglamento de 1985 si bien reconoce la existencia de una normativa contable específica para las entidades aseguradoras, le otorga un papel secundario por detrás de las normas de carácter general.

Los aspectos más significativos del nuevo plan son:

1) Por una parte, no se aparta como principio general de la normativa contable contenida en el PGC.

2) Por otra, no rompe de manera radical con la adaptación al PGC de las entidades aseguradoras aprobado por O.M. de 30 de julio de 1981.

A continuación y siguiendo el propio decreto, iremos comentando brevemente el nuevo plan de contabilidad de las entidades aseguradoras así como sus diferencias respecto al de 1981.

El Plan de Contabilidad de las entidades aseguradoras tiene la siguiente estructura:

- 1) Principios Contables
- 2) Cuadro de Cuentas
- 3) Definiciones y relaciones contables
- 4) Cuentas Anuales
- 5) Normas de valoración

A diferencia del texto de 1981, el actual contiene un apartado más, al igual que el vigente PGC. Se trata de la primera parte, que se refiere a los **principios contables**, que aunque similares a los del PGC se incluyen por su especial importancia en la consecución de la imagen fiel, y porque se han introducido los matices necesarios para adecuarlos a la actividad que regulan.

La segunda parte del Plan comprende el **cuadro de cuentas**. Si se compara este texto con el de 1981, se observan algunas diferencias. En el presente cuadro de cuentas se modifican la concepción y el contenido del grupo 8, que estaba destinado antes a resultados que ahora pasan a la cuenta 129. Se establece un grupo 8 sobre la base de las definiciones que realiza la Directiva de cuentas anuales, cuya finalidad es la reclasificación de los gastos por naturaleza recogidos en el grupo 6, en función del destino a que se afecta cada uno de los citados gastos. También desaparece el grupo 0 de cuentas de orden y especiales cuya información se traslada a la memoria.

La Tercera parte del Plan está destinada a recoger las **definiciones y relaciones contables**. Las novedades más destacadas respecto al plan anterior son:



1) En el grupo 1 aparecen por primera vez en la normativa contable los pasivos subordinados para recoger las deudas a cargo de la entidad, con características propias en relación con su vencimiento y reembolso, y teniendo en cuenta que en caso de liquidación se reembolsarán en último lugar antes de la cuota que les pertenezca a los accionistas en la liquidación, asimilando su tratamiento contable al de cualquier emisión de valores negociables de renta fija por parte de las entidades aseguradoras.

2) En el grupo 4 destaca el desglose de las cuentas 431 y 432, recibos de primas pendientes de cobro y pendientes de emitir. En particular, hay que destacar la subcuenta que reclasifica los recibos de primas anticipados, utilizando al respecto la cuenta 454.

3) En cuanto a los convenios de liquidación de siniestros se ha arbitrado un sistema contable que utiliza las cuentas 442, 446 y 607, con la intención de resolver la confusión que se producía al contabilizar como siniestros todas las incidencias derivadas de dichos convenios.

4) En relación con los extornos, se diferencian aquellos que puedan asimilarse a una distribución de resultados generados en el período de cobertura del contrato, que se incluirán en el subgrupo 36 y las que no obedecen a una distribución de resultados técnicos o financieros, sino más bien a una devolución de parte de la prima correspondiente al riesgo no corrido, que se incluirán en la cuenta 434.

5) Finalmente, en cuanto al grupo 5 y por lo que respecta a las aportaciones de los mutualistas, se habilitan las cuentas necesarias para el reconocimiento de las mismas en el Fondo Mutual mientras éstas no se hayan hecho efectivas, utilizando la cuenta 557.

La cuarta parte del Plan se ocupa de las **cuentas anuales**. En las normas para su elaboración hay que destacar como novedad que el Plan se ocupa de fijar criterios para la asignación de los ingresos y gastos de las inversiones a las cuentas técnicas de vida y de no vida o a la cuenta no técnica. El modelo de *balance* es consecuencia de la aplicación de la Directiva de cuentas anuales, que establece su estructura de forma obligatoria. Destaca la significación del epígrafe dedicado a las inversiones, que se desglosa pormenorizadamente. En cuanto a la *cuenta de pérdidas y ganancias*, el modelo también se ajusta a la estructura

establecida por la Directiva, dejando de configurarse como cuenta para adoptar la forma de lista. Además, la cuenta de resultados está formada por la cuenta técnica del ramo de vida y de los ramos distintos del de vida y por la cuenta no técnica. La primera recoge los ingresos y gastos propios de la actividad aseguradora y la segunda el resto.

En cuanto a la *memoria*, recoge la información necesaria para completar y ampliar el contenido del balance y de la cuenta de pérdidas y ganancias. También incluye un estado del resultado técnico por ramos distintos del de vida y un estado de flujos de tesorería, así como los estados de cobertura de provisiones técnicas y de margen de solvencia.

La Quinta parte del Plan está destinada a las **normas de valoración**, las cuales vienen determinadas en gran medida por la Directiva de cuentas anuales. El Plan establece determinados criterios adecuados a las particularidades de las operaciones de las aseguradoras. Así:

1) En relación con las inversiones materiales no se produce variación. En cuanto a las correcciones de valor de carácter reversible se exige que sean tasadas de acuerdo a los requisitos y plazos marcados por Orden de 30 de noviembre de 1994.

2) En cuanto a los elementos de inmovilizado inmaterial, las normas de valoración se asimilan, en general, a lo dispuesto en el PGC.

3) Podrán reconocerse en el activo del balance en aplicación del principio de correlación de ingresos y gastos los gastos a distribuir en varios ejercicios, las comisiones anticipadas y gastos de adquisición del ramo de vida.

4) En cuanto a las correcciones valorativas de los valores negociables, destaca la regulación correspondiente a los de renta fija, que dispone que se corregirá el valor de los intereses vencidos y pendientes de cobro, imputándose en su integridad a los resultados del ejercicio en que se produzcan y cuyo importe incluirá los intereses implícitos y explícitos devengados y no vencidos hasta ese momento.

5) Por lo que se refiere a los créditos por recobro de siniestros, la activación de los mismos se limitará a aquellos cuya realización esté suficientemente asegurada.

6) En cuanto al tratamiento de las diferencias en moneda extranjera, en aquellos casos en los que las diferencias se produzcan en activos congruentes con las provisiones técnicas derivadas de contratos de seguro en moneda extranjera, las señaladas diferencias rectificarán el valor de los activos en los que se haya producido la inversión de las citadas provisiones.

7) Se establecen también normas de valoración para las inversiones por cuenta de tomadores de pólizas que asuman el riesgo de la inversión.

8) En cuanto a las provisiones técnicas, las normas de valoración se remiten a lo que se disponga en la normativa vigente.

9) Finalmente, el Plan recoge criterios para la contabilización de los instrumentos derivados.

Una regla novedosa, es la necesidad de diferir los resultados *generados por empresas pertenecientes a un grupo, en la medida que se realicen cesiones de activos o de carteras por encima del precio de mercado.*

También se concretan los criterios aplicables para convertir los estados financieros de las sucursales de las entidades españolas fuera de España.

Se aprueban también por este Real Decreto las normas para la consolidación de las cuentas anuales de los grupos de las entidades aseguradoras, estableciéndose los criterios aplicables y los modelos de cuentas anuales relativos al balance, cuenta de pérdidas y ganancias y memoria, contemplando algunas normas específicas derivadas de la operatoria propia de las entidades aseguradoras.

#### **IV.- MEDIDAS DE CONTROL ESPECIAL**

La vigente Ley llama *medidas de control especial* a las medidas que la Ley de 1984 denominaba *medidas cautelares* en su artículo 42, que de modo incipiente se preveían en el artículo 46 de la Ley de 1954 que regulaba entre las sanciones la intervención forzosa, y más tarde en los Reales Decretos 478/1978 y 3051/1982. Las medidas de control especial (artículo 39 de la Ley) tienen por finalidad principal la protección de los asegurados y, subsidiariamente, la preservación de la empresa.

En primer término hay que considerar las medidas de control como medidas independientes de cualquier otra y, en particular, del sistema sancionador, de modo y manera que pueden ser previas a un expediente sancionador, coincidentes con él o consecuencia de éste.

Los supuestos determinantes de la imposición de una medida de control especial son siete, a saber:

"a) Déficit superior al 5% en el cálculo de cada una de las provisiones técnicas individualmente consideradas, salvo en la provisión técnica de prestaciones, que será del 15%. Asimismo, déficit superior al 10% en la cobertura de las provisiones técnicas.

b) Insuficiencia del margen de solvencia

c) Que el margen de solvencia no alcance el fondo de garantía mínimo

d) Pérdidas acumuladas en cuantía superior al 25% de su capital o fondo mutual desembolsados.

e) Dificultades financieras o de liquidez que hayan determinado demora o incumplimiento en sus pagos.

f) Imposibilidad manifiesta de realizar el fin social o paralización de los órganos sociales, de forma que resulte imposible su funcionamiento.

g) Situaciones de hecho deducidas de comprobaciones efectuadas por la Administración que pongan en peligro su solvencia, los intereses de los asegurados o el cumplimiento de las obligaciones contraídas, así como la falta de adecuación de su contabilidad al Plan de Contabilidad de las entidades aseguradoras o irregularidad de la contabilidad o

administración en términos tales que impidan o dificulten notablemente conocer la verdadera situación patrimonial de la entidad aseguradora”.

En cuanto a las modalidades de las medidas de control especial, los cambios introducidos en el artículo 39 por la Ley de 1995 en relación con su precedente de la Ley 33/1984 son notables. Las medidas de un modo desordenado incluyen prohibiciones de hacer puras y simples (apartados a y d), prohibiciones de hacer sin previa autorización (apartado d), exigencias de hacer (apartados b, c y d) y órdenes de hacer (apartado d), y pueden clasificarse en dos grandes grupos de acuerdo con los intereses que pretenden tutelar. Estas serían medidas generales que atenderían a una generalidad de intereses y medidas dirigidas de un modo particular a salvaguardar los intereses de los asegurados (apartado d).

Las medidas pueden llevarse a cabo a través de tres procedimientos diferentes que implican mayor o menor grado de intensidad de la intervención de la Administración en la actividad de las entidades aseguradoras, que consisten en: control exterior de la Administración sobre la entidad; intervención de la entidad con desplazamiento de la responsabilidad a los interventores; e intervención provisional.

## **V.- LA SUPERVISIÓN**

La tradicional clasificación de los sistemas de control que distingue entre los que se centran en la publicidad de los datos, en un régimen normativo o en un sistema de control administrativo, ha ido quedando superada en los diferentes países europeos, y especialmente a través de la armonización impuesta por las directivas comunitarias mediante al recurso a un sistema mixto, en el que junto con la publicidad de diferentes datos verificados por auditores externos, existe un régimen normativo que permite un control a priori reglado, especialmente al iniciarse la actividad aseguradora, y una supervisión a posteriori mediante inspecciones administrativas. El sistema de control por inspección predominaba plenamente sobre el control previo en lo que luego sería la Ley de 1984.

La supervisión se concreta en dos tareas, vigilar y corregir, y en un objetivo, prevenir y consiguientemente evitar actuaciones incorrectas. Desde esta perspectiva, la supervisión se sustenta en la información y se traduce en decisiones adoptadas previa evaluación de la información obtenida, dirigidas a prevenir y en su caso corregir las situaciones irregulares deducidas a partir de dicha información.

El capítulo II del título II de la LOSSP de 1995, en cuanto referido a las condiciones para el ejercicio de la actividad aseguradora, constituye la base normativa que sirve de sustento reglado para la supervisión inspectora de las entidades aseguradoras, sin perjuicio de las normas contenidas en el capítulo IV del propio título II respecto del ejercicio de la actividad aseguradora en régimen de derecho de establecimiento y en régimen de libre prestación de servicios en el Espacio Económico Europeo, de las que el capítulo VII del mismo título destina a las Mutualidades de Previsión Social y de las que el título III dedica a la actividad en España de aseguradoras extranjeras.

Se sostiene la necesidad de que las aseguradoras mantengan una doble solvencia, estática y dinámica, entendiendo por *solvencia estática* la capacidad técnica y financiera para hacer frente en un momento dado a los compromisos adquiridos, por lo que requiere el cálculo, cobertura e inversión de provisiones técnicas suficientes, y por *solvencia dinámica*

una cierta relación entre el patrimonio propio no comprometido y la actividad desarrollada, lo que constituirá su margen de solvencia con un mínimo como fondo de garantía.

La sección primera del capítulo II del título II de la LOSSP se destina a regular esas garantías financieras, que son materias propias del control financiero de las aseguradoras que el artículo 71 encomienda a la Administración, garantías cuyo incumplimiento puede generar tanto medidas de control especial de las previstas en el artículo 39, como infracciones administrativas tipificadas en el artículo 40. Dentro de esas garantías financieras el artículo 16 se ocupa de las provisiones técnicas, el artículo 17 del margen de solvencia, el artículo 18 del fondo de garantía y el artículo 19 de las limitaciones a la distribución de excedentes para potenciar las expresadas garantías financieras. En toda esta materia son especialmente minuciosas las directivas comunitarias, que obran como auténtico condicionante de lo que puede aparecer como exceso de intervencionismo en la nueva LOSSP y su reglamento.

### **V.1.- Las provisiones técnicas**

Citando a Ricardo Lozano (1996): "Las provisiones técnicas recogen los diferentes compromisos que, derivados de los contratos de seguros firmados por la entidad aseguradora y sus asegurados, deben ser atendidos en su momento, para lo cual la entidad aseguradora deberá disponer de recursos suficientes para hacer frente a las obligaciones derivadas de aquellos. El reflejo de estas obligaciones se realiza en el balance de las entidades aseguradoras, representación patrimonial de su situación económica, reconociendo un importe equivalente a la estimación de los referidos compromisos derivados de los contratos de seguros y reaseguros formalizados, el cual debe ser suficiente, siempre desde una óptica prudente, y sin olvidar que resulta también necesario conseguir la estabilidad de la entidad aseguradora frente a oscilaciones, aleatorias o cíclicas, de la siniestralidad o frente a posibles riesgos especiales, en suma, una solvencia a largo plazo o solvencia dinámica, aunque en este caso, salvando la provisión de estabilización, el instrumento más

representativo sería el margen de solvencia, fuera del esquema de provisiones técnicas”.

El artículo 16 de la LOSSP, referido a las provisiones técnicas tiene una redacción más precisa que la que presentaba el artículo 24 de la Ley de 1984 al que sustituye y que imponía la obligación de calcular, contabilizar e invertir una serie de provisiones técnicas que exhaustivamente relacionaba.

Las terceras directivas del seguro de vida y no vida (92/96/CEE y 92/49/CEE) y la de cuentas anuales y cuentas consolidadas de las empresas de seguros (91/674/CEE) armonizan las normas sobre la definición, cálculo e inversión de las provisiones técnicas, cuyas líneas sigue el artículo 16 de la Ley, aunque deja para el reglamento amplias cuestiones en orden a la definición de cada una de las provisiones técnicas que enumera, métodos de cálculo y activos aptos para invertirlos, materias en las que la libertad de decisión de los Estados miembros queda altamente reducida.

El artículo 62 de la directiva 91/674/CEE limita la libertad de los Estados Miembros prácticamente al establecimiento y cálculo de la provisión de estabilización en los términos en que la define el artículo 30. Esta provisión sustituye a la hasta ahora llamada de desviación de siniestralidad, y es consecuencia del funcionamiento en el tiempo de la variable aleatoria de la siniestralidad, determinante de que en los períodos de baja siniestralidad deba nutrirse la provisión técnica de estabilización con una fracción del exceso de las primas sobre la siniestralidad habida que equivalga al recargo de seguridad explícito o implícito previsto en la tarifa, provisión que se utilizará en los períodos de alta siniestralidad para cubrir lo que ésta supere a los ingresos por primas.

Las diferentes clases de provisiones técnicas, su cálculo, mínimos a cubrir, activos aptos para invertirlos, porcentajes máximos admisibles en cada uno, condiciones que deban reunir y criterios de valoración viene desarrollado en el Reglamento.

Las provisiones técnicas que se especifican en el Reglamento son las siguientes:

- a) De primas no consumidas



- b) De riesgos en curso
- c) De seguros de vida
- d) De participación en beneficios y para extornos
- e) De prestaciones
- f) De estabilización
- g) De seguros de decesos
- h) Del seguro de enfermedad
- i) De desviaciones en las operaciones de capitalización por sorteo

Las provisiones técnicas aplicables al reaseguro aceptado y cedido serán las recogidas en las letras a) a e), ambas inclusive, sin incluir provisión de reaseguro cedido en la provisión para riesgos en curso, ya que las magnitudes a las que hace referencia el cálculo de esta provisión son netas de la incidencia del reaseguro cedido. En cambio, el asegurador aceptante si deberá considerar esta provisión de riesgos en curso, junto a la de primas no consumidas, de seguros de vida, de participación en beneficios y para extornos y de prestaciones.

La Ley 43/95 del Impuesto sobre Sociedades establece, en su artículo 13.2 e), que la cuantía mínima de las provisiones técnicas es deducible a la hora de determinar cual es la base imponible del ejercicio. Así pues, el resultado contable del ejercicio de una entidad aseguradora se verá afectado por la dotación de las provisiones técnicas en el ejercicio en el que se constituyen al recogerse como gastos en la cuenta de pérdidas y ganancias.

Las provisiones técnicas que se recogen en el Reglamento tienen como finalidad la periodificación de ingresos y gastos por parte de la entidad aseguradora, siendo consecuencia de los principios contables, en especial el principio de devengo y de correlación de ingresos y gastos. Las provisiones técnicas deben constituirse por el importe que resulte de la aplicación de la normativa contenida en el Reglamento con carácter obligatorio y por tanto hay que mantener la deducibilidad de dichas dotaciones al resultado del ejercicio.

A continuación pasaremos a describir brevemente cada una de estas provisiones.

En primer lugar tenemos la provisión de **primas no consumidas** que deberá estar constituida por la fracción de las primas devengadas en el ejercicio que deba imputarse al período comprendido entre la fecha del cierre y el término del período de cobertura. La base de cálculo de esta provisión estará constituida por las primas de tarifa devengadas en el ejercicio deducido, en su caso, el recargo de seguridad.

La imputación temporal de la prima debe realizarse de acuerdo con la distribución temporal de la siniestralidad a lo largo del período de cobertura del contrato. Cuando razonablemente pueda estimarse que la distribución de la siniestralidad es uniforme, la fracción de prima imputable al ejercicio o a ejercicios futuros se calculará a prorrata de los días por transcurrir desde la fecha de cierre del ejercicio actual hasta el vencimiento del contrato al que se refiere la prima. La distribución de la prima, en todo caso, será la que corresponda en función de la siniestralidad de la entidad.

En cuanto al tratamiento de los gastos de adquisición que pudieran ser deducibles, el Reglamento y el Plan Contable han optado por la activación o periodificación de las comisiones y otros gastos de adquisición para su posterior imputación a resultados de conformidad con la duración de la póliza.

En segundo lugar aparece la **Provisión para riesgos en curso**, en la cual figurará el importe suplementario cuando los riesgos que deba asumir la entidad aseguradora, al final del ejercicio, correspondientes a las indemnizaciones y gastos vinculados a sus contratos vigentes excedan de la provisión para primas no consumidas.

El Reglamento indica que el importe de la provisión de riesgos en curso se calculará al menos para cada ramo conforme a las siguientes normas: se calculará por la diferencia entre las siguientes magnitudes correspondientes al seguro directo netas de reaseguro cedido, con signo positivo se considerarán las primas devengadas en el período, corregidas por la variación de las provisiones de primas no consumidas y para primas pendientes de cobro calculadas al término del período de referencia y el rendimiento financiero neto generado por las provisiones técnicas del ramo, con signo negativo, y exclusivamente por los siniestros

ocurridos en el período, el importe de los siniestros pagados, los gastos imputables a las prestaciones, y la provisión de prestaciones al término del período de referencia, asimismo con signo negativo se incluirán los gastos de gestión y otros gastos técnicos. El período de referencia será el ejercicio que se cierra y el anterior, considerados conjuntamente, excepto para los ramos 10 a 15 de los establecidos en la Disposición Adicional Primera de la Ley 30/1995, en los que el período estará formado por el ejercicio que se cierra y cada uno de los tres anteriores considerados individualmente. Posteriormente se calculará el porcentaje que represente la diferencia anterior respecto al volumen de primas devengadas por el seguro directo netas de reaseguro cedido, corregidas por la variación de las provisiones de primas no consumidas y para primas pendientes de cobro. En los ramos 10 a 15 el porcentaje se calculará para el ejercicio que se cierra y para cada uno de los tres anteriores, y se tomará como promedio su media aritmética ponderada por el volumen de primas. Cuando la diferencia obtenida sea negativa, deberá dotarse la provisión de riesgos en curso en una cuantía igual al valor absoluto resultante del producto del anterior porcentaje multiplicado por el importe de las primas por seguro directo netas de reaseguro cedido, devengadas en el ejercicio que se cierra, corregidas por la variación de las provisiones de primas no consumidas y para primas pendientes de cobro, y por el factor resultante de comparar la provisión de primas no consumidas al cierre del ejercicio actual, respecto de la base de cálculo de ésta última provisión.

A continuación aparece la **Provisión para prestaciones**. Con el fin de periodificar adecuadamente los gastos del ejercicio, se recoge el importe total correspondiente al coste final estimado por la entidad para hacer frente al pago de los siniestros que se hayan producido hasta el final del ejercicio, declarados o no, minorando las cantidades pagadas a cuenta.

La provisión de prestaciones estará integrada por la provisión para prestaciones pendientes de liquidación o pago, la provisión para siniestros no declarados y la provisión para gastos internos de liquidación de los siniestros, salvo para las operaciones de reaseguro aceptado, que podrá calcularse una única provisión para prestaciones de carácter global.

La provisión debe constituirse individualmente en función del importe previsible de los gastos futuros de cada siniestro, aunque el Reglamento también va a permitir la utilización de métodos estadísticos globales siempre que la provisión pueda considerarse asimismo suficiente.

En la *Provisión para prestaciones pendientes de liquidación o pago* se incluirá el importe de todos aquellos siniestros ocurridos antes del cierre del ejercicio y declarados como máximo hasta treinta días antes de la formulación de las cuentas anuales. El Reglamento permite a las entidades aseguradoras la utilización de métodos estadísticos en el cálculo de esta provisión, para lo que deberá disponerse de una justificación detallada de los contrastes de la bondad de los citados métodos y del período de obtención de información, comunicándose antes su utilización al Ministerio de Economía y Hacienda, el cual podrá oponerse. La determinación de la provisión de prestaciones utilizando métodos estadísticos requerirá que la entidad tenga una cartera de siniestros suficiente para permitir la inferencia estadística y que disponga de información relativa a la misma, como mínimo de los cinco últimos ejercicios, de las magnitudes relevantes para el cálculo y que estos datos sean homogéneos y procedan de estadísticas fiables, excluyéndose de la base de datos aquellos que pudieran considerarse atípicos.

En la *Provisión para siniestros no declarados* se incluirán los siniestros ocurridos pero no declarados a la fecha de cierre del balance y no incluidos en la provisión para prestaciones pendientes de liquidación o pago, calculando dicho importe en función de la experiencia de la entidad en relación con los siniestros declarados con posterioridad al cierre del balance en ejercicios anteriores. En el caso de que la entidad no dispusiera de métodos estadísticos para el cálculo de la provisión o los disponibles no fueran adecuados, deberá determinarla multiplicando el número medio de siniestros no declarados por el coste medio de los mismos, estimados ambos de la siguiente manera:

a) El número de siniestros no declarados  $N$  se calculará mediante la igualdad:

$$N_t = (N_{t-1} + N_{t-2} + N_{t-3} / P_{t-1} + P_{t-2} + P_{t-3}) * P_t$$

siendo t el ejercicio que se cierra; t-1, t-2 y t-3 los tres ejercicios inmediatamente anteriores y P las primas devengadas.

b) El coste medio C de los siniestros no declarados se determinará a su vez mediante la igualdad:

$$C_t = (C_{t-1} + C_{t-2} + C_{t-3} / Q_{t-1} + Q_{t-2} + Q_{t-3}) * Q_t$$

donde Q es el coste medio de los siniestros ya declarados.

Cuando la entidad carezca de experiencia, o no disponga de la adecuada información, dotará esta provisión aplicando un porcentaje del cinco por ciento a la Provisión para prestaciones pendientes de liquidación o pago del seguro directo, porcentaje que se elevará al diez por ciento para el reaseguro y el coaseguro aceptados.

La *Provisión para gastos internos de liquidación de siniestros* deberá dotarse por el importe suficiente para afrontar los gastos internos de la entidad necesarios para la total finalización de los siniestros que han de incluirse en la provisión para prestaciones, tanto del seguro directo como del reaseguro aceptado.

La ***Provisión para participación en los beneficios de los asegurados y extornos***, recogerá los importes destinados a los asegurados o a los beneficiarios por la participación en los beneficios o por extornos, es decir, por la distribución del resultado financiero y técnico respectivamente. El Reglamento indica que esta provisión recogerá el importe de los beneficios devengados a favor de los tomadores, asegurados o beneficiarios y el de las primas que proceda restituir a los tomadores en virtud del comportamiento experimentado por el riesgo asegurado, en tanto que todavía no hayan sido asignados individualmente a cada uno de aquéllos.

En cuanto a la ***Provisión de estabilización***, que tendrá carácter acumulativo, tiene como finalidad alcanzar la estabilidad técnica de cada ramo o riesgo. Se calculará y dotará en aquellos riesgos que por su carácter especial, nivel de incertidumbre o falta de experiencia así lo requieran, y se integrará por el importe necesario para hacer frente a las desviaciones aleatorias de la siniestralidad. El recargo de seguridad

incluido en la prima se destina a la constitución de esta provisión acumulativa que deberá aplicarse cuando la siniestralidad exceda de las primas de riesgo.

El Reglamento establece que las entidades aseguradoras deberán constituir provisión para estabilización al menos en los siguientes riesgos y hasta alcanzar los siguientes límites:

a) Responsabilidad civil derivada de riesgos nucleares: el 300 por ciento de las primas de tarifa de propia retención, devengadas en el ejercicio.

b) Riesgos incluidos en los Planes de Seguros Agrarios Combinados: el límite establecido por el artículo 42 del Reglamento aprobado por Real Decreto 2329/1979 de 14 de Septiembre.

c) Seguro de crédito: el 134 por ciento de la media de las primas de tarifa de propia retención, devengadas en los últimos cinco ejercicios.

d) Seguros de responsabilidad civil en vehículos terrestres automóviles, responsabilidad civil profesional, responsabilidad civil de productos, seguros de daños a la construcción, multirriesgos industriales, seguro de caución, seguros de riesgos medio-ambientales y aceptaciones de riesgos catastróficos: el 35 por ciento de las primas de riesgo de propia retención.

Este último límite para alcanzar esta provisión se incrementará cuando así se derive de la propia experiencia de la entidad, para lo que se tomará como límite de la provisión de estabilización el resultado de multiplicar las primas de riesgo de propia retención del ejercicio que se cierra por el doble de la cuasidesviación típica que en los últimos diez ejercicios presente el cociente formado por: la siniestralidad neta de reaseguro, imputándose los siniestros por ejercicio de ocurrencia, dividido por las primas de riesgo de propia retención. El límite no se incrementará cuando durante el período señalado de 10 años el cociente hubiera sido inferior a uno.

La **Provisión para riesgos especiales** viene enunciada en el Reglamento como Provisión de prestaciones en riesgos de manifestación diferida señalando los riesgos a los que se refiere, englobando los derivados de la responsabilidad civil derivada del ejercicio de una

actividad profesional o empresarial; de la producción, comercialización y venta de productos y servicios; decenal de la construcción; de la actuación de las Administraciones Públicas; de los daños producidos al medio ambiente y de la actuación de administradores, directores y altos cargos, en los que se suele producir una manifestación diferida de los siniestros respecto o con posterioridad al término del periodo de cobertura, siempre que el contrato no establezca una limitación a la asunción de los citados riesgos por parte de la entidad una vez concluido el periodo temporal de la póliza y aquellos riesgos se manifiesten con posterioridad al límite establecido.

La **Provisión para seguros de vida** representa el valor de las obligaciones del asegurador neto de las obligaciones del tomador por razón de los seguros de vida.

Por último, la **Provisión para primas pendientes de cobro** no deriva del contrato de seguro puesto que su naturaleza es de una provisión para insolvencias, que estima cual es el importe de fallidos de los recibos de primas pendientes de cobro de la entidad. El Plan Contable la recoge en sus normas de valoración como consecuencia de ese carácter de provisión de insolvencia, sin que pueda asimilarse a las provisiones técnicas que hemos visto anteriormente. Se establecerá en función de la antigüedad de los recibos un importe tasado de dotación en el ejercicio y en aquellos recibos en los que el plazo de vencimiento no supere los tres meses se atenderá a la experiencia de la entidad en la anulación de los recibos, sin perjuicio del establecimiento de un porcentaje establecido al efecto cuando no se disponga de los datos anteriores.

En cuanto a provisiones técnicas se refiere, las diferencias que podemos encontrar entre este Reglamento y el de 1985 son las siguientes:

1) En el anterior Reglamento la "Provisión para riesgos en curso" equivalía a la actual "Provisión para primas no consumidas" teniendo ambas una función periodificadora de los ingresos por primas; mientras que la actual "Provisión para riesgos en curso" trata de recoger el efecto

de la insuficiencia de la prima, riesgo que no se cubría explícitamente en el anterior Reglamento.

2) La actual "Provisión para Prestaciones" engloba las anteriormente denominadas "Provisión para siniestros pendientes de liquidación o pago" y "Provisión para siniestros pendientes de declaración".

3) En cuanto a la "Provisión para estabilización" recoge el mismo concepto que la anterior "Provisión para desviación de la siniestralidad" y únicamente se modifica el límite de los seguros de responsabilidad civil en vehículos terrestres automóviles, etc. que pasa del 30 al 35%.

Lo más destacado sin duda de estos cambios es el reconocimiento explícito del riesgo de insuficiencia de la prima que supone un error en la fijación de la tarifa que puede llevar a un resultado técnico negativo de difícil absorción por el resultado financiero.

## **V.2.- El margen de solvencia**

Del Pozo, Gil y Vilar (1996) definen el *margen de solvencia* como la cuantía de los capitales libres, esto es, no afectos a ningún compromiso y cuya finalidad es hacer frente a todos aquellos riesgos que pueden comprometer la solvencia de la empresa aseguradora.

Uno de los principales problemas de la autoridad de control es el establecimiento de unos valores mínimos del margen de solvencia que, en primer lugar, sean suficientes para obtener unos niveles de solvencia aceptables y en segundo lugar no limiten en exceso la actividad aseguradora debido a los problemas que cuantías excesivas del mismo acarrearán en cuanto a su financiación.

La exigencia de un margen de solvencia en función del conjunto de sus actividades, inspirada en el sistema comunitario y concretamente en las directivas 73/239/CEE y 79/267/CEE, se implantó en nuestro ordenamiento por el Real Decreto de 2 de marzo de 1978, aunque hubo dificultades para su efectivo cumplimiento, y se perfeccionó por el de 15 de octubre de 1982. Tras la incorporación de España a la CEE, el artículo 25.1 de la Ley de 1984, su reglamento de 1985 y la Orden ministerial de 7



de noviembre de 1987 completaron el régimen de dicha exigencia recogida hoy por el artículo 17 de la LOSSP, con reflejo de la tendencia comunitaria hacia dar creciente importancia al margen de solvencia consolidado, todo lo cual queda desarrollado en el Reglamento de 1998.

El artículo 17.1 de la Ley se limita a establecer la obligación de que las entidades dispongan en todo momento, por tanto también como obligación duradera, de un margen de solvencia suficiente respecto al conjunto de sus actividades, añadiendo el artículo 17.2 que el margen de solvencia estará constituido por el patrimonio de la aseguradora libre de todo compromiso previsible y con deducción de los elementos inmateriales; y remitiendo el artículo 17.5 a determinación reglamentaria los elementos constitutivos del margen de solvencia exigible, los requisitos que han de reunir, los límites aplicables a los mismos y la definición de elementos inmateriales a tal efecto.

Los orígenes que motivaron la actual regulación comunitaria de solvencia, contenida en la Directiva 73/239 de julio de 1973, sobre todo en lo que a determinación del margen se refiere, se encuentran en un conjunto de estudios, iniciados por Campagne en los años 50, y continuados por De Mori en los 60. Ambos análisis constituyen métodos para la determinación del margen basados en ratios, pues formulan el margen mínimo a cubrir por las entidades aseguradoras, desde la consideración de relaciones por cociente entre diversas magnitudes.

El trabajo de Campagne (iniciado para la OCDE, 1961), utilizaba un modelo matemático consistente en ajustar una distribución beta a los ratios de "Siniestralidad/ Primas", estableciendo una probabilidad de ruina prefijada, 0,003 para un año, o 0,001, para tres años. Los datos utilizados correspondían a diez compañías de seguros suizas durante el período 1945-1954. Con posterioridad, otro grupo de trabajo dirigido por Campagne, utilizó la misma metodología con otros datos, referidos a ocho empresas en el período 1952-1957.

Como resultado se propuso un margen mínimo de solvencia del 25% de las primas al que habría que sumar un 2,5% de las primas cedidas para cubrir el riesgo de insolvencia de los reaseguradores.

El trabajo de De Mori, B. (1965), tras la publicación del artículo de Campagne, pretendía encontrar un margen de solvencia explícito más extensivo. El supuesto básico fue la distribución normal del ratio "Siniestralidad /Primas". Los resultados se obtienen para cuatro países, dividiendo las empresas de seguros en tres grupos, siendo el criterio de solvencia aplicado que el margen de solvencia junto con las primas del año cubriese la esperanza matemática de la siniestralidad más tres veces la desviación típica.

Los resultados presentaron una gran variabilidad entre países y ramos de seguros, tras una ponderación de los mismos se sugirió un margen mínimo del 24% de las primas, 34% de los siniestros o 19% de las reservas técnicas.

Los estudios anteriormente descritos, constituyeron la base sobre la que se sustentaron las posteriores negociaciones y discusiones entre las partes implicadas que precedieron a la promulgación de la primera directiva no vida en 1973 en la que se establecen las reglas de cálculo del margen mínimo de solvencia así como su composición.

En palabras de Del Pozo, Gil Fana y Vilar (1997): "el resultado final puede considerarse fruto de una decisión a medio camino entre *política* y *técnica* en la medida en que las recomendaciones de los estudios se rebajaron en función del impacto en el sector asegurador".

La regulación del margen de solvencia se da en el artículo 16 de la Primera Directiva no vida modificada en su primer apartado por el artículo 24 de la Tercera Directiva.

En el citado apartado se establece que "el Estado miembro de origen exigirá a las empresas de seguros que constituyan un margen de solvencia suficiente con respecto al conjunto de actividades".

Asimismo indica que "el margen de solvencia corresponderá al patrimonio de la empresa, libre de todo compromiso previsible, y con deducción de los elementos intangibles", enunciando a continuación sus elementos constitutivos: Capital Social o Fondo Mutuo desembolsado, reservas libres, beneficios acumulados etc.

El artículo 16, en sus apartados 2 y 3, se refiere a la determinación de la cuantía mínima del margen de solvencia.

En resumen, y siguiendo el artículo 61 del vigente Reglamento de Ordenación y Supervisión de Seguros Privados de 1998, el margen requerido será la cantidad más alta que resulte de aplicar dos criterios, denominados, criterio de las primas y criterio de los siniestros:

1) Criterio de las primas

18% de las primas brutas hasta 10 millones de Ecus y 16% de las primas brutas que excedan esa cantidad.

2) Criterio de los siniestros

26% de la cantidad media de siniestros brutos atendidos hasta 7 millones de Ecus y 23% para los que excedan de la citada cantidad. La media señalada se obtiene sobre la base de los tres últimos periodos.

El margen establecido por la Comunidad Económica europea ha sido ampliamente criticado. En general dichas críticas hacen referencia a la generalidad del margen y a la falta de adecuación a datos más próximos en el tiempo, ya que los estudios que lo fundamentaron hacían referencia a los años 60. Al respecto, Del Pozo et al. (1997) señalan como principales limitaciones del mismo:

1) Los estudios iniciales referentes al margen de solvencia consideran únicamente las fluctuaciones en los ratios siniestralidad sobre primas, sin tener en cuenta el resto de riesgos a los que ha de hacer frente la empresa de seguros para salvaguardar su solvencia.

2) No tienen en cuenta la composición de la cartera, sino que los porcentajes fijados para determinar el margen mínimo de solvencia se aplican sobre el total de primas o de los siniestros.

3) La consideración del reaseguro supone una excesiva simplificación, ya que no se tienen en cuenta aspectos tan importantes como los ramos en que se opera o la propia solvencia del reasegurador.

4) Cuando en el cálculo del margen mínimo de solvencia prevalece el criterio de las primas, al ser éste un porcentaje de las primas comerciales que incluyen los recargos de gestión y de seguridad, resulta que las empresas que apliquen un mayor recargo de seguridad, y "ceteris paribus" posea un mayor nivel de solvencia, tendrán una mayor exigencia en cuanto a margen mínimo de solvencia.

5) Por último, algunos estudios realizados con posterioridad a la publicación de la Primera Directiva no vida en el año 1973 han probado la falta de vigencia de los resultados de los estudios que fundamentaron lo regulado en relación con el margen mínimo de solvencia. Así, cabe citar el trabajo de Wit y Kastelijn (1980) en el que utilizando datos de 71 compañías de los Países Bajos para el período 1976-1978, se obtiene un ratio medio de siniestros sobre primas muy superior al de Campagne, lo que supone que para los mismos valores de probabilidad de ruina, el margen de solvencia debería ser bastante mayor.

### **V.3.- El fondo de garantía**

El artículo 18, al regular el *Fondo de Garantía*, introduce escasas modificaciones respecto del régimen del artículo 25.2 y 3 de la Ley de 1984, limitadas a la alteración de los mínimos exigidos para las entidades que operan en el seguro de asistencia sanitaria, que antes constituía ramo autónomo y que la disposición adicional integra en el de enfermedad.

Señala Fernández Palacios (1988) que la finalidad del fondo de garantía radica en que el margen de solvencia, que depende del volumen de negocios de la aseguradora, nunca sea inferior a determinadas cuantías, lo que evita que la excesivamente pequeña dimensión de la empresa incremente los riesgos de desviaciones.

El artículo 18.1 obliga a disponer con carácter general de un fondo de garantía igual a la tercera parte del margen de solvencia mínimo de cada entidad, pero determina que ese fondo no podrá ser inferior al contravalor en pesetas de 800.000 ecus para las entidades que operen en el ramo de vida o sean exclusivamente reaseguradoras; de 400.000 ecus para las que lo hagan en los ramos de caución, crédito o cubran responsabilidades civiles; y de 300.000 ecus para las restantes, salvo las que operen en los ramos de "otros daños en los bienes", defensa jurídica o decesos a las que bastará el contravalor de 200.000 ecus.

En el Reglamento anterior, se fijaba también el Fondo de Garantía en un tercio del límite mínimo del margen de solvencia, pero los límites

mínimos de éste margen eran 100, 50, 37,5, 20 y 125 millones de pesetas, para las entidades que operen respectivamente, en los ramos comprendidos en los grupos I a V que se definían en el artículo 10 de la Ley de 1984. Esto supone unos límites mínimos en la actualidad ligeramente por encima de los anteriores.

#### **V.4.- Otras medidas**

El artículo 19, en línea con el artículo 26 de la Ley de 1984, limita la distribución de excedentes y las actividades de las aseguradoras en determinados casos.

Con carácter general el artículo 19.1, como el artículo 26.2 anterior, prohíbe el reparto de beneficios o excedentes que se produzcan durante los tres primeros ejercicios completos de la actividad de las aseguradoras y del inicial, si éste no fuere completo, imponiendo que las sociedades anónimas los lleven a dotar la reserva legal, las mutuas a una reserva con el mismo régimen y las cooperativas los incorporen al capital social.

Y el artículo 19.2, en caso de descubierta de provisiones técnicas o insuficiencia del margen de solvencia o del fondo de garantía, prohíbe las siguientes actuaciones de las aseguradoras:

- La distribución de dividendos o derramas activas
- La ampliación de su actividad a otros ramos de seguros
- La ampliación de su ámbito territorial
- La ampliación de su actividad a través de la libertad de establecimiento o de la libertad de prestación de servicios
- La ampliación de la red comercial

Esta relación de prohibiciones incluye la de distribuir dividendos a derramas activas y de ampliar la actividad a través de la libertad de establecimiento o de la libertad de prestación de servicios que no figuraban en el antiguo artículo 26.1, al tiempo que desaparece lo que allí era prohibición de ampliar a otros ramos o modalidades de seguros que queda reducido a la ampliación a nuevos ramos.

## **VI.- RÉGIMEN DE SANCIONES**

La Ley dedica al sistema sancionador (infracciones, sanciones, órganos competentes, procedimiento y recursos) la sección 5ª, artículos 40 a 48, que titula "Régimen de infracciones y sanciones", del capítulo III ("Intervención de las entidades aseguradoras"), del título II ("De la actividad de las entidades aseguradoras españolas").

El sistema sancionador es incompleto, sin embargo, esta circunstancia no plantea en principio mayores problemas al ser de aplicación el título IX "De la potestad sancionadora" (artículos 127 a 138) de la Ley 30/1992 de Régimen Jurídico de las Administraciones Públicas y el Procedimiento Administrativo Común y el Reglamento del Procedimiento para el ejercicio de la Potestad Sancionadora, aprobado por el Real Decreto 1398/1993.

La iniciación del expediente sancionador será siempre de oficio por el órgano competente, por propia iniciativa, como consecuencia de orden superior, petición razonada de otros órganos o denuncia. En especial, hay que mencionar la iniciación del expediente sancionador como consecuencia de la actividad inspectora.

Los órganos competentes para la imposición de sanciones son:

- 1) El Director General de Seguros para las infracciones graves y leves.
- 2) El Ministro de Economía y Hacienda para las graves
- 3) El Consejo de Ministros para la revocación de la autorización.

La Ley regula de modo minucioso las infracciones y sanciones que pueden imponerse, los sujetos responsables, los criterios de graduación de las sanciones, las normas complementarias, y las sanciones al ejercicio de actividades y uso de denominaciones reservadas a las entidades aseguradoras, hasta el punto que puede afirmarse que estamos ante un sistema sancionador de profundidad y extensión hasta ahora desconocidos en el sector asegurador.

## **VII.- LIQUIDACIÓN: LA C.L.E.A.**

Al igual que bajo el régimen de la LSP de 1984, podemos distinguir en la LOSSP, dentro del régimen de la liquidación de las sociedades de seguros, cuatro supuestos, si bien se introducen importantes novedades respecto al régimen de dicha Ley. En primer lugar, la liquidación que podríamos calificar *propia*, en el sentido de que se efectúa por la sociedad y sin intervención específica de la Administración Pública. La segunda es la liquidación *intervenida* por la Administración; la tercera es la *ejecutada* por la Comisión Liquidadora; y la cuarta la *judicial*, en el caso de declaración de quiebra de la sociedad.

La llamada liquidación propia es la efectuada por la propia sociedad de seguros. Puede provenir de cualquiera de las causas de disolución de la sociedad, desde la disolución voluntaria hasta las derivadas de la imposibilidad de cumplir el fin social o el no cumplir el plan de saneamiento.

El segundo supuesto apuntado de liquidación radica en el caso de que la liquidación sea intervenida por la Administración Pública. Este supuesto se diferencia del anterior porque hay una declaración expresa de que la Administración Pública va a vigilar de cerca esa liquidación. Aun en el supuesto anterior la Administración Pública conserva su control genérico, su vigilancia, sobre la sociedad (artículo 27.2). Ahora bien, lo característico de la liquidación intervenida es que esa vigilancia o control se hace más intensa al designarse a un interventor que va a vigilar de cerca la liquidación.

Corresponde al Ministerio de Economía y Hacienda declarar la liquidación intervenida cuando lo crea necesario para "salvaguardar los intereses de los asegurados, los beneficiarios y perjudicados o de otras entidades aseguradoras" (artículo 27.2).

El tercer supuesto es el caso en que la liquidación intervenida sea ejecutada por la Comisión Liquidadora, que, creada por el Real Decreto Ley 10/1984, ha sido regulada con especial detalle por la sección 3ª del capítulo III relativo a la intervención de las entidades aseguradoras.

Cabe, por último, que la liquidación sea judicial por medio de los procedimientos de quiebra o suspensión de pagos. En estos casos la Ley se ocupa, en primer lugar, de las funciones que en tales procedimientos debe asumir la Comisión Liquidadora de Entidades Aseguradoras (C.L.E.A.) y, en segundo término, para indicar que el importe de los bienes a que se refiere el artículo 59 de la Ley (bienes afectos a un crédito singularmente privilegiado) se distribuirán entre los asegurados, beneficiarios y terceros perjudicados, al tiempo que añade que "sin perjuicio del derecho de los mismos en el procedimiento de quiebra o suspensión de pagos".

Los liquidadores han de reunir determinadas condiciones en cuanto a honorabilidad, cualificación y experiencia. De no ser nombrados por la sociedad en los 15 días siguientes a la fecha que proceda o señale el Ministerio de Economía y Hacienda será la propia Administración Pública quien los designe.

Entre las funciones de los liquidadores se encuentra la formación del inventario, la formación de una lista de acreedores, enajenación de los bienes sociales y demás previstas en la Ley de Sociedades Anónimas y que no estén en contradicción con los preceptos específicos de la LOSSP.

Una vez concluido el periodo liquidatorio se llega a la extinción de la entidad y el Ministerio de Economía y Hacienda debe de declarar tal extinción y proceder a la cancelación de los asientos de la entidad en el registro administrativo (artículo 27.5).

La creación de la C.L.E.A. a través de un Real Decreto Ley, el 10/1984, de 11 de julio, se concibe, aparentemente como un ente nacido para una situación concreta y determinada no sólo por el carácter de la norma en sí, sino porque además su propio preámbulo ponía de manifiesto que se dictaba para poner fin a problemas urgentes planteados en aquel momento cuya reiteración no se esperaba. La particular situación de crisis del sector asegurador hizo necesario adoptar una serie de medidas, calificadas de urgentes, que permitieran "proceder a la liquidación ordenada y ágil de las empresas de seguros cuya liquidación



sea intervenida administrativamente". Es en el marco de estas medidas cuando se crea la Comisión Liquidadora de Entidades Aseguradoras, que tendrá como objeto asumir, en determinados casos, la condición de liquidador en el supuesto de entidades intervenidas.

Pero aquella Comisión, creada en una situación del sector asegurador que se consideraba "excepcional y transitoria", se ha mantenido a lo largo de este tiempo, afianzándose ahora en la normativa ordenadora del seguro.

La nueva Ley de Ordenación y Supervisión de Seguros Privados supone la definitiva y permanente consolidación de la C.L.E.A. en nuestro ordenamiento, confirmando la naturaleza jurídica y los fines de la entidad. En efecto, la Ley 30/1995 se ocupa detenidamente de la regulación de la entidad, su definición y características y los procedimientos que ha de seguir en el desarrollo de sus tareas propias. En definitiva, la C.L.E.A. se ha integrado en el sector asegurador español como una pieza clave para su ordenación y saneamiento.

A lo largo de la sección 3ª del capítulo III del título II de la nueva ley se incorpora la práctica totalidad de las normas que la experiencia ha venido probando eficaces y que, recogidas unas en el reglamento de la C.L.E.A., aprobado por Real Decreto 2020/1986, y otras en la Orden Ministerial de 25 de marzo de 1988, eran ya de aplicación en las liquidaciones. Incluso se eleva a rango de Ley la interpretación que de esas disposiciones venía haciendo la Junta Rectora de la C.L.E.A..

La C.L.E.A. ha sido una experiencia positiva, ya que representa una respuesta adecuada y propia de una economía de mercado para la crisis y el saneamiento del sector asegurador español.

**CAPÍTULO II.**  
**LOS RATIOS**

## I.- INTRODUCCIÓN

A la hora de evaluar la situación financiera de una empresa resulta difícil hacerlo en base únicamente a sus datos en un momento del tiempo. Podemos pensar que hay datos tan relevantes como el resultado del ejercicio que puede decirnos si una empresa va bien o no con solo mirar si ese saldo es positivo o negativo. Pero a nadie se le puede escapar que éste es un argumento pueril y que una empresa puede estar en mejor situación que otra de cara a continuar en el negocio, incluso aunque en el mismo ejercicio la segunda tenga beneficios y la primera pérdidas. Por otra parte, aunque asimilásemos beneficios con buena situación no responderíamos a la pregunta de cuan buena es y si es mejorable.

Para dar respuesta a éstas y otras preguntas, un buen método es la **comparación**, para situar en términos relativos esos datos respecto a algún patrón de medida.

El problema que surge a continuación es con qué hacer las comparaciones. Existen distintas alternativas:

- 1.- Podemos hacer comparaciones en el tiempo y estudiar la evolución temporal de la empresa.
- 2.- Podemos comparar con el resto de empresas del sector y ver en que posición queda respecto a aquello que nos interesa.
- 3.- O bien, podemos hacer un análisis económico, fijar objetivos y ver en que medida los cumple.

Para realizar este tipo de comparaciones no nos son de utilidad las magnitudes absolutas en *términos monetarios*, puesto que el tamaño de la empresa condicionará el tamaño de las distintas magnitudes que queramos utilizar en la comparación entre empresas, así como la inflación condicionará la comparación intertemporal. Para que la comparación sea más adecuada

hemos de acudir a los **ratios** que nos darán valores más o menos independientes del tamaño de las empresas, así como de la inflación. Aunque siendo estrictos es muy posible que un mismo valor de los ratios no signifique exactamente lo mismo en empresas de distinto tamaño o en períodos con distintos niveles de inflación, éste es un efecto menos acusado y del que se suele hacer abstracción.

Como ejemplo de lo anterior baste pensar en la información que podemos extraer de la cifra de beneficios y la que nos proporciona conocer la rentabilidad de los capitales invertidos. En el primer caso la comparación de dos empresas no nos diría mucho respecto a su posición relativa, mientras que el segundo dato ya nos va dando una información más relevante de cara a evaluar la situación de la empresa y ver si se puede mejorar (ámbito interno) o si es una buena inversión (ámbito externo).

En general, los distintos ratios me permitirán evaluar la situación de la empresa en aquellos aspectos que resulten relevantes a los distintos agentes implicados, así al empresario le puede interesar ver la evolución en el tiempo de su empresa, la evolución respecto a los objetivos que se haya fijado..., al potencial inversor le interesaran los ratios de rentabilidades, al prestamista los ratios de solvencia, al acreedor los ratios de liquidez, etc.

Todos ellos necesitan la referencia que les ofrecen los ratios para poder elegir ante las distintas alternativas a su alcance. En el caso del empresario entre las distintas estrategias de gestión, el prestamista entre los distintos agentes a los que puede ir destinado su préstamo etc.

El análisis por ratios ha sido uno de los instrumentos más empleados para la interpretación, enjuiciamiento y evaluación de los estados contables financieros así como para la toma de decisiones de inversión, siendo uno de los más útiles a la hora de determinar la situación económico-financiera de una empresa, sobre todo desde la perspectiva externa, puesto que a través de ellos podemos interpretar y formular un diagnóstico de la misma, aspecto crucial para la toma de decisiones por los diversos agentes económicos y sociales interesados en su trayectoria y posición en un momento dado (Rivero Torre, 1998).

Para Banegas, Sanchez y Nevado (1998) el citado diagnóstico se puede realizar mediante la comparación de ratios de la propia empresa con:

- . Los teóricos o ideales de tipo general (comparación genérica)
- . Los obtenidos de la misma en distintos períodos del tiempo, presente y pasados (comparación en el tiempo)
- . Los de otra, otras o conjunto de empresas del mismo sector, o, en concreto, con los ratios ideales de tipo sectorial (comparación en el espacio)
- . Los previstos en base al régimen presupuestario (comparación en virtud de lo esperado)

En el primer caso se tiene una referencia de lo que debía ser a nivel óptimo. En el segundo, se puede observar cuál ha sido la evolución de la empresa a lo largo del tiempo, mientras que en el tercero, se puede apreciar la situación en que se encuentra frente a sus competidores o frente a un grupo de empresas representativo del sector. Por último, en el cuarto se revelarán las variaciones producidas respecto a lo presupuestado.

Este tipo de análisis implica la descomposición en sus partes componentes de los estados contables financieros que se analizan, realizada a partir de los datos más relevantes, en tiempo oportuno y de la forma más correcta posible, para su posterior comparación con información externa e interna. De este modo, y teniendo en cuenta las informaciones de carácter general, sectorial y las relacionadas con la propia empresa, se irán examinando los comportamientos que se desprenden de las diversas comparaciones que se realicen con los ratios, a lo largo del tiempo y del espacio, a fin de observar su tendencia y, en su caso inferir y predecir valores futuros, así como obtener desviaciones en función de comparaciones con otras empresas, sector, propia empresa.

Ya en el 1959 la Société d'Expertise Comptable Fiduciaire de France definía los ratios según su finalidad del siguiente modo:

1.- Respecto al plan general de la economía ratio significa: "cociente entre dos fenómenos económicos ligados por una relación característica".

2.- Respecto al plan particular de la empresa un ratio es: "un cociente expresivo entre dos datos característicos de la situación, potencial, actividad o rendimiento de la empresa.

Diferenciando entre ratios:

. *Reales*, cuando los datos son facilitados por el balance y la cuenta de explotación (datos contables) o por estadísticas de la empresa (producción, mano de obra, ventas etc.)

. *Standards*, si los datos se han obtenido apriorísticamente.

3.- Respecto al plan profesional, distinguían:

. *Los ratios medios*.

Son los ratios representativos del ramo profesional. El hecho de que se les llame ratios medios no supone necesariamente que éstos ratios representen la media aritmética de los ratios de las empresas. A menudo es necesario utilizar una medida de posición (mediana, cuartila,...) e incluso determinar una media combinada (basada en la media geométrica, mediana, moda etc.) con el fin de evitar una nivelación arbitraria que corra el riesgo de falsear los resultados.

Los ratios medios constituyen puntos útiles de referencia para determinar la posición de la empresa con relación a la competencia.

. *Los ratios pilotos*.

Así como los ratios medios expresan la realidad tal cual se desprende de la observación de cierto número de empresas de igual género de actividad, los ratios pilotos representan la finalidad a alcanzar para obtener la mejor productividad, habida cuenta de los medios de que disponen la mayor parte de las empresas de la rama cuya actividad se considera.

Esta clase de ratios se obtienen de los ratios de empresa –en este caso se seleccionan los mejores, con la condición de que se trate de una situación normal y estable – o bien de estudios técnicos fundamentados en el estudio de mercado, consumo de materias primas, empleo de mano de obra, etc.

Asimismo, también se señala en esta obra la gran utilidad de este tipo de análisis, poniendo de relieve esta utilidad bajo sus distintos puntos de vista. Así:

. Para la *administración de las empresas* el estudio de los ratios constituye un método de análisis sistemático y expresivo de la situación, de la

actividad y del rendimiento de las empresas. El valor de cada ratio es estudiado en sí mismo y por comparación con el de los demás ratios, dada la estrecha relación que entre ellos existe. El estudio comparativo constituye, por otra parte, un medio de control de la administración en sus diversos aspectos:

- Comparación cronológica de los ratios de la empresa (tendencia de la evolución).

- Comparación con ratios standards o normalizados, calculados dentro del negocio (obtención de índices de productividad).

- Esta comparación interna deberá estar completada por una comparación con los ratios medios profesionales, lo cual permitirá situar a la empresa en el plano de la competencia.

- Esta información económica externa se verá eficazmente completada por el conocimiento de los ratios pilotos, verdaderas normas profesionales que tenderán a representar el standard ideal resultante de elementos y condiciones óptimas.

Este estudio comparativo de los ratios de la empresa sea a través de los obtenidos anteriormente o de los que se deberían obtener, sea con los ratios obtenidos por otras empresas similares, es lo que constituye esencialmente un medio de control eficaz de la administración. La elaboración de previsiones se ve singularmente facilitada por el conocimiento de la posición y tendencia de los ratios que, en definitiva, expresan a través de simples cifras los diversos aspectos de la empresa.

. Para el *experto contable* la técnica de los ratios constituye un método excelente de análisis y de control de la administración de las empresas clientes.

Dicha técnica constituye un complemento muy eficaz en la práctica del control contable puro y permite descubrir las anomalías de las cuentas. Es útil e incluso necesario, calcular los ratios antes del cierre definitivo de los balances. En fin, constituye una base necesaria para los medios de previsión administrativa.

No cabría, en efecto, mejor demostración que la basada sobre el estudio analítico y comparativo de los datos contables y estadísticos (caso de los

ratios), estudio que permitiría formular apreciaciones seguras y cifradas sobre la administración actual de la empresa.

Por otra parte, la organización de estos medios de previsión administrativa debe basarse sobre un análisis previo de los datos contables y estadísticos, para la elaboración de los standards y de las previsiones.

. Para el *responsable de la concesión de créditos* a las empresas también resultan de gran utilidad.

En los Estados Unidos, los especialistas del crédito, han establecido un método para el estudio de los negocios que, partiendo de los balances y estados contables, les permite obtener, para cada rama profesional, una documentación básica que contiene las características generales de una especie de empresa patrón con la que pueden ser comparadas las empresas similares.

Es obvio que lo que más le preocupará al banquero es la solvencia de las empresas.

. Para el *financiero* el problema es mucho más complejo, tratándose en general de participación en el negocio, todos los aspectos de la administración le deben ser conocidos. La confrontación de los ratios de empresa con los ratios profesionales le facilitará su tarea, le permitirá formarse rápidamente una opinión y vigilar así a distancia la marcha de las empresas en las cuales tiene intereses.

. Para los *poderes públicos* también resulta necesario el uso de los ratios, entre otras cosas porque resulta difícil legislar si no se pueden aquilatar por adelantado las consecuencias de las medidas consideradas.

La finalidad que buscan las administraciones públicas consiste en suministrar elementos de apreciación más en el aspecto de conocer la veracidad de los resultados que de conocer la situación económica de tal o cual ramo profesional.



Existen ciertas **reglas** que se deberían observar a la hora de utilizar los ratios como elemento de análisis, reglas que por una parte se refieren al establecimiento de los datos básicos y por otra a la elección de los ratios mismos.

En cuanto al establecimiento de los *datos básicos* (términos de la relación), para que puedan ser utilizados en la comparación con otras empresas deben satisfacer las siguientes condiciones:

- . Que se utilicen sistemas uniformes de contabilidad, es decir, la aplicación del mismo plan de cuentas.
- . Que se comparen períodos contables iguales, generalmente el año natural.
- . Que las empresas representen un grupo homogéneo respecto a su actividad
- . Que respondan a tamaños, características productivas y organizativas similares
- . Que se comparen primordialmente, magnitudes ocasionadas por, y relacionadas con, la actividad principal o accesoria de carácter habitual y no así con las de carácter extraordinario.
- . Que las empresas estén localizadas en la misma área geográfica.
- . Que los estados contables financieros presenten datos reales y fiables.

En cuanto a la *elección de los ratios*, esta debe inspirarse en las siguientes consideraciones:

- . Su número debe ser lo más reducido posible, ya que un número excesivo de ratios requeriría mucho tiempo para utilizarlos y haría más difícil obtener una apreciación de conjunto al no poder relacionarlos entre sí.
- . Los términos de los cocientes deben ser escogidos de forma que los errores y la incidencia de las fluctuaciones monetarias se reduzcan al mínimo.

Hay que prestar especial atención a que la composición cuantitativa y cualitativa de los ratios sea homogénea, esto obligará a usar datos de la contabilidad financiera en vez de la analítica o de gestión no disponibles de las empresas ajenas.

## II.- DATOS BÁSICOS

Por **datos básicos** entendemos aquellos que nos han de servir para calcular los ratios, es decir, el numerador y el denominador de los mismos.

Estos datos básicos pueden reflejar cualquier aspecto medible relacionado con la empresa. Pero no todos los datos están disponibles para todo el mundo, en función del ámbito de disponibilidad podemos distinguir:

1.- *Datos externos*: disponibles para cualquier interesado, por ser datos de obligada publicidad. Fundamentalmente los datos del Balance y de la cuenta de Pérdidas y Ganancias.

2.- *Datos remitidos a organismos oficiales pero que no se publican*: a estos datos además de la propia empresa tienen acceso éstos organismos oficiales, pero no son accesibles a cualquiera interesado. En el caso de los seguros todos los estados estadístico contables que se remiten a la Dirección General de Seguros, a excepción de los que se incluyen en el punto uno.

3.- *Datos internos*, a los que solo tiene acceso la propia empresa.

Bajo el punto de vista de nuestro trabajo, los que más nos interesan son los ratios obtenidos en base a datos externos, ya que no tenemos acceso a otros datos básicos.

En general los estudios que impliquen la comparación de las empresas con otras de similares características sectoriales, tendrán que basarse en datos externos, o si los realizan los organismos oficiales con más información, con los datos que les remitan las empresas.

Con los datos de carácter interno, la empresa podrá llevar a cabo estudios que supongan comparaciones en el tiempo, es decir, su evolución; comparaciones con objetivos que se haya fijado la propia empresa etc., pero no podrá comparar con otras empresas porque no dispone de esos mismos datos para ellas.

Vamos a centrarnos en los datos básicos que van a servirnos para el cálculo de los ratios que vamos a utilizar en nuestro análisis, es decir, los datos del Balance y de la Cuenta de Pérdidas y Ganancias.

El **Balance** representa la situación patrimonial de la empresa, dando una visión de las fuentes de financiación y las inversiones en que se materializan esos fondos.

Suele presentarse de manera que en el activo las partidas vayan de menor a mayor liquidez (entendiendo por liquidez la posibilidad de realización en dinero en el corto plazo sin incurrir en pérdidas) y en el pasivo de menor a mayor exigibilidad.

Estas partidas suelen agruparse a la hora de hacer análisis financiero en masas patrimoniales homogéneas en alguna medida en función del grado de liquidez y exigibilidad respectivamente. Así suele hablarse de activo circulante (que recogería las partidas más líquidas) y activo fijo; así como de pasivo a corto plazo (con vencimiento inferior a un año) y pasivo a largo plazo.

El otro estado importante para nosotros es la **Cuenta de Pérdidas y Ganancias**. Es este un estado de flujos, y recoge los gastos e ingresos que han dado lugar al resultado del ejercicio.

### III.- CLASIFICACIÓN DE LOS RATIOS

Los ratios deben cubrir todos los aspectos de la administración con objeto de constituir un método general de análisis y de control de la misma. Cada uno de ellos debe expresar una característica esencial de la situación, potencial, actividad o rendimiento de la empresa.

Entre los principales grupos de ratios, podemos citar:

#### 1.- Ratios financieros

Estos ratios tienen por objeto:

- . Analizar la estructura financiera del negocio (origen de los capitales, clase de financiación de los elementos del activo, cobertura de deudas) y apreciar, por consiguiente, su estabilidad financiera y su potencial de crédito.
- . Hacer evidentes ciertos aspectos esenciales de la política financiera de la empresa (coeficiente del capital circulante, autofinanciación etc.)
- . Desarrollar la política de crédito, en particular frente a la clientela.
- . Medir la rapidez con que circulan los capitales que componen el fondo de maniobra. Esta rapidez, que constituye uno de los factores de rentabilidad financiera de la empresa, debe ser analizada conjuntamente con el rendimiento técnico, para apreciar el rendimiento económico.

#### 2.- Ratios técnicos

Tienen por objeto:

- . Analizar la política seguida respecto a la mano de obra
- . Medir el grado de actividad de la empresa
- . Elaborar un programa de renovación del material
- . Medir el rendimiento técnico

#### 3.- Ratios comerciales

Con estos ratios se pretende analizar las ventas y la estructura de la clientela desde el punto de vista de la solvencia, densidad, estabilidad, y apreciar la seguridad de la situación comercial y el potencial de desarrollo.

#### 4.- Ratios de costes

Estos ratios tratan de analizar los costes de producción, distribución, administración y financiación.

#### 5.- Ratios de rentabilidad

Desde el punto de vista financiero, la rentabilidad es el resultado:

. De la velocidad de circulación de los capitales que forman el fondo de maniobra

. Del rendimiento técnico

. Del peso de las cargas

Puede ser medida en función de:

. la actividad expresada por la cifra de negocios.

. los capitales invertidos

Una relación exhaustiva de los ratios y su significado puede verse en la obra "Análisis por ratios..." (Banegas et al., 1998, pp. 187-347), en la cual se distinguen:

### **1.- Ratios de análisis financiero**

. *De la situación financiera a corto plazo*

. Ratios de liquidez

. Ratios de cobrabilidad

. Ratios de cobertura de los gastos financieros y principal de la deuda

. *De la situación financiera a largo plazo*

. Ratios de independencia y garantía financiera

. Ratios de endeudamiento

. Ratios de capitalización

. Otros ratios de carácter financiero

### **2.- Ratios de análisis económico**

. *De la situación económica*

. Ratios relacionados con el punto muerto

. Ratios de productividad o rendimiento

. Ratios de personal de la empresa

. Ratios de comercialización

. Ratios de la política y fondos de amortización

. Ratios relacionados con el valor añadido

. *Del coste de la estructura financiera*

. Ratios del coste de la estructura remunerada

- . Ratios del coste medio del pasivo
- . *De rentabilidades*
  - . Ratio de las perspectivas de rentabilidad a largo plazo
  - . Otros ratios de rentabilidad
  - . Rentabilidad de las acciones y para los accionistas

La mayoría de los estudios acerca de ratios se han hecho pensando en el tipo de negocio de las empresas no financieras, dado que nuestro trabajo está referido al sector asegurador muchos de los ratios tradicionales que se utilizan para las empresas no financieras o bien carecen de sentido o bien tienen un significado distinto. En el siguiente punto comentaremos las peculiaridades del negocio y como afectan éstas tanto a las cuentas anuales como a los ratios que se extraen de ellas.

#### IV.- PECULIARIDADES DEL NEGOCIO ASEGURADOR

Según se define en la Ley 50/1980, de 8 de Octubre, de contrato de seguro: “ El contrato de seguro es aquel por el que el asegurador se compromete, mediante el cobro de una prima y para el caso de que se produzca el evento cuyo riesgo es objeto de cobertura, a indemnizar, dentro de los límites pactados, el daño producido al asegurado o a satisfacer un capital, una renta u otras prestaciones convenidas”.

En esta definición aparecen los dos elementos clave que caracterizan al negocio asegurador:

1.- Por una parte lo que ha dado en llamarse **“inversión del proceso productivo”** que se produce por el hecho de que el asegurador cobra por adelantado el precio del producto que vende (seguridad).

2.- Por otra parte el **coste del producto que vende es aleatorio**, el asegurador desconoce el número y la cuantía de los siniestros a los que va a tener que hacer frente en función de los compromisos adquiridos.

Estas peculiaridades obligan a la adaptación del plan contable general a este tipo de negocio con el fin de poder reflejar adecuadamente la realidad de este sector.

El hecho de que el ingreso por la venta del servicio (seguridad) se haga por anticipado supone que en las cuentas anuales aparezca una *cuenta de periodificación* (La llamada “Provisión para riesgos en curso” en el Reglamento de 1985, actualmente escindida en la “Provisión de primas no consumidas” y “Provisión de riesgos en curso”) muy importante, ya que al ser los contratos de los seguros no vida generalmente anuales y no coincidir en la mayoría de los casos su vencimiento con la fecha de cierre del ejercicio (31 de diciembre), una parte de los ingresos realizados en un ejercicio pertenecerán en realidad al siguiente que será el que soporte el riesgo y por tanto deberá ajustarse la contabilización de esos ingresos mediante la citada cuenta para poder dar una imagen fiel de la situación de la empresa.

Por otro lado, el hecho de que el coste del servicio (la prestación) sea aleatorio hace que al finalizar el ejercicio haya siniestros que habiendo ocurrido no se hayan comunicado todavía, de los que desconocemos tanto su número

exacto como sus importes (pendientes de declaración) y otros que conociéndose su ocurrencia se desconoce el importe definitivo (pendientes de liquidación). En función de estimaciones basadas en la experiencia se dota una provisión por siniestros pendientes de declarar, y partiendo de la información disponible sobre cada siniestro pendiente de liquidar también se dota la correspondiente provisión. Estas provisiones junto con los siniestros pendientes de pago constituyen la *“Provisión por prestaciones y siniestros pendientes”*.

El hecho de que la prima se cobre por anticipado antes de conocerse los costes supone que la fijación de la misma deba realizarse en función de la experiencia pasada, de forma que en media las primas a lo largo de un año sirvan para cubrir los siniestros a lo largo del mismo período. El hecho de que estos cálculos tengan validez para períodos anuales hace necesaria la existencia de un *capital mínimo* en las empresas que comienzan en el negocio, puesto que no se puede garantizar esa correspondencia estadísticamente para períodos inferiores al año. Por otra parte, incluso para un período anual pueden existir *desviaciones de la siniestralidad* por encima o por debajo de la media, circunstancia ésta que en base al principio de prudencia aconseja dotar una provisión por este concepto, la actual *“Provisión de estabilización”*, antigua *“Provisión por desviación de la siniestralidad”*, así como mantener *adecuados márgenes de solvencia y garantía* para hacer frente a desviaciones negativas.

Todo esto hace que el lado del pasivo en el balance de las aseguradoras tenga un perfil diferente al de una empresa no financiera:

- . Por una parte nos encontramos con que dado que cobran por anticipado no suelen acudir a los mercados de capitales a pedir prestado, así que no suelen tener importantes volúmenes en empréstitos, ni deudas con bancos etc.

- . Los mayores pasivos los tienen con sus clientes en forma de provisiones técnicas, son pasivos por tanto contingentes y de importe aleatorio en muchos casos.

Estos capitales que aparecen por el lado del pasivo en el balance han de estar correctamente invertidos de manera que quede suficientemente garantizada la solvencia, la liquidez y la rentabilidad.

Esto supone que el activo de estas entidades también presente peculiaridades respecto a otro tipo de negocios:



. Al ser un negocio financiero, no necesita de una gran cantidad de inmovilizado afecto a la actividad, aunque es posible que tengan inversiones en inmovilizado para obtener una rentabilidad financiera.

. La partida de inversiones será muy voluminosa, ya que los aseguradores deben invertir la gran cantidad de recursos que acumulan mediante el cobro de primas hasta que tengan que pagar los siniestros.

El asegurador debe poner especial cuidado en realizar inversiones seguras ya que la solvencia de la entidad depende de ello, y por tanto la garantía de los asegurados. Pero también debe garantizar la liquidez manteniendo un porcentaje de esas inversiones en activos fácilmente convertibles en dinero, de manera que esos recursos junto con la tesorería sean capaces de cubrir necesidades inmediatas de dinero que puedan producirse en el desarrollo de la actividad.

Tanto en el activo como en el pasivo aparecen cuentas específicas del negocio asegurador como son las relacionadas con el reaseguro (cesión de parte del negocio a otra aseguradora).

Antes de proceder al cálculo de los ratios es necesario definir que partidas van a entrar a formar parte de las distintas masas patrimoniales que intervienen en la mayoría de ellos. Estas masas patrimoniales en el caso del sector asegurador se definen del siguiente modo en función del modelo de Balance vigente hasta 1997:

Por el lado del activo:

**. Activo fijo**

Incluye las siguientes partidas del balance:

I.- Accionistas

II.- Inmovilizado

III.- Inversiones

. Materiales

. Financieras de control

. Empresas del grupo

**. Circulante exigible**

IV.- Provisiones del reaseguro

V.- Créditos

**. Circulante realizable**

- III.- Inversiones
  - . Financieras especulativas
- VI.- Ajustes
- . Circulante disponible
- VII.- Efectivo

Por el lado del Pasivo:

- . **Neto patrimonial**
  - I.- Capitales propios
- . **Exigible a largo plazo**
  - II.- Provisiones técnicas
    - . Matemáticas
    - . Riesgos en curso
    - . Desviación de la siniestralidad
  - III.- Provisión de responsabilidades
  - IV.- Depósitos de reaseguros
  - V.- Deudas a largo plazo
- . **Exigible a corto plazo**
  - II.- Provisiones técnicas
    - . Prestaciones
  - V.- Deudas a corto plazo
  - VI.- Ajustes

En la actualidad existe un modelo de cuentas anuales diferente aprobado por Real Decreto 2014/1997. Pero dado que los estados con los que hemos trabajado datan de fechas en las que regía el anterior modelo hemos optado por describir las masas patrimoniales tal como nosotros las hemos utilizado. En todo caso, la filosofía a la hora de definir las masas patrimoniales es la misma independientemente del modelo de balance, y dado que el actual modelo mejora en varios aspectos el anterior, lo más probable es que la definición de estos conceptos pueda llevarse a cabo de un modo más ajustado.

## V.- LOS RATIOS EN EL SECTOR ASEGURADOR

Puede decirse que la clasificación de ratios financieros más utilizada con respecto a las compañías de seguros es la siguiente:

1.- **Ratios de liquidez:** Examinan la adecuación de los activos que pueden producir liquidez para cubrir pérdidas y otras obligaciones.

Cualquier empresa debe tener liquidez suficiente para cubrir sus obligaciones a corto plazo. A una compañía de seguros, su liquidez le proviene de dos fuentes:

a) Flujos de caja: Se obtienen en primer lugar de las primas y de la rentabilidad de las mismas y segundo, de los intereses proporcionados por la inversión de los activos, dividendos y otros ingresos provenientes de su patrimonio.

b) Liquidación de activos: La segunda fuente de liquidez, se encuentra en los activos invertidos por sí mismos. La compañía puede vender sus activos para conseguir liquidez.

2.- **Ratios de beneficios:** Miden la eficiencia de la Administración y Dirección y su capacidad para mantener la estabilidad financiera a largo plazo.

Como es sabido, el beneficio en una compañía implica la comparación de las cuentas de ingresos y gastos presentadas en el estado anual de la misma. Básicamente, en una compañía de seguros, el análisis incluye como ingresos, el nivel de primas, ingresos por inversiones y otros ingresos, y como gastos, aquellos procedentes de la actividad aseguradora propiamente dicha ( siniestros), gastos de ventas, y otros gastos que deben deducirse de los ingresos.

Existen muchos ratios que miden el beneficio de las operaciones de seguros, pero solo algunos de ellos tienen un significado por sí mismos. Otros toman significado mediante su comparación a lo largo del tiempo.

3.- **Ratios de capacidad:** Miden si su compañía está llevando sus operaciones de forma que asegure que se pueden cubrir las obligaciones futuras.

La capacidad se refiere a la capacidad financiera para el negocio asegurador. Para una compañía de seguros, queda reflejada mediante dos factores:

- a) Capitalización: La capacidad de la compañía es mayor, cuanto mayor es su capital aportado y su excedente o capitales libres.
- b) Normativa contable: Los requisitos conservadores de las normas contables, tienen el efecto de limitar la capacidad de una compañía de seguros.

Como señalan Fernández Palacios y Maestro (1991): "La doctrina suele considerar como básicos determinados ratios representativos de la situación de cualquier empresa o sector, los cuales son también de utilidad cuando nos movemos dentro del campo asegurador, sin perjuicio de su particular interpretación a tenor de la peculiaridad del funcionamiento de las correspondientes entidades".

A continuación vamos a pasar a describir un amplio conjunto de ratios financieros referidos al sector asegurador propuestos por estos autores por considerar que recoge los ratios más relevantes y ser bastante exhaustiva. En segundo lugar y para completar la anterior relación haremos referencia a los ratios recomendados por Linares Peña (1996) a los auditores para su análisis.

Entre todos los ratios posibles Palacios y Maestros (1991) seleccionan los siguientes como más representativos:

## **A) RATIOS DE ESTRUCTURA FINANCIERA**

### *1.- Ratios de situación financiera*

#### 1.1.- Liquidez a corto plazo

$$f_1 = (\text{Activo Circulante Disponible} + \text{Activo Circulante Exigible}) / \text{Pasivo Circulante}$$

Objeto: reflejar la disposición de la empresa para hacer frente a las obligaciones de vencimiento inmediato. No es especialmente significativo al aplicarlo al sector asegurador, dada la importancia que, en el mismo, tiene el realizable dentro del activo circulante.

1.2.- Liquidez a medio plazo o solvencia a corto

$$f_2 = \text{Activo Circulante} / \text{Pasivo Circulante}$$

Objeto: Representa la distancia a la suspensión de pagos. En las empresas de seguro este ratio mide mucho mejor que el anterior la disposición para hacer frente a las obligaciones a corto plazo, dada la facilidad de conversión en liquidez del activo circulante realizable, al estar en buena parte integrado por valores que cotizan en mercados organizados. En una empresa de seguros con un funcionamiento normal este ratio debe superar ampliamente la unidad.

Igualmente expresivo sería el ratio complementario:

$$f_2' = \text{Activo Fijo} / (\text{Neto} + \text{Pasivo a Largo})$$

que refleja la aplicación de sólo una parte de los recursos a largo plazo en la financiación del Activo fijo, destinando el resto a aumentar el fondo de maniobra.

1.3.- Garantía o distancia a la quiebra

$$f_3 = \text{Activo Real} / \text{Pasivo exigible}$$

Objeto: representa la garantía que ofrece la empresa a terceros, pues tiene en cuenta todos los bienes de la misma, excluyendo los activos ficticios. En relación con las entidades de seguros, este ratio nos sirve para calcular si una compañía con déficit en el margen de solvencia o fondo de garantía, dispone de recursos suficientes para, ante la posible suspensión de su actividad y apertura de un proceso liquidatorio, al menos atender todas las obligaciones ya contraídas.

Precisamente, dada la existencia del margen de solvencia, una entidad de funcionamiento normal ha de presentar en este ratio un valor netamente superior a la unidad.

1.4.- Firmeza o consistencia

$$f_4 = \text{Activo Fijo/Pasivo exigible a largo}$$

Objeto: representa la garantía de los acreedores a largo plazo. Las entidades aseguradoras deben, por la propia naturaleza de su función, preocuparse por su supervivencia a largo plazo. Por esta razón la inversión inmobiliaria del sector asegurador constituye uno de los principales componentes de su activo.

2.- Ratios de endeudamiento

$$f_5 = \text{Pasivo exigible/Neto}$$

Objeto: Mide la intensidad de la deuda comparada con los fondos propios para deducir el nivel de influencia en la empresa por parte de terceros, o el grado de autonomía financiera de la propia sociedad.

En las entidades aseguradoras la tendencia al crecimiento del ratio de endeudamiento sólo debe venir limitada por el necesario aumento de su denominador, que deriva de los incrementos de margen de solvencia exigibles, a su vez, por el volumen de negocio. Dado que el negocio asegurador descansa en tener un gran número de asegurados que haga que funcione la ley de los grandes números, y que el principal componente del pasivo a largo plazo está constituido por las provisiones técnicas, este ratio es también un indicador del grado de actividad de la empresa. Si su valor es muy bajo cabrá deducir que los recursos aportados en forma de capitales propios no están siendo explotados en toda su amplitud. Pero si su valor es elevado, pero las provisiones técnicas no están adecuadamente cubiertas, nos encontramos en una situación peligrosa, ya que el elevado volumen de negocios puede que no esté respaldado con un adecuado nivel de inversiones.

3.- Ratios de cobertura de provisiones

El análisis financiero de las entidades aseguradoras se encuentra fuertemente condicionado por la normativa vigente en el sector. Esta determina en qué clase de inversiones ha de materializarse la parte principal de los recursos financieros de las entidades (provisiones técnicas).

Buscando una mayor garantía para los asegurados en su relación con las entidades se exige no solo que éstas calculen y contabilicen adecuadamente las provisiones técnicas o compromisos con tales asegurados, sino que además inviertan las mismas en determinados activos, aplicando los principios de seguridad, liquidez, rentabilidad y congruencia monetaria.

Por tanto, cabe incluir en el ámbito del análisis financiero de las entidades aseguradoras como uno de sus principales aspectos, el estudio de la relación entre los bienes aptos para la inversión de las provisiones técnicas (P.T.), por cumplir los requisitos legales, y el total importe de las mismas, siguiendo las directrices marcadas por la Ley y el reglamento de Seguros. El análisis financiero se interrelaciona de esta manera con el análisis legal de los estados financieros.

Así podemos definir dos nuevos ratios:

3.1.- Índice de cobertura

$$f_6 = \text{Activos Aptos para cobertura de P.T.} / \text{P.T. a cubrir}$$

Necesariamente deberá ser superior a la unidad.

3.2.- Índice de tesorería

$$f_7 = \text{Tesorería} / (\text{PTP ptes. Pago} + \text{PTP ptes. Liquidación})$$

Dónde PTP es la "provisión para prestaciones".

Igualmente deberá superar la unidad.

## B) RATIOS GENERALES DE ANÁLISIS ECONÓMICO

### 1.- Ratios de crecimiento

El más significativo es el que nos compara los ingresos por la actividad principal de la empresa (en seguros, primas y recargos) de un ejercicio con los del anterior, expresando el crecimiento porcentual obtenido:

$$e_1 = (P_1 + R_1)/(P_0 + R_0)$$

Dónde:

Pi son las primas del ejercicio i y Ri los recargos externos del ejercicio i.

Objeto: Comparando este ratio con el experimentado por todo el sector se puede conocer si la entidad ha aumentado su cuota de mercado.

## 2.- Ratios de rentabilidad

También conocidos como ratios de eficiencia. Pueden distinguirse:

### 2.1.- Rentabilidad de los recursos totales

$$e_2 = (\text{Beneficio bruto} + \text{coste de financiación ajena})/(\text{Activo Neto Medio})$$

Objeto: Pretende medir la eficiencia con que se han empleado la totalidad de los recursos de la empresa. En seguros, la financiación ajena está constituida principalmente por las provisiones técnicas, siendo su coste muy bajo o nulo en los ramos no-vida.

### 2.2.- Rentabilidad de los recursos permanentes

$$e_3 = (\text{Beneficio bruto} + \text{coste de financiación ajena a largo plazo})/(\text{Recursos permanentes invertidos en la explotación})$$

Objeto: Mide la eficiencia de los recursos permanentes, que en seguros abarcan: los capitales propios, las provisiones matemáticas, de riesgos en curso y de desviación de siniestralidad, las provisiones para responsabilidades y gastos, los fondos de adquisición de pensiones y las deudas a establecimientos de crédito a largo plazo.

Dada la práctica inexistencia de coste de financiación ajena a corto plazo, por la propia naturaleza de las entidades, el ratio de rentabilidad de los



recursos permanentes ha de ser notablemente superior al de la rentabilidad de los recursos totales. A título de ejemplo, la acumulación de cantidades importantes en concepto provisiones técnicas para prestaciones (deudas a corto con los asegurados, no remuneradas) mediante la demora sistemática en el pago de las indemnizaciones, aumentaría el ratio de rentabilidad de los recursos permanentes. No obstante el deterioro consiguiente de la calidad del servicio prestado por la entidad la conduciría probablemente a una disminución de su cuota de mercado.

Este ratio se puede desglosar en dos:

$$e_3 = (\text{Beneficio bruto} + \text{coste de financiación ajena a largo plazo}) / \text{Primas y recargos} \times (\text{Primas y recargos} / \text{Recursos permanentes invertidos en la explotación}) = m \times r$$

Dónde m representa el margen comercial, y r la rotación de los recursos permanentes (nivel de actividad).

El aumento de la rentabilidad puede venir dado por un incremento del nivel de actividad, por un aumento del margen, o por un aumento en ambos.

### 2.3.- Rentabilidad de los recursos propios

$$e_4 = (\text{Beneficio bruto} / \text{Capitales propios}) = \text{Rentabilidad bruta}$$

$$e_5 = (\text{Beneficio neto de impuestos} / \text{Capitales propios}) = \text{Rentabilidad Neta}$$

Si la rentabilidad definida como rentabilidad de los recursos totales, es mayor que el coste financiero de los recursos ajenos, una mayor proporción de éstos en la financiación de la empresa aumentará, a su vez, la rentabilidad de los capitales propios en el futuro. Este factor se conoce como "apalancamiento financiero". Se añade así a los factores económicos que determinan la rentabilidad (margen y rotación), un tercero de índole financiera.

El apalancamiento se mide por el ratio: Recursos permanentes / Capitales propios.

Este ratio en las empresas de seguros interesa que se eleve, en tanto que es también indicativo del nivel de actividad; además los recursos permanentes son normalmente aportados por multitud de asegurados (provisiones técnicas) sin relación entre ellos, por lo que la hipótesis de pérdida de control de la empresa por los órganos de la Sociedad Anónima es poco probable.

### 2.3.- Rentabilidad de cada inversión en particular

$$e_6 = (\text{Ingresos de I.M.} - \text{Gastos de I.M.}) / \text{Valor medio de I.M.} = \text{Rentabilidad de las inversiones materiales (I.M.)}$$

Se puede calcular la rentabilidad de cada activo material en particular de la forma anterior. De idéntica manera puede procederse con las inversiones financieras, tesorería etc.

La gestión financiera puede presentar a la administración problemas desagradables, aun cuando los resultados económicos sean satisfactorios. Tal puede ocurrir con una inmovilización excesiva en una inversión de alta rentabilidad, pero que no genere la liquidez necesaria para hacer frente a determinados pagos corrientes. En sentido contrario puede ocurrir que la situación financiera sea desahogada y sin embargo, la empresa se encuentre en mala situación económica; sería el caso de una entidad que mantenga fuertes sumas en cuentas corrientes.

### 3.- Ratios de productividad

$$e_7 = \text{Primas y recargos} / \text{Número de empleados}$$

Objeto: tienden a medir la eficiencia obtenida en la utilización de los diversos factores de producción. En las entidades financieras interesa en particular la productividad del personal empleado. En el sector seguros deberían obtenerse dos ratios, uno para el personal de la administración central y otro de los empleados comerciales.

4.- Ratios de nivel de actividad

$$e_8 = \text{Primas y recargos} / \text{Recursos propios}$$

Objeto: medir el nivel de actividad en relación con los recursos aportados a la empresa, nos permite medir en qué medida está siendo utilizado el potencial de la empresa.

La tendencia al aumento de este ratio solo debe estar limitada por las exigencias técnico-legales de aportación de recursos adicionales, o incremento del margen de solvencia, en la medida en que aumenta el volumen de negocio de la entidad.

5.- Otros ratios de gestión

Sirven para analizar la incidencia que, en el resultado periódico del negocio, tienen los distintos departamentos o áreas de la empresa.

$$e_9 = \text{Recibos de Primas pendientes} / \text{Primas y recargos del ejercicio}$$

Objeto: mide la rapidez de la empresa en el cobro de los recibos. Un valor muy elevado en este ratio afectará a la rentabilidad de la entidad, que se verá privada de la inmediata disponibilidad de los recursos aportados en forma de primas para su inversión.

$$e_{10} = \text{Provisiones técnicas para prestaciones} / \text{Siniestralidad}$$

Objeto: mide la rapidez de la empresa en el pago de los siniestros. Un valor reducido puede ser indicativo de una alta calidad en el servicio, mientras que un valor elevado puede indicar dificultades de liquidez o un mal funcionamiento en el departamento de gestión de siniestros.

$$e_{11} = \text{Saldo con agentes} / \text{Primas y recargos del ejercicio}$$

Objeto: refleja el nivel de retención en poder de los agentes de los recibos cobrados por los mismos. Un valor elevado perjudicará la rentabilidad de la

empresa, denotando un funcionamiento defectuoso de los circuitos de relación agentes/compañía, o un insuficiente control sobre la red comercial.

### C) RATIOS DE GESTIÓN

#### 1.- Ratios relativos a los ingresos por primas y recargos

##### 1.1.- Ratio de crecimiento

$$r_1 = (P1 + R1)/(P0+R0)$$

Tiene el mismo significado que el ratio  $e_1$  pero aplicado a cada ramo o modalidad en que opera la entidad.

##### 1.2.- Prima media y tasa de prima media

$$r_2 = \text{Primas y recargos} / \text{Número de pólizas}$$

Nos da una idea de la importancia económica de la relación con cada cliente en cada rama o modalidad.

$$r_2' = \text{Total Primas y recargos} / \text{Total capitales asegurados}$$

Recoge el efecto global de los distintos recargos y descuentos previstos en las tarifas. Su comparación con el sector permitirá conocer el nivel de precios en que se sitúa la entidad.

##### 1.3.- Rapidez en el cobro de los recibos

$$r_3 = \text{Recibos de primas pendientes} / \text{Primas y recargos del ejercicio}$$

Su significación es idéntica, para cada ramo o modalidad, a la del ratio  $e_9$ . Sirve para detectar un potencial aumento de recibos incobrables.

#### 2.- Ratios relativos a los siniestros

##### 2.1.- Ratio de siniestralidad

$$r_4 = \text{Siniestralidad} / \text{Primas y recargos}$$

Este ratio debe compararse, por un lado, con el valor que se atribuyó a este ratio en las bases técnicas, cuando se procedió a cuantificar la prima; por otro con el nivel que el mismo alcanza en el conjunto del sector. Si el ratio de siniestralidad de la entidad en un determinado ratio o modalidad, se encuentra por encima de lo habitual en otras compañías, estando en línea con el previsto en sus bases técnicas, deberá actuarse sobre los procesos de selección de riesgos, sobre los departamentos de peritación o gestión, o sobre ambos aspectos.

Si tiene un valor análogo al de otras entidades representativas del sector, pero supera el que se tuvo en cuenta al calcular la prima, deberá procederse al reajuste de la misma.

Si supera tanto el valor del sector como al de las bases técnicas, procederá una elevación de las tarifas por ese concepto, sin perjuicio de otras medidas correctoras posteriores.

## 2.2.- Frecuencia de siniestros y coste medio

$$r_5 = \text{Número de siniestros} / \text{Número de pólizas} = \text{frecuencia de siniestros}$$

$$r_6 = \text{Siniestralidad} / \text{Número de siniestros} = \text{coste medio por siniestro}$$

Las medidas a adoptar dependerán de cual sea el factor de incremento de la siniestralidad.

## 2.3.- Rapidez en el pago de los siniestros

$$r_7 = \text{Provisiones técnicas para prestaciones} / \text{Siniestralidad}$$

Tiene el mismo significado que el ratio  $e_{10}$  para cada ramo o modalidad. Cuanto más se aproxime a cero mayor agilidad tendrá la empresa en la atención de sus compromisos. Ahora bien, la disminución del ratio también puede obedecer a una infradotación de la provisión técnica para prestaciones.

#### 2.4.- Coste medio de los siniestros pendientes y coste medio de los siniestros pagados

$$r_8 = (\text{Provisiones técnicas para prestaciones} + \text{pagos ya realizados siniestros ptes.}) / \text{número de siniestros pendientes} = \text{coste medio siniestros pendientes}$$
$$r_9 = (\text{Prestaciones y gastos pagados}) / \text{número de siniestros pagados} = \text{coste medio de los siniestros pagados}$$

Frecuentemente el coste medio de los siniestros pendientes será superior al de los siniestros pagados, debido a que los siniestros de mayor cuantía son objeto de mayores comprobaciones previas al pago de la indemnización, y en general las tramitaciones son más complejas. Un coste medio de los siniestros pagados superior al de los pendientes puede ser indicio de una infradotación de la provisión técnica para prestaciones, lo que obligaría a una revisión de las estimaciones realizadas por cada siniestro o de los criterios empleados en las mismas.

#### 3.- Ratios relativos a los gastos

$$r_{10} = (\text{Comisiones y participaciones}) / \text{Primas y recargos} = \text{peso específico de los gastos de adquisición}$$
$$r_{11} = (\text{Otros gastos de explotación aplicados}) / \text{Primas y recargos} = \text{peso específico de los gastos de administración}$$

Los anteriores ratios deberán compararse con los respectivos recargos para gastos de adquisición y administración, estimados en las bases técnicas y que forman parte de la prima, para el análisis y la corrección de las desviaciones que se produzcan.

#### 4.- Ratios relativos al reaseguro cedido

$$r_{12} = \frac{\text{Primas y recargos del ejercicio netos de reaseguro}}{\text{Primas y recargos ejercicio anterior netos de reaseguro}}$$

$$r_{13} = \frac{\text{Siniestralidad neta de reaseguro}}{\text{Primas y recargos netos de reaseguro}}$$

Comparando este ratio con el  $r_4$ , conoceríamos si la influencia del reaseguro en la siniestralidad realmente soportada por la entidad ha sido positiva o negativa.

#### 5.- Ratios relativos al reaseguro aceptado

$$r_{14} = \frac{\text{Primas aceptadas del ejercicio}}{\text{Primas aceptadas de ejercicios anteriores}} = \text{crecimiento del reaseguro aceptado}$$

$$r_{15} = \frac{\text{Siniestralidad reaseguro aceptado}}{\text{Primas aceptadas en reaseguro}} = \text{tasa de siniestralidad reaseguro aceptado}$$

$$r_{16} = \frac{\text{(P.T. prestaciones reaseguro aceptado + Pagos ya realizados sin pendientes reaseguro aceptado)}}{\text{Número siniestros pendientes reaseguro aceptado}} = \text{coste medio siniestros pendientes reaseguro aceptado.}$$

$$r_{17} = \frac{\text{(prestaciones y gastos pagados reaseguro aceptado)}}{\text{Número siniestros pagados reaseguro aceptado}} = \text{coste medio siniestros pagados reaseguro aceptado}$$

#### 6.- Otros ratios

$$r_{18} = \frac{\text{Resultado técnico financiero del ramo o modalidad}}{\text{Primas y recargos del ramo o modalidad}}$$

Este ratio es el margen técnico-financiero de las primas, informa sobre el valor añadido que aporta a la entidad cada peseta de prima y recargo del ramo o modalidad.

Linares Peña (1996) recomienda a los auditores el seguimiento de un conjunto de ratios, muchos de los cuales coinciden con los arriba mencionados:

**A) RATIOS DE MEDIDAS CAUTELARES**

a) Pérdidas acumuladas

$$Pa = (\text{Resultados de ejercicios anteriores} + \text{Resultado del ejercicio}) / \text{Capital suscrito}$$

Si el ratio excede del -25%, la compañía estaría sujeta a medidas de control especial, en virtud de lo establecido en actual Ley de Ordenación y Supervisión de Seguros Privados, y que ya aparecía en la anterior legislación de 1984.

b) Causa de disolución

$$Cd = (\text{Resultados de ejercicios anteriores} + \text{Resultado del ejercicio}) / \text{Capitales propios}$$

Si es inferior a -50% la compañía debería disolverse según establece la Ley de Sociedades Anónimas.

c) Cobertura de las provisiones técnicas

$$Cp = \text{Valor de los bienes aptos y afectos} / \text{Provisiones técnicas netas del reaseguro cedido}$$

Un déficit en la cobertura de provisiones técnicas superior al 10% implica también medidas de control especial como determina la legislación de seguros.

**B) RATIOS DE SITUACIÓN FINANCIERA**

Propone siete ratios en este apartado, los seis primeros ya han aparecido en la relación anterior por lo que solo los mencionaremos:

a) Ratio de liquidez a corto plazo



- b) Ratio de liquidez a medio plazo o distancia a la suspensión de pagos
- c) Ratio de garantía o distancia a la quiebra
- d) Ratio de endeudamiento
- e) Ratios de variación de las provisiones técnicas
- f) Ratio de autonomía financiera
- g) Margen de solvencia

$$g = \frac{\text{Margen de solvencia} - \text{Cuantía mínima del margen de solvencia}}{\text{Margen de solvencia}}$$

Mide la cuantía del margen de solvencia en función de la distancia al mínimo.

### **C) RATIOS DE SITUACIÓN ECONÓMICA**

También en este apartado los ratios que selecciona coinciden con alguno de los de la relación anterior:

- a) Ratio de crecimiento
- b) Tasa de variación de ingresos
- c) Ratios de rentabilidad
  - . Rentabilidad de recursos totales
  - . Rentabilidad de recursos permanentes
  - . Rentabilidad de las inversiones
  - . Rentabilidad financiera
- d) Siniestralidad
- e) Nivel de actividad
- f) Cobertura de tesorería
- g) Productividad
- h) Eficacia de cobro

### **D) RATIOS DE GASTOS DE GESTIÓN**

También éstos son similares a los de Palacios y Maestro, y tratan de relacionar los gastos de gestión externa e interna con las primas.

- a) Ratios de gestión externa
- b) Ratios de gestión interna

### E) OTROS RATIOS

- a) Ratio de celeridad en la liquidación de siniestros.
- b) Ratios de provisiones técnicas

|  |
|--|
| $\text{PTRC} = \frac{\text{Provisión para primas no consumidas y riesgos en curso}}{\text{Primas y recargos no vida}}$ |
|--|

|  |
|--|
| $\text{PP} = \frac{\text{Provisiones técnicas para prestaciones}}{\text{Primas y recargos}}$ |
|--|

Muchos más ratios han sido propuestos y muchos más podrían proponerse, pero pensamos que con los arriba mencionados se cubren gran parte de los aspectos que interesa analizar en una empresa de seguros.

### **CAPÍTULO III.**

### **EL ANÁLISIS DISCRIMINANTE**

## **I.-INTRODUCCIÓN: EL ANÁLISIS MULTIVARIANTE**

Como señala Rafael Bisquerra (1989): "La investigación aplicada frecuentemente se encuentra con fenómenos complejos que requieren para su análisis de una considerable cantidad de variables ". Este autor define las técnicas multivariantes como aquellas que se aplican al análisis de muchas variables, siendo por tanto el tratamiento de los datos multidimensional. Para Seber (1984) el análisis multivariable remite al estudio de vectores de variables aleatorias correlacionadas. Kendall (1975), por su parte, define el análisis multivariable como el "conjunto de técnicas estadísticas que analizan simultáneamente más de dos variables en una muestra de observaciones". Según Cuadras (1981) el análisis multivariable es la rama de la estadística y del análisis de datos que "estudia, interpreta y elabora el material estadístico sobre la base de un conjunto de  $n > 1$  variables, que pueden ser de tipo cuantitativo, cualitativo o una mezcla de ambos".

Hasta los años 70 en que se empezó a generalizar el uso de ordenadores, lo laborioso del proceso de cálculo que requerían estas técnicas supuso que los métodos multivariantes permanecieran en el campo teórico de los matemáticos. Actualmente, con la generalización del uso de los ordenadores, la mayoría de investigaciones aplicadas utilizan métodos multivariantes en el análisis de datos.

Los orígenes del análisis multivariable se remontan a las primeras generalizaciones de la correlación y regresión. Una de las primeras aproximaciones conceptuales se debe a Francis Galton. Entre los trabajos pioneros cabe citar el de Karl Pearson (1901) donde se establecen las primeras ideas del análisis de componentes principales y el trabajo de

Spearman (1904). Durante el primer tercio de siglo se producen importantes avances que posteriormente posibilitarán el desarrollo del análisis multivariante. Cabe destacar las aportaciones de Fisher en el análisis de la varianza, la razón de verosimilitud de Neyman y Pearson, y otros avances en chi-cuadrado, correlación y proximidades.

El establecimiento definitivo de la mayoría de los análisis multivariantes se produce alrededor de los años 30, con las aportaciones de Hotelling (1931, 1933), Wilks (1932,1935), Fisher (1935,1936), Mahalanobis (1936) y Barlett (1939).

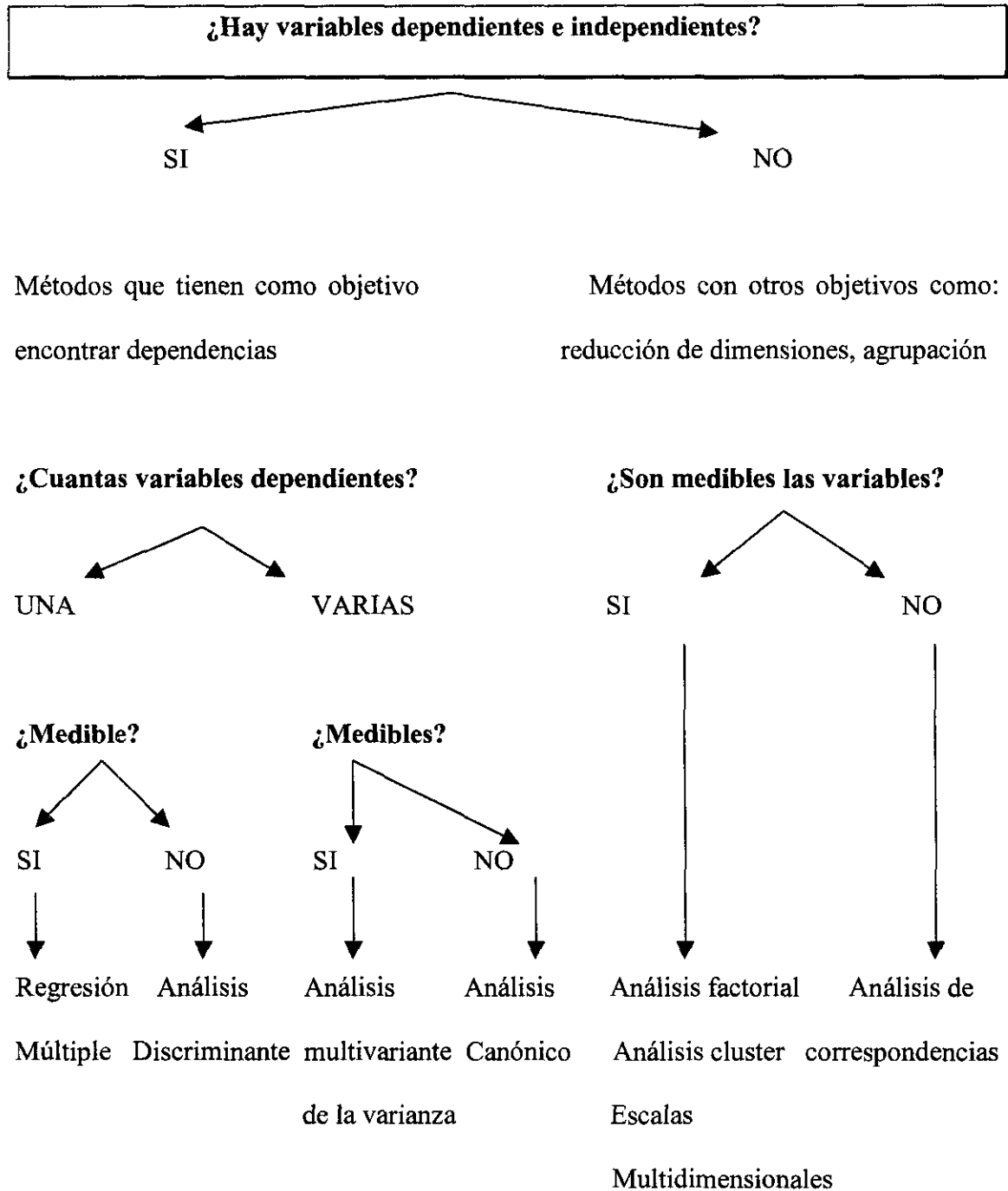
En principio el análisis multivariable quedó reducido al campo de la especulación teórica. Más tarde se estudiaron las posibles aplicaciones (Rao,1952). Sin embargo, como ya hemos señalado, los cálculos eran tan laboriosos que desanimaban los intentos de aplicación.

Como acabamos de ver, los pioneros de la Estadística moderna son ingleses (Galton, Pearson, Fisher, Student, Snedecor) para desplazarse posteriormente el centro de gravedad a Estados Unidos (Hotelling, Wilks, Barlett, etc.). Pero también surgen nuevas 'escuelas'. Especial importancia reviste la escuela india (Mahalanobis, Rao, Roy, Krishnaiah, etc.). A partir de los años sesenta surge la escuela francesa (Benzecri, Lebart, Morineau, Fenelon, etc.) y en los 70 la escuela sueca (Jöreskog y Sörbom).

En los años 60 empiezan a utilizarse los ordenadores en el proceso de análisis de datos. El proceso mecánico deja de tener importancia y empieza a aplicarse el análisis multivariante a la Psicología, Educación, Biología, Medicina, Economía, Geología, etc. En España es en los 80 cuando la informática pasa a ser de dominio público. A partir de ese momento, la mayoría de investigaciones de carácter empírico se plantean la conveniencia de utilizar análisis multivariantes.

La clasificación de las distintas técnicas de análisis multivariante admite muchas variantes, una de las cuales es la que aparece a modo de ejemplo en este trabajo. En la introducción al análisis multivariante de Bisquerra se hace un repaso a los distintos intentos de clasificación de estas técnicas en función de los diferentes criterios adoptados por los autores de las clasificaciones.

## CLASIFICACIÓN DE LAS TÉCNICAS MULTIVARIANTES



Vamos a describir brevemente algunos de estos métodos:

a.- **Modelos de regresión lineal:** se trata de cuantificar la influencia que ejercen variables explicativas de distinto tipo (continuas y categóricas) sobre una variable dependiente de carácter continuo.

b.- **Análisis multivariante de la varianza:** se trata de determinar la influencia de uno o más factores (variables categóricas) sobre más de una variable dependiente.

c.- **Análisis canónico:** Se trata de establecer la interdependencia entre dos conjuntos de variables.

d.- **Análisis discriminante:** El análisis discriminante se aplica para caracterizar mediante un conjunto de variables las diferencias existentes entre distintos grupos (análisis discriminante descriptivo) y también para clasificar observaciones cuando se desconoce el grupo al que pertenecen (análisis discriminante predictivo). La variable dependiente es pues de naturaleza categórica.

e.- **Análisis factorial:** Tiene por finalidad la reducción de datos. Se formula un modelo teórico en que se explica el comportamiento de variables observables mediante factores comunes y factores únicos no observables que se obtienen en el proceso de análisis de datos.

f.- **Análisis de correspondencias:** Es un método de reducción de datos aplicable a variables categóricas.

g.- **Escalas multidimensionales:** Es un conjunto de técnicas que utilizan las proximidades entre objetos para realizar una representación espacial de los mismos.

h.- **Análisis Cluster:** El objetivo aquí es la partición de un conjunto de objetos en grupos tales que los objetos pertenecientes a un mismo grupo sean muy similares entre sí pero muy diferentes a los objetos pertenecientes a otros grupos.

La técnica que hemos optado por utilizar en éste trabajo para estudiar hasta qué punto es posible anticipar el fracaso de una empresa de seguros mediante un conjunto de ratios financieros, ha sido el análisis discriminante, por ser el que mejor se adaptaba a las características del

problema y nos permitía un marco más flexible a la hora de introducir determinados elementos tales como las probabilidades a priori o los costes de clasificación, que como veremos es interesante poder tener en cuenta. Por otra parte, existe una abundante literatura aplicada en la que ésta técnica ha sido elegida con el fin de estudiar el fracaso empresarial utilizando ratios financieros.

En todo caso, en el *primer punto* de este capítulo describiremos brevemente algunos modelos alternativos que pueden ser utilizados, y de hecho lo han sido, para analizar el mismo problema, comparándolos entre sí y con el análisis discriminante de dos grupos y viendo en qué casos se puede llegar a los mismos resultados con cualquiera de éstos modelos.

El *siguiente punto* de éste capítulo entra de lleno en el análisis discriminante y sus posibles aplicaciones: cálculo de probabilidades de pertenencia a un grupo, clasificación o contraste de hipótesis referentes a los distintos grupos. Quizás la aplicación que más nos interese a nosotros desde el punto de vista práctico de predecir cuando una empresa de seguros va a quebrar, sea la de clasificar. Pero no cabe duda de que en la medida en que fuéramos capaces de asignar probabilidades de fracaso a cada empresa, las predicciones serían más informativas y los análisis más matizados, objetivo más ambicioso que debe valorarse en base a la cantidad y calidad de los datos y a la luz de los resultados. Por último, aunque nuestro objetivo no sea contrastar hipótesis acerca de los grupos, éstas son necesarias a la hora de llevar a cabo cualquiera de las otras dos aplicaciones, ya que en función de los resultados de estos contrastes se deberán elegir unas u otras reglas de clasificación, así como una u otra modelización de las probabilidades de pertenencia a un grupo.

El *tercer apartado* de este capítulo es particularmente relevante para nuestro trabajo, ya que trata de los problemas prácticos que surgen en la aplicación de ésta técnica estadística, muchos de los cuales han jalonado nuestro experimento. Como veremos no todos los problemas que pueden plantearse en la práctica tienen solución, pero en la medida en que esto sea así lo debemos tener en cuenta en nuestro análisis, reconocerlo en nuestras conclusiones y en la medida de lo posible evaluar



sus consecuencias sino cuantitativamente, por lo menos en el sentido de las mismas.

Como acabamos de exponer, el **análisis discriminante** va a ser el centro de este capítulo, así que no estará de más que comentemos un poco sus orígenes y evolución en esta introducción.

Algunas de las nociones generalmente asociadas con el análisis discriminante surgen en los años 20. El estadístico inglés Karl Pearson propuso lo que se llamó "coeficiente de parecido racial"(CRL), un tipo de índice de la distancia entre grupos. El CRL fue estudiado extensamente por Morant en los años 20. En esta misma época comienza en la India el estudio de otro índice de distancia, formalizado por Mahalanobis en los años 30. La idea de que la distancia multivariable intergrupos se tradujese en una combinación lineal de variables para la discriminación intergrupos fue propuesta por Fisher en los años 30. Las ideas de distancia y combinación de variables fueron publicadas por primera vez en el trabajo seminal de Fisher en 1936 ("The use of multiple measurements in taxonomic problems", que apareció en *Annals of Eugenics*). Muchas extensiones y refinamientos de la idea de Fisher han ido apareciendo desde los años 40.

Aunque los estudios iniciales de análisis discriminante se aplicaron en las ciencias médicas y biológicas, se fue despertando un gran interés por esta técnica en áreas de estudio como economía, educación, ingeniería, y psicología.

Después del trabajo seminal de Fisher, las siguientes contribuciones están influidas por los trabajos pioneros de Neyman y Pearson sobre el contraste de hipótesis simples frente a alternativas simples. Welch (1939) dedujo, para distribuciones conocidas, las reglas de máxima verosimilitud y de Bayes, que ilustró en el caso de normalidad e igualdad de matrices de covarianzas. Este caso fue también tratado por Wald (1944), que estudió la distribución del clasificador lineal. El problema de la clasificación cuadrática fue estudiado primeramente por Cavalli (1945) y Penrose (1947) en el caso de una variable y por Smith (1947) en el caso de más de una variable. La clasificación en dos o más

poblaciones fue estudiada por Von Mises (1945), Rao (1948) y Bryan (1951), entre otros. A partir de estos trabajos pioneros, el número de publicaciones dedicadas al análisis discriminante es realmente importante. El caso de normalidad ha sido prácticamente estudiado para todas las formas posibles; también son numerosos los trabajos que tienen en cuenta distribuciones discretas o no normales. Se han desarrollado también técnicas de clasificación no paramétricas entre las que destacan las reglas basadas en la estimación no paramétrica de la función de densidad (Rosenblatt, 1956; Parzen, 1962), del entorno más próximo (Fix y Hodges, 1951) y basadas en distancias entre funciones de distribución empíricas (Das Gupta, 1964). En 1966 Kendall propuso un interesante método no paramétrico que ilustra con los datos de Fisher.

Han sido también utilizados métodos de programación matemática para la obtención de funciones discriminantes. A partir de muestras controladas se obtienen discriminadores lineales o cuadráticos que dividen  $R^n$  en regiones excluyentes, según determinados criterios de optimización propios de las técnicas de investigación operativa. Estos métodos tienen la ventaja de no suponer distribuciones conocidas para las variables, ni probabilidades "a priori" para las poblaciones (Rebollo, 1977).

## **II.- TECNICAS DE CLASIFICACIÓN CON DOS GRUPOS**

### **II.1.- INTRODUCCIÓN**

A la hora de clasificar unidades y asignarlas a un grupo con una determinada probabilidad, podemos acercarnos al problema desde dos puntos de vista totalmente distintos pero que en ocasiones nos llevarán a resultados numéricos similares aunque con diferentes interpretaciones. El primero de los enfoques al que estamos aludiendo es el de la **regresión clásica** del cual surgen una serie de modelizaciones distintas de las probabilidades de pertenencia a un grupo; y el segundo enfoque es el llamado **análisis discriminante**, cuyos orígenes se remontan a los estudios acerca del análisis de la varianza.

Los modelos basados en el tradicional modelo de regresión, de los que más adelante veremos tres ejemplos, postulan una línea de causalidad que va de las variables exógenas ( $x$ ) y los errores estocásticos ( $\varepsilon$ ) hacia una variable aleatoria ( $Y$ ) que, en el caso de la clasificación en dos grupos, toma solo dos valores discretos. Se asume que esa relación es determinística en tanto en cuanto, si conocemos las  $x$ 's y los  $\varepsilon$ 's podemos calcular  $Y$ . Se trata de estimar la esperanza condicionada de  $Y$  (o probabilidad de pertenencia a un grupo) dado el vector de variables exógenas  $x$ . Los coeficientes estimados son parámetros desconocidos de esta función de esperanza.

El modelo de análisis discriminante surge de una tradición enteramente diferente. Desde el trabajo de R.A.Fisher (1936), el análisis discriminante evolucionó como una variante y una extensión multivariante de las técnicas univariantes de análisis de la varianza. La aplicación del análisis de la varianza se ha centrado principalmente en cuestiones descriptivas e inferenciales, y a menudo no ha existido una preocupación por los flujos específicos de causalidad. En general este análisis se ocupa de comparar las distribuciones de una o más variables a lo largo de diferentes grupos o poblaciones. En particular, el análisis discriminante asume grupos conocidos, identificables y mutuamente excluyentes. Se

toma una muestra de observaciones de cada grupo, donde cada observación está descrita por un conjunto de variables, y haciendo hipótesis acerca de cómo se distribuyen las variables en cada grupo, este análisis se plantea alguna de las siguientes cuestiones: 1) Contrastar si las medias y/o matrices de covarianzas entre los grupos son iguales, 2) Construir esquemas para estimar probabilidades ex-ante de pertenencia a un grupo para futuras observaciones dada solo la información de las variables discriminantes.

A pesar de que en algunos casos puedan llevar a predicciones similares, las hipótesis del modelo del análisis discriminante son marcadamente diferentes de las de los modelos de regresión. En estos modelos la variable a explicar es una variable endógena determinada por un modelo estructural explícito. Para el análisis discriminante los grupos se toman como dados, y dada la pertenencia a un grupo, la distribución de las variables X está determinada.

En los modelos de regresión, nuestra principal preocupación es la estimación de los parámetros porque está claro que son necesarios para cualquier aplicación del modelo. Dadas las estimaciones de los parámetros con las propiedades deseables podemos discutir las aplicaciones del modelo como clasificación o predicción.

Desafortunadamente, la construcción de un modelo de análisis discriminante no procede de forma similar, y no hay un modelo explícito a estimar. Debemos comenzar especificando el objetivo concreto de un problema (como predicción o clasificación), el cual implicará la necesidad de estimar unos parámetros particulares.

Generalmente los modelos de regresión han sido utilizados como *técnicas confirmatorias*, en el sentido de que se ha intentado contrastar la validez de un modelo teórico que pretende explicar un fenómeno representado por la variable dependiente, en función de una serie de variables que se postulan como explicativas, en virtud de ciertos mecanismos que las ligan. Por el contrario, el análisis discriminante ha ido asociado en la mayoría de los casos al *análisis exploratorio*, en el que se procede de modo inverso, se parte de un amplio grupo de variables potencialmente explicativas y se busca aquel subconjunto que optimice el

resultado que nos interese. Por supuesto, una vez elegido el subconjunto, siempre podemos pensar en un modelo que explique la relación entre esas variables y el fenómeno a explicar, pero a posteriori.

## **II.2.- MODELOS BASADOS EN EL ANÁLISIS DE REGRESIÓN**

A continuación vamos a describir someramente tres formas de modelizar las probabilidades de pertenencia a un grupo basados en el análisis de regresión. Las probabilidades estimadas con estos modelos han sido utilizadas con cierta frecuencia para clasificar unidades en dos grupos.

### **II.2.1.- Modelo de probabilidad lineal**

El modelo empírico más común utilizado en economía y finanzas es el modelo de regresión lineal, el cual debido a su fácil comprensión y manejo es particularmente atractivo. Es natural, por tanto, que se busquen caminos para tratar los modelos de variable dependiente binaria como regresiones.

Sea  $Y$  la variable dependiente que toma solo dos valores:

$Y_n = 1$  si la observación pertenece al grupo  $g_1$

$Y_n = 0$  si pertenece al grupo  $g_2$

Consideremos una muestra de  $N$  observaciones, podemos postular el modelo:

$$Y = \beta' x + \varepsilon$$

dónde  $x$  es el vector de variables independientes,  $\beta$  es el vector de parámetros desconocidos y  $\varepsilon$  es el término de error desconocido, y estimarlo por mínimos cuadrados de la forma habitual. Este procedimiento se encuentra con los siguientes inconvenientes:

1) Tomando esperanzas en la ecuación anterior para  $x=x_n$ :

$$E[Y/x_n] = \beta' x_n$$

si llamamos  $p_n$  a la probabilidad de que  $y$  tome en la población el valor 1 cuando  $x = x_n$ :

$$p_n = \text{Prob}(Y=1/ \mathbf{x}_n)$$

entonces la esperanza de Y es:

$$E[Y/ \mathbf{x}_n] = \text{Prob}(Y=1/ \mathbf{x}_n)*1 + \text{Prob}(Y=0/ \mathbf{x}_n)*0 = p_n$$

por tanto:

$$p_n = \beta' \mathbf{x}_n$$

que es una expresión equivalente del modelo. En consecuencia, la predicción  $\hat{y}_n$  del modelo, estima la probabilidad de que los elementos de la población definidos por  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_n$  pertenezcan al grupo g1. El inconveniente fundamental con esta formulación es que, aunque  $p_n$  debe estar entre cero y uno, no hay ninguna garantía de que su predicción,  $\beta' \mathbf{x}_n$  verifique esta restricción, siendo posible con este modelo prever probabilidades mayores que la unidad.

2) Conocido el valor de  $\mathbf{x}_n$ , los únicos valores posibles de Y son 0 y 1. Por tanto, la distribución de  $\varepsilon_n$  es discreta, con valores  $(1- \beta' \mathbf{x}_n)$  y  $(- \beta' \mathbf{x}_n)$  o,  $(1-p_n)$  y  $(-p_n)$ . Se verifica:

$$E[\varepsilon_n] = p_n (1-p_n) + (1-p_n) (-p_n) = 0$$

por tanto, la variable  $\varepsilon_n$  tiene media cero, pero no sigue una distribución normal. En consecuencia, los estimadores minimocuadráticos del modelo no serán eficientes.

3) La varianza de  $\varepsilon_n$  será:

$$\text{Var}(\varepsilon_n) = p_n (1-p_n)^2 + (1-p_n) (-p_n)^2 = (1-p_n) p_n$$

las perturbaciones serán heteroscedásticas y para estimar el modelo se deberían utilizar mínimos cuadrados generalizados.

A pesar de éstos tres inconvenientes, este modelo es útil en dos situaciones:

1) Cuando el objetivo no sea predecir el valor de nuevas observaciones sino estudiar el efecto de las variables explicativas (para calibrar su importancia relativa) y tengamos una muestra grande con varios valores de  $Y$  para cada observación  $x$ . Entonces, los datos son del tipo  $(R_n, n_n, x_n)$  donde  $R_n$  es la suma de valores de  $Y=1$  para  $x=x_n$ . Las frecuencias relativas  $\hat{p}_n = R_n/n_n$  seguirán aproximadamente una distribución normal y si no difieren mucho el efecto de la heteroscedasticidad puede despreciarse. Aunque entonces el modelo es solo aproximado, proporciona resultados análogos a los conseguidos con el modelo exacto logístico.

2) Cuando el objetivo es clasificar una nueva observación, al conocer sus valores  $x$ , en uno de los grupos posibles. El modelo proporciona un método objetivo de clasificación.

Una interesante característica algebraica de los mínimos cuadrados ordinarios es que la media de las probabilidades estimadas, es idéntica a la fracción de la muestra que representan los valores de  $Y_n$  iguales a uno.

Si las probabilidades extremas predichas son inaceptables, es posible estimar la ecuación lineal por mínimos cuadrados pero sujeto a la restricción de que los valores estimados estén dentro del intervalo  $[0,1]$  para todas las observaciones de la muestra. Si no hay ninguna observación fuera de ese intervalo la restricción será irrelevante. Si sí que la hay, el procedimiento de estimación puede ser expresado como un problema de programación cuadrática y resuelto por algún algoritmo. Esto puede producir estimaciones que son consistentes pero pueden estar sesgadas en muestras pequeñas.

### II.2.2.- Análisis probit y logit

Una respuesta natural al hecho de que el modelo lineal pudiera dejar probabilidades fuera del intervalo  $[0,1]$  fue buscar transformaciones

que restringieran las probabilidades predichas al citado intervalo. Particularmente deseables eran aquellas transformaciones en las que nunca se alcanzase de hecho el cero ni el uno. Esto es consistente con la visión de que incluso para valores extremos, ningún valor puede ser predicho con absoluta certeza.

Es decir, queremos modelizar la probabilidad condicional de pertenencia a un grupo (o esperanza condicionada de  $Y_n$ ) como una función de  $x_n$ :

$$P_n = E(Y_n / x'_n) = F(x'_n)$$

Donde  $P_n$  representa la probabilidad de que la unidad  $n$  pertenezca al grupo  $g_1$  y está restringida al intervalo  $[0,1]$ .

Una clase de transformaciones que restringe la probabilidad al citado intervalo y que tiene el atractivo adicional de la monotonidad en  $x_n$  son las funciones de distribución acumulativas ó:

$$F(x_n) = \int_{-\infty}^{x'_n} f(z) dz$$

donde  $F$  es una función de distribución acumulativa y  $f$  la función de densidad para una función de probabilidad dada. Hay muchas posibles funciones de distribución acumulativas. Por ejemplo, el modelo de probabilidad lineal puede ser visto como la función de distribución uniforme definida sobre un determinado intervalo.

Nosotros solo vamos a describir dos de estas funciones acumulativas, la normal y la logística.

#### **II.2.2.1.- El modelo probit**

Supongamos que pensamos que la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso viene dada por:



$$P_n = F(\mathbf{x}'_n \beta)$$

donde  $F(\mathbf{x}'_n \beta)$  es la función de distribución acumulada de la normal estándar:

$$F(\mathbf{x}'_n \beta) = \int_{-\infty}^{\mathbf{x}'_n \beta} f(z) dz$$

dónde

$$f(z) = (1/2\pi)^{1/2} \exp(-z^2/2)$$

es la función de densidad normal con media cero y varianza unitaria.

En este caso la probabilidad de pertenencia a un grupo está determinada por el llamado modelo de probabilidad probit.

Podemos hacer algunas comparaciones entre el modelo lineal y el probit:

- Para el modelo probit las probabilidades están restringidas al intervalo  $[0,1]$ , y son asintóticas en esos valores cuando  $X_n$  tiende a  $\infty$  ó a  $-\infty$ .

- La forma “sigmoide” de la función de distribución es aproximadamente lineal en el rango central, sin embargo difiere sustancialmente en las colas del modelo de probabilidad lineal, como puede apreciarse comparando los gráficos 1 y 2.

- Otra diferencia es que la derivada parcial de la probabilidad de ocurrencia del suceso condicionada a  $\mathbf{x}_n$  (o cambio de probabilidad para un cambio dado de  $\mathbf{x}_n$ ) no es constante, depende de la probabilidad, siendo menor en las colas y mayor en el centro. Los cambios en las variables independientes tienen más efecto en los valores centrales.

El hecho de que los coeficientes no puedan ser directamente interpretados como parciales, sugiere que son menos informativos que los coeficientes de la regresión lineal. En el caso de un vector de características  $\mathbf{x}$ , podemos interpretar los coeficientes variables de forma

relativa, como parciales relativas. Sin embargo, su escala absoluta no tiene sentido.

Aunque el modelo probit es una atractiva alternativa al modelo lineal, su estimación presenta grandes dificultades computacionales. Esto hace que la función logística menos compleja sea más interesante.

GRÁFICO I. MODELO DE PROBABILIDAD LINEAL.

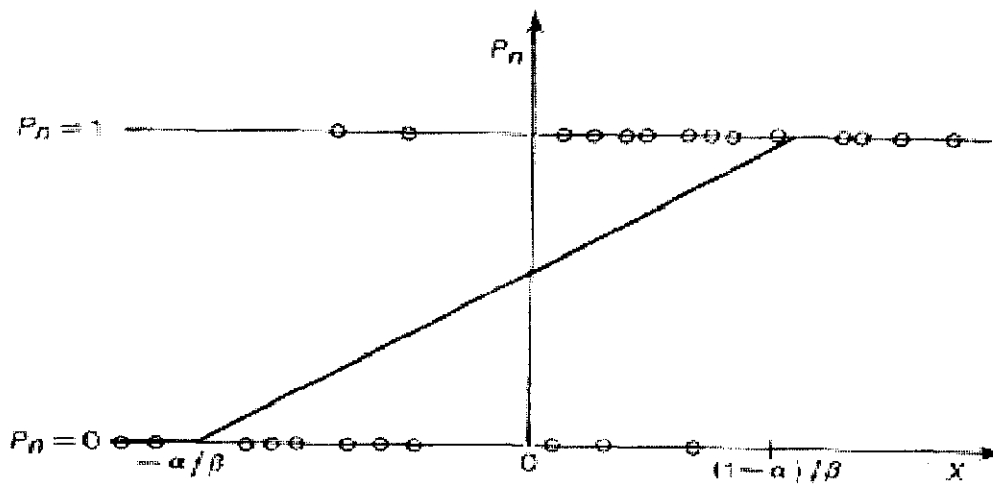
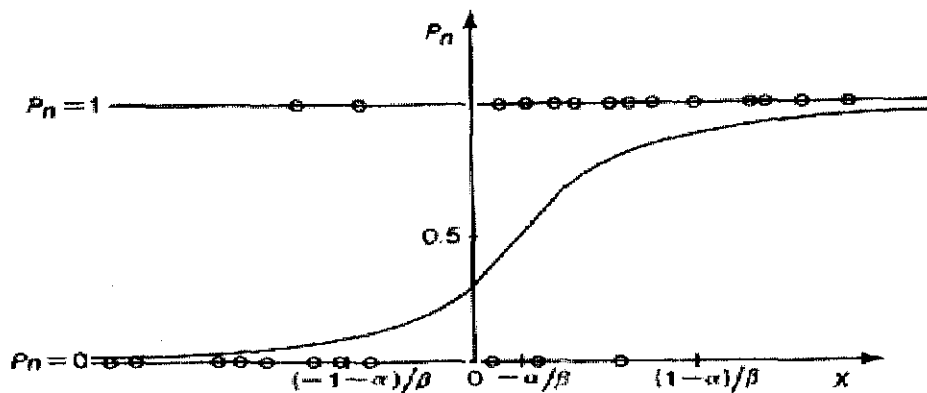


GRÁFICO II. MODELO DE PROBABILIDAD PROBIT.



### II.2.2.2 El modelo logit

Consideremos un modelo idéntico al anterior, pero con una función de distribución acumulada logística:

$$F(x'_n, \beta) = \int_{-\infty}^{x'_n \beta} f(z) dz = \frac{1}{1 + \exp(-x'_n \beta)}$$

donde  $f(z)$  es la función de densidad estándar logística, igual a:

$$f(z) = \exp(z) / [1 + \exp(z)]^2$$

Podemos escribir:

$$p_n = \frac{1}{1 + e^{-x'_n \beta}}$$

y por tanto:

$$\frac{1 - p_n}{p_n} = \frac{e^{-x'_n \beta}}{1 + e^{-x'_n \beta}} = \frac{1}{1 + e^{x'_n \beta}}$$

De donde:

$$g_n = \log \frac{p_n}{1 - p_n} = x'_n \beta$$

Este modelo fue denominado por Berkson (1944) como el modelo de probabilidad logit.

La función de distribución y densidad de la estándar logística es muy similar en forma a la normal estándar. Como la normal, es simétrica con media, moda y mediana cero. Sin embargo, tiene mayor varianza que

la normal lo que supone que tiene más masa acumulada en las colas, como se observa en el gráfico 3.

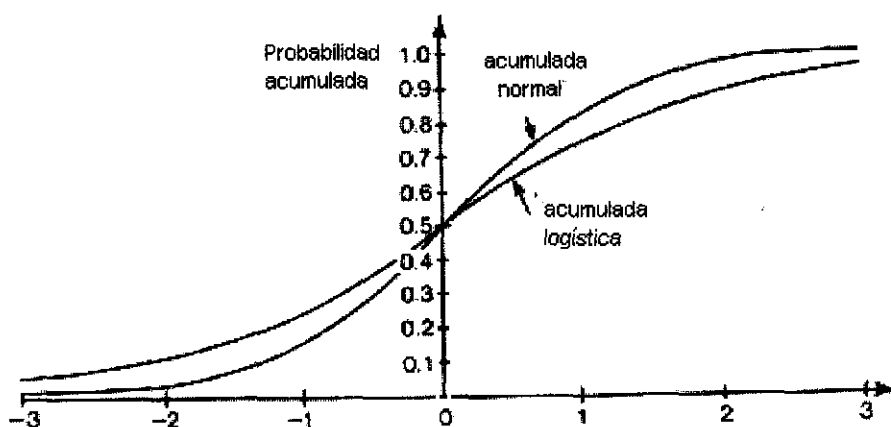
Otra diferencia entre las funciones de distribución normal y logística es que la última tiene una expresión cerrada para su función de distribución acumulada, lo que la hace más tratable computacionalmente.

En otros aspectos son muy similares:

- . Ambos implican probabilidades 0.5 para  $x'_n \beta = 0$
- . Las derivadas parciales dependen también de  $P_n$  y todo lo dicho antes al respecto vale en este caso.

La estimación de los modelos probit y logit se puede hacer de forma iterativa mediante una aproximación maximoverosimil.

**GRÁFICO III. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADAS NORMAL Y LOGÍSTICA.**



### **II.3.- EL ANÁLISIS DISCRIMINANTE**

Como vimos en la introducción a este capítulo, la forma de proceder del análisis discriminante pasa primero por la definición de un objetivo concreto. Quizás el objetivo más común es la predicción de la pertenencia a un grupo dada la información de las variables  $X$ . Esto puede tomar dos formas, podemos estar interesados en predecir el grupo "más probable", o alternatively, podemos estar interesados en computar probabilidades explícitas de pertenencia a un grupo. En cualquier caso se presume la existencia de grupos bien definidos y se trata de decidir cómo clasificar las observaciones todavía desconocidas. El conocimiento de las probabilidades puede utilizarse de modo inmediato para computar el grupo "más probable".

En el contexto de nuestro trabajo, el objetivo es predecir la probabilidad relativa de que una empresa con unos determinados ratios observados provenga del grupo de las futuras insolventes o del grupo de las sanas. Como no se asume que las  $X$  causan la pertenencia a un grupo, no intentamos predecir cuando una empresa quebrará, más bien estamos intentando inferir qué grupo ha generado esa observación.

El concepto ha sido a menudo relacionado con el concepto de "parecido" más que con el de probabilidad. Intentamos construir un esquema que asignará probabilidades de pertenencia a un grupo a las observaciones para las que todavía se desconoce a qué grupo pertenecen, en base a cuál de las dos poblaciones se parece más a la observación. El "parecido" se mide por cómo los valores de " $m$ " variables de la observación se parecen a los de las muestras extraídas de cada grupo para las cuales se conoce el grupo de pertenencia.

El concepto de "parecido" tiene una interpretación tradicional (Anderson 1958; DeGroot 1970) como una probabilidad a posteriori Bayesiana de pertenencia a una población, dados los valores de " $m$ " variables, para una observación para la que se desconoce a qué grupo pertenece. Como todos los procedimientos Bayesianos, las

probabilidades a posteriori para cada observación desconocida se construyen a partir de las funciones de verosimilitud para cada grupo.

Las reglas de clasificación se forman de una manera intuitivamente atractiva, por comparación de las funciones de verosimilitud de los dos grupos. Sin embargo, a menos que los dos grupos tengan el mismo tamaño (no en las muestras sino en la población) la verosimilitud debe ser ponderada antes de que puedan ser comparadas. Además, deberemos tener en cuenta a la hora de construir la regla de clasificación el hecho de no valorar por igual los errores de clasificación en ambos grupos.

A menudo los investigadores tienen otros objetivos distintos al de la predicción. En particular, podemos estar interesados en cuestiones inferenciales como contrastar hipótesis relativas a las medias de los grupos y estructuras de las matrices de covarianzas.

A continuación nos ocuparemos de los tres tipos de problemas que se pueden plantear con este tipo de análisis para el caso de dos grupos:

- 1) Cálculo de probabilidades de pertenencia a una población
- 2) Reglas de clasificación
- 3) Contraste de hipótesis referentes a las poblaciones

### **II.3.1.- Probabilidades de pertenencia a un grupo**

El teorema de Bayes establece que la probabilidad a posteriori de pertenencia a un grupo  $g$  del vector  $\mathbf{x}_u$  es la siguiente:

$$\text{Prob}(g/\mathbf{x}_u) = (\pi_g \times \text{Prob}(\mathbf{x}_u/g)) / \left( \sum_{g'=1}^K \pi_{g'} \times \text{Prob}(\mathbf{x}_u/g') \right)$$

En el segundo miembro, aparecen las probabilidades a priori  $\pi_g$  y las probabilidades condicionadas  $\text{Prob}(\mathbf{x}_u/g)$ .

La probabilidad condicionada  $\text{Prob}(\mathbf{x}_u/g)$  se obtiene calculando la probabilidad del vector observado suponiendo la pertenencia al grupo  $g$ .

Si suponemos que las probabilidades pueden ser representadas por una función continua, la ecuación anterior puede expresarse de forma

equivalente en términos de la función de densidad conjunta de los vectores, quedando:

$$\text{Prob}(g/\mathbf{x}_u) = (\pi_g \times f(\mathbf{x}_u/g)) / \left( \sum_{g'=1}^K \pi_{g'} \times f(\mathbf{x}_u/g') \right)$$

Concretando la anterior ecuación para el caso de dos grupos ( $g_1$  y  $g_2$ ) tendríamos:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(g_1/\mathbf{x}_u) &= (\pi_1 \times f(\mathbf{x}_u/g_1)) / [(\pi_1 \times f(\mathbf{x}_u/g_1) + (\pi_2 \times f(\mathbf{x}_u/g_2))] = \\ &= 1 / [1 + (\pi_2/\pi_1) \times (f(\mathbf{x}_u/g_2)/f(\mathbf{x}_u/g_1))] \end{aligned}$$

Si asumimos funciones de densidad multinormales podemos sustituir por su expresión quedando:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(g_1/\mathbf{x}_u) &= 1 / [1 + (\pi_2/\pi_1) \times [(1/((2\pi)^p |\Sigma_1|)^{-1/2}) \\ &\exp(-(1/2)(\mathbf{x}-\mu_1)'\Sigma_1^{-1}(\mathbf{x}-\mu_1)) / (1/((2\pi)^p |\Sigma_2|)^{-1/2}) \\ &\exp(-(1/2)(\mathbf{x}-\mu_2)'\Sigma_2^{-1}(\mathbf{x}-\mu_2))] ] \end{aligned}$$

dónde  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son las medias poblacionales,  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$  son las matrices de covarianzas poblacionales de los grupos  $g_1$  y  $g_2$  respectivamente y  $p$  es el número de variables discriminantes. De forma similar podría obtenerse la probabilidad de pertenencia al grupo  $g_2$ .

La expresión anterior puede simplificarse mucho si asumimos también que las matrices de covarianzas de los grupos son similares, es decir:  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$ . La expresión que resulta es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(g_1/\mathbf{x}_u) &= 1 / [1 + (\pi_2/\pi_1) \times \exp((\mathbf{x}'\Sigma^{-1}(\mu_2-\mu_1)) - (1/2) \\ &(\mu_1+\mu_2)'\Sigma^{-1}(\mu_2-\mu_1))] \end{aligned}$$

Si denominamos "**b**" al vector:  $\Sigma^{-1} (\mu_2 - \mu_1)$  y "**a**" a la constante:  $-(1/2) (\mu_1 + \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_2 - \mu_1)$  podemos escribir:

$$\text{Prob}(g_1 / \mathbf{x}_u) = 1 / [1 + (\pi_2 / \pi_1) \times \exp (\mathbf{x}'\mathbf{b} + a)]$$

A menudo se hace referencia al vector **b** como el **vector de pesos de la función discriminante** de la población y al producto  $\mathbf{x}'\mathbf{b}$  como las **puntuaciones discriminantes** para cada observación particular, siendo conocida la función  $(\mathbf{x}'\mathbf{b} + a)$  como **función discriminante lineal**.

Las probabilidades de pertenencia a un grupo pueden por tanto ser calculadas a partir de transformaciones exponenciales de funciones lineales de **x**.

Si además los grupos tienen las mismas probabilidades a priori, las probabilidades de pertenencia a un grupo a posteriori tienen la misma forma que el modelo logit. Este hecho es particularmente interesante dado que el análisis discriminante y el modelo logit aparecen basados en hipótesis enteramente diferentes. Esto también sugiere que si las hipótesis del análisis discriminante lineal son ciertas y las probabilidades a priori son iguales, entonces los parámetros **a** y **b** serán proporcionales a los parámetros logit y este modelo será por tanto aplicable. Sin embargo, éste argumento no se cumple a la inversa, si las hipótesis logit se cumplen, pero las **X** no están distribuidas normalmente en los grupos, entonces el modelo discriminante lineal no será aplicable.

Hasta ahora hemos asumido que los parámetros poblacionales  $\{\mu_1, \mu_2, \Sigma_1, \Sigma_2\}$  eran conocidos exactamente. En la práctica, sin embargo, lo normal es que estos parámetros sean desconocidos y hayan de ser estimados a partir de muestras aleatorias extraídas de los grupos. Las estimaciones que suelen utilizarse son las típicas:

$$\hat{\mu}_1 = \bar{\mathbf{x}}_1 = \sum_{n=1}^{N_1} \mathbf{x}_{1n} / N_1$$



$$\hat{\mu}_2 = \bar{\mathbf{x}}_2 = \sum_{n=1}^{N_2} \mathbf{x}_{2n} / N_2$$

dónde  $\mathbf{x}_{1n}$  y  $\mathbf{x}_{2n}$  representan observaciones que pertenecen respectivamente a los grupos  $g_1$  y  $g_2$ , de tamaños  $N_1$  y  $N_2$ .

$$\hat{\Sigma}_1 = S_1 = \sum_{n=1}^{N_1} (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1) (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1)' / (N_1 - 1)$$

$$\hat{\Sigma}_2 = S_2 = \sum_{n=1}^{N_2} (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2) (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2)' / (N_2 - 1)$$

Y en el caso de que supongamos homoscedasticidad:

$$\hat{\Sigma} = S = \left[ \sum_{n=1}^{N_1} (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1) (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1)' + \sum_{n=1}^{N_2} (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2) (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2)' \right] / N - 2$$

dónde  $N = N_1 + N_2$ .

Las probabilidades a posteriori estimadas se calcularán pues, sustituyendo los parámetros poblacionales por sus correspondientes estimadores muestrales. Estas estimaciones son estimadores de máxima verosimilitud estándar y son consistentes. Las propiedades con muestras pequeñas son más inciertas, sin embargo la intuición no aporta alternativas claras.

En la discusión previa hemos asumido probabilidades a priori conocidas, pero puede haber casos en los cuales esto no sea así y éstas deban ser estimadas. Si la muestra está tomada de forma aleatoria de toda la población, entonces el ratio de tamaños muestrales de los grupos puede utilizarse como un estimador consistente del ratio de probabilidades a priori. Sin embargo, en el caso en que las muestras sean

aleatorias dentro de cada grupo pero no entre grupos las probabilidades a priori no pueden extraerse de la información suministrada por la muestra.

### II.3.2.- Reglas de clasificación

El objetivo del investigador puede ser derivar reglas de clasificación más que asignar probabilidades de pertenencia a un grupo a observaciones específicas. Parece lógico asignar las observaciones a aquél grupo con las mayores probabilidades predichas, o si se consideran costes de clasificación, con los menores costes esperados.

De momento vamos a suponer que los costes de clasificación errónea son iguales en ambos grupos para simplificar la notación. Como veremos más adelante es fácil generalizar las reglas de clasificación para que tengan en cuenta costes de clasificación distintos.

La clasificación de cada individuo se suele realizar mediante la comparación de las probabilidades a posteriori, asignándose cada individuo al grupo para el que la probabilidad a posteriori sea mayor.

Como en el apartado anterior, vamos a suponer funciones de densidad multivariantes, y dado que lo normal es que los parámetros poblacionales sean desconocidos también utilizaremos estimadores muestrales en su lugar. De modo que la probabilidad a posteriori que vamos a utilizar en las comparaciones será:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(g_1 / \mathbf{x}_u) = & 1 / [1 + (\pi_2 / \pi_1) \times \{ (1 / ((2\pi)^p |S_1|)^{-1/2}) \\ & \exp(-(1/2) (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_1)' S_1^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_1)) / (1 / ((2\pi)^p |S_2|)^{-1/2}) \\ & \exp(-(1/2) (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_2)' S_2^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_2)) \} ] \end{aligned} \quad [1]$$

La regla de máxima probabilidad para el caso normal con 2 grupos, puede ser expresada como:

Asignar una unidad  $u$  a la población  $g_1$  si

$$\hat{p}(g_1 / \mathbf{x}_u) > \hat{p}(g_2 / \mathbf{x}_u)$$

para  $g_1 \neq g_2$ .

Dónde  $\hat{p}(g/x_u)$  se define como en la ecuación [1]

Es interesante notar que la expresión  $(\mathbf{x}-\mu_g)' \Sigma_g^{-1} (\mathbf{x}-\mu_g)$  es el índice de distancia denominado de Mahalanobis. Si consideramos un vector observado para una unidad experimental,  $\mathbf{x}_u$ , de la población g, entonces:

$$\Delta_{ug}^2 = (\mathbf{x}_u - \mu_g)' \Sigma_g^{-1} (\mathbf{x}_u - \mu_g)$$

representa el cuadrado de la distancia desde el punto que representa  $\mathbf{x}_u$  al punto que representa el centroide de la población g,  $\mu_g$ .

Un índice muestral de Mahalanobis para la distancia al cuadrado entre un vector observado  $\mathbf{x}_u$  y el centroide para la muestra de la población g, puede escribirse entonces como:

$$D_{ug}^2 = (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g)' \mathbf{S}_g^{-1} (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g)$$

Podemos pues expresar la función de densidad estimada en forma más compacta como:

$$\hat{f}(\mathbf{x}/g) = (1/((2\pi)^p |\mathbf{S}_g|)^{1/2}) \exp(-(1/2) D_{ug}^2)$$

Consideremos ahora el caso especial en el que asumimos que la matrices de covarianzas de las dos poblaciones son iguales:

$$\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$$

En este caso el estimador para  $\Sigma$  es la matriz conjunta  $p \times p$  de covarianzas muestral,  $\mathbf{S}$ . La distancia al cuadrado de la unidad  $\mathbf{x}_u$  al centroide de la muestra de la población g puede expresarse como un caso especial de la que vimos anteriormente:

$$D_{ug}^2 = (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g)$$

Por tanto, la función de densidad estimada se convierte en:

$$\hat{f}(\mathbf{x}/g) = ((2\pi)^p |S|)^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug}^2)$$

Y la probabilidad posterior estimada puede escribirse simplificando como:

$$\hat{p}(g/x_u) = [\hat{\pi}_1 \times \exp(-(1/2) D_{u1}^2)] /$$

$$[(\sum_{i=1}^2 \hat{\pi}_i \times \exp(-(1/2) D_{ui}^2))]$$

Por tanto en este caso la regla de máxima probabilidad se aplicará utilizando esta última expresión.

Para una unidad dada, el valor del denominador de esas expresiones es igual para todos los grupos, por tanto para las propuestas de clasificación, el denominador puede ser ignorado y las reglas anteriores pueden escribirse como:

Asignar una unidad  $u$  a la población  $g$  si

$$\hat{\pi}_1 \times \hat{p}(x_u/g1) > \hat{\pi}_2 \times \hat{p}(x_u/g2)$$

para  $g1 \neq g2$ .

De manera que para el caso de matrices de covarianzas distintas para cada grupo, la regla que habíamos expresado puede ser escrita de forma equivalente en términos de maximizar:

$$\hat{\pi}_g \times |S_g|^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug}^2), g = g1, g2$$

De forma equivalente también, podemos tomar logaritmos:

$$Q_{ug} = \ln \hat{\pi}_g - (1/2) \ln |S_g| - (1/2) D_{ug}^2, g = g1, g2$$

La regla de máxima probabilidad para el caso normal con dos variables puede expresarse como:

Asignar una unidad  $u$  a la población  $g_1$  si

$$Q_{ug1} > Q_{ug2}$$

para  $g_1 \neq g_2$ .

La expresión  $Q_{ug}$  es una forma cuadrática en  $\mathbf{x}_u$  y por ello es llamada **Función de clasificación cuadrática (QCF)**. Para cada unidad  $\mathbf{x}_u$ , se encuentran  $k$  valores de la QCF, y la unidad  $\mathbf{x}_u$  es asignada a la población cuya muestra proporcione el mayor valor de QCF. Esta regla es denominada **Regla de clasificación cuadrática**.

Si consideramos el caso de igualdad de matrices de covarianzas con  $S$  como estimador de la matriz común, tendremos procediendo de la misma manera:

$$\ln \hat{\pi}_g - (1/2) D_{ug}^2 = \ln \hat{\pi}_g - (1/2) (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g)' S^{-1} (\mathbf{x}_u - \bar{\mathbf{x}}_g), g = g_1, g_2$$

El término  $(-1/2)(\mathbf{x}_u' S^{-1} \mathbf{x}_u)$ , para una unidad dada es común para todos los grupos y puede por tanto ser ignorado en la regla de clasificación, que quedaría de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} L_{ug} &= [\bar{\mathbf{x}}_g' S^{-1}] \mathbf{x}_u - (1/2) \bar{\mathbf{x}}_g' S^{-1} \bar{\mathbf{x}}_g + \ln \hat{\pi}_g = \\ &= [\bar{\mathbf{x}}_g' S^{-1}] \mathbf{x}_u + [- (1/2) \bar{\mathbf{x}}_g' S^{-1} \bar{\mathbf{x}}_g + \ln \hat{\pi}_g], g = g_1, g_2 \end{aligned}$$

La regla de máxima probabilidad para el caso normal  $p$ -variante con igualdad de matrices de covarianzas puede expresarse como:

Asignar una unidad  $u$  a la población  $g_1$  si

$$L_{ug1} > L_{ug2}$$

para  $g_1 \neq g_2$ .

La expresión  $L_{ug}$  es lineal en  $\mathbf{x}_u$  y por esta razón se la denomina **Función lineal de clasificación (LCF)** y a la regla de clasificación correspondiente **Regla de clasificación lineal**.

Podemos concluir que  $L_{ug}$  puede escribirse como una combinación lineal de valores de  $\mathbf{x}$  con el vector fila de ponderaciones:

$$\mathbf{b}'_g = \bar{\mathbf{x}}_g' \mathbf{S}^{-1}$$

y constante:

$$c_g = - (1/2) \bar{\mathbf{x}}_g' \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{x}}_g + \ln \hat{\pi}_g$$

esto es:

$$L_{ug} = \mathbf{b}'_g \mathbf{x}_u + c_g, \text{ con } g=g1, g2.$$

En términos de la distancia entre el vector observado y los centroides, la regla anterior puede ser vista como: asignar la unidad  $\mathbf{x}_u$  a la población más cercana. La cercanía se usa en el sentido de distancia entre los vectores observados y los centroides muestrales. Por ejemplo para el caso de QCF, podemos observar que maximizar  $Q_{ug}$  es equivalente a minimizar:

$$d_{ug} = -2 Q_{ug} = \ln |S_g| + D_{ug}^2 - 2 \ln \hat{\pi}_g$$

La regla de máxima probabilidad o mínima distancia puede expresarse ahora como:

Asignar la unidad  $u$  a la población  $g1$  si

$$d_{ug1} < d_{ug2}$$

para  $g1 \neq g2$ .

Para el caso de matrices de covarianzas iguales, el término  $\ln|S|$  es una constante para cada unidad, así que la distancia a minimizar sería:

$$d_{ug}^* = D_{ug}^{*2} - 2 \ln \hat{\pi}_g$$

Si imponemos además igualdad de probabilidades a priori las reglas pueden simplificarse más todavía quedando como expresiones a minimizar las siguientes:

$$\begin{array}{l} \ln |S_g| + D_{ug}^2, \text{ para el caso de heteroscedasticidad} \\ \text{y} \quad D_{ug}^{*2} \text{ para el caso de homoscedasticidad.} \end{array}$$

Vamos a resumir en una tabla las funciones de clasificación vistas hasta ahora, para el caso general de K grupos. Los tres estadísticos en cada cuadrante proporcionan una clasificación idéntica.

| Probabilidades a priori | Matrices de covarianzas  |   |
|-------------------------|--|---|
|                         | Distintas para cada grupo (regla cuadrática)   | Igual para todos los grupos (regla lineal)  |
| Desiguales              | $\frac{[(\hat{\pi}_g \times  S_g )^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug}^2)]}{[\sum_{g'=1}^k (\hat{\pi}_{g'} \times  S_{g'} )^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug'}^2)]}$ | $\frac{[\hat{\pi}_g \exp(-(1/2) D_{ug}^{*2})]}{[\sum_{g'=1}^k (\hat{\pi}_{g'} \exp(-(1/2) D_{ug'}^{*2}))]}$ |
|                         | $\ln [\hat{\pi}_g - (1/2) \ln  S_g  - (1/2) D_{ug}^2]$   | $\ln [\hat{\pi}_g - (1/2) D_{ug}^{*2}]$   |
|                         | $\ln  S_g  + D_{ug}^2 - 2 \ln \hat{\pi}_g$   | $D_{ug}^{*2} - 2 \ln \hat{\pi}_g$   |
| Iguales                 | $\frac{[ S_g ^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug}^2)]}{[ \sum_{g'=1}^k  S_{g'} ^{-1/2} \exp(-(1/2) D_{ug'}^2)]}$   | $\frac{[\exp(-(1/2) D_{ug}^{*2})]}{[ \sum_{g'=1}^k \exp(-(1/2) D_{ug'}^{*2})]}$                             |
|                         | $- (1/2) \ln  S_g  - (1/2) D_{ug}^2$   | $- (1/2) D_{ug}^{*2}$   |
|                         | $\ln  S_g  + D_{ug}^2$   | $D_{ug}^{*2}$   |



El procedimiento de la regla de clasificación lineal es muy similar al modelo de probabilidad lineal. De hecho, si utilizamos las medias y covarianzas muestrales y los tamaños relativos de las muestras como estimadores de las probabilidades a priori, la regla de clasificación lineal será idéntica al modelo de probabilidad lineal utilizando la probabilidad 0.5 como punto de corte. Por tanto, las clasificaciones predichas serán idénticas.

### II.3.3.- Test de significación y examen de los solapamientos de los grupos

En esta sección vamos a considerar el problema general de inferencia en el análisis discriminante.

De nuevo asumamos que el vector  $\mathbf{x}$  que recoge  $m$  características de las unidades se distribuye como una normal multivariante en ambos grupos con medias  $\mu_1$  y  $\mu_2$  y matrices de covarianzas  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$ .

Uno de los contrastes más usuales que suele plantearse es el de comprobar si las medias de los dos grupos difieren significativamente.

Se trataría en este caso de contrastar la hipótesis nula:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Si además asumimos matrices de covarianzas iguales:  $\Sigma_1 = \Sigma_2$ , contrastar la hipótesis  $H_0$  es equivalente a contrastar que las observaciones de ambos grupos proceden, de hecho, de una misma población.

Anderson (1958) demostró que para una muestra aleatoria de tamaño  $N_1$  y  $N_2$  de los grupos  $g_1$  y  $g_2$  respectivamente y  $m$  el número de variables discriminantes,  $H_0$  puede ser contrastada bajo la hipótesis de matrices de covarianzas iguales aunque desconocidas, por el siguiente estadístico:

$$\frac{(N_1 + N_2 - m - 1)}{(N_1 + N_2 - 2)} \times \frac{1}{m} \times \left( \frac{N_1}{N_1 + N_2} \bar{\mathbf{x}}_1 - \frac{N_2}{N_1 + N_2} \bar{\mathbf{x}}_2 \right)' S^{-1} \left( \frac{N_1}{N_1 + N_2} \bar{\mathbf{x}}_1 - \frac{N_2}{N_1 + N_2} \bar{\mathbf{x}}_2 \right) \sim F_{m, N_1 + N_2 - m - 1}$$

dónde los estadísticos muestrales son los definidos en el apartado anterior. Cuando  $H_0$  es verdadera, el test estadístico tiene una distribución F con  $m$  y  $N_1 + N_2 - m - 1$  grados de libertad. La hipótesis nula puede ser rechazada cuando el valor del test estadístico es mayor que el valor en tablas de F para el nivel deseado de significatividad.

La expresión anterior puede escribirse en función de otros estadísticos habituales del análisis discriminante:

$$\begin{aligned} F_{N_1+N_2-m-1}^m &= \\ &= (N_1 + N_2 - m - 1) / (N_1 + N_2 - 2) \times (1/m) \times (N_1 - N_2 / N_1 + N_2) \times D^2 = \\ &= (N_1 + N_2 - m - 1) / (N_1 + N_2 - 2) \times (1/m) \times T^2 = \\ &= (N_1 + N_2 - m - 1) / m \times (1 - \Lambda / \Lambda) = \\ &= (N_1 + N_2 - m - 1) / m \times V \end{aligned}$$

dónde  $D^2 = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' S^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)$  es el estadístico de Mahalanobis,

$T^2 = (N_1 - N_2 / N_1 + N_2) \times D^2$  es la T de Hotelling

$\Lambda = (N_1 + N_2 - 2) / (T^2 + N_1 + N_2 - 2)$  es la Lambda de Wilks

$V = T^2 / (N_1 + N_2 - 2)$  es la V de Hsu

Cualquiera de estos estadísticos puede usarse para construir el mismo test. En efecto, si hubiéramos construido una variable dependiente  $Y_n$  que tomase el valor 0 cuando una observación pertenece al grupo  $g_1$  y 1 cuando pertenece al grupo  $g_2$ , y llevamos a cabo una regresión de esa variable sobre  $\mathbf{x}_n$  y una constante, el estadístico F de la regresión (que contrasta la hipótesis nula de que todos los coeficientes excepto la constante son cero) es idéntico al arriba mencionado. Por tanto, puede utilizarse un programa de regresión para contrastar la hipótesis nula de la igualdad de medias de los grupos. Recordemos que el modelo de regresión es idéntico al modelo de probabilidad lineal discutido al principio.

Otro test de interés es el **contraste de que las matrices de dispersión son iguales**:

$$H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2$$

Este test es particularmente importante a la hora de elegir si utilizar una regla de clasificación lineal o cuadrática. Además, la validez de los estadísticos contruidos para evaluar la bondad del modelo está condicionada al cumplimiento, entre otras condiciones, de que la matriz de covarianzas sea la misma para todas las poblaciones o grupos.

Para determinar si la matriz de covarianzas es la misma para los distintos grupos se puede usar el contraste de Barlett-Box, que utiliza el estadístico M.

Este estadístico se define de la siguiente forma para dos grupos:

$$M = \frac{|\Pi|}{|\bar{S}|} \frac{(ng-1)^{g/2}}{(n-k)^{g/2}}$$

$g=1$

donde:

$$S_g = \Sigma_g / (n_g - 1)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{g=1}^2 \Sigma_g / (n-2)}{2} = \frac{\sum_{g=1}^2 (n_g - 1) S_g}{(n-2)}$$

La matriz  $S_g$  es una estimación de la matriz de covarianzas del grupo  $g$ ,  $\Sigma_g$ , mientras que  $\bar{S}$  es una estimación de la matriz de covarianzas global  $\Sigma$ . Cuando el numerador donde aparecen los determinantes de las estimaciones de la matriz de covarianzas para cada grupo, sea muy superior al denominador donde aparece el determinante de la estimación global de la matriz de covarianzas, será indicativo de que existe heteroscedasticidad.

El estadístico  $M$  no tiene una distribución exacta. Se han obtenido, sin embargo, aproximaciones a las distribuciones  $F$  por Box (1949) y Chi-cuadrado por Barlett.

El problema que se plantea con la aplicación de los contrastes de homoscedasticidad es que la validez de los mismos está condicionada al cumplimiento de la hipótesis de normalidad.

En todo caso los estadísticos que se utilizan para evaluar la significatividad del modelo no se ven muy afectados por el hecho de que no exista homoscedasticidad, siempre que las muestras de los diferentes grupos sean del mismo o similar tamaño.

En algunos casos la heteroscedasticidad puede corregirse aplicando el modelo al logaritmo de la variable en lugar de hacerlo sobre la variable original. Esta transformación es adecuada cuando los puntos desviaciones típicas-medias muestran una tendencia creciente de carácter aproximadamente lineal.

Hasta ahora hemos hablado del vector de características  $x$  como si tuviera un tamaño dado " $m$ ". En realidad, los investigadores a menudo consideran un conjunto amplio de posibles variables y se plantean la cuestión de qué variables son importantes discriminadores entre grupos. A diferencia de los análisis de regresión, no se postula una relación causal explícita. Por tanto, es más difícil definir qué se entiende por variables "significativas". Una probable representación de una variable "insignificante" es que haya una diferencia "insignificante" entre los dos grupos en la media de esa variable. El test que serviría para contrastar esto es similar al " $t$ " de la regresión cuando se regresa la variable dependiente  $Y_n$  contra una variable  $j$ .

Como en el marco de la regresión, los test univariantes no son adecuados para reflejar la importancia de las variables. Por ejemplo, una variable puede tener una gran diferencia en sus medias y no contribuir a la clasificación cuando se utiliza junto con otras variables.

Un test que se emplea a menudo y que toma en consideración la naturaleza multivariante del análisis discriminante es el propuesto por Rao (1952). Definiendo  $\Lambda$  como el estadístico Lambda de Wilks utilizando

todas las variables muestrales "m", y  $\Lambda^j$  como la Lambda de Wilks computada solo para las m-1 variables excluida la j-ésima, Rao propuso el siguiente test:

$$((\Lambda^j - \Lambda) / \Lambda) (N_1 + N_2 - m - 1) \sim F_{1, N_1 + N_2 - m - 1}$$

el cual se distribuye como un estadístico F con 1 y  $N_1 + N_2 - m - 1$  grados de libertad cuando la hipótesis nula es cierta.

Este estadístico contrasta la hipótesis nula de que la media de la variable j condicionada a las otras m-1 variables es la misma para ambos grupos. El estadístico de Rao es idéntico al cuadrado del estadístico t asociado con el coeficiente de la variable j cuando se lleva a cabo una regresión de la variable dependiente sobre el conjunto completo de las m variables y una constante (modelo de probabilidad lineal).

Hemos de ser cuidadosos para no extraer inferencias demasiado fuertes de los test de medias condicionales. La hipótesis nula no puede ser directamente interpretada en términos de un coeficiente o relación causal. Bajo la hipótesis de igualdad de matrices de dispersión, la existencia de medias condicionales iguales para una variable implicará, en efecto, que la variable no contribuye a la clasificación o al cálculo de las probabilidades de pertenencia a un grupo. Sin embargo, la ligazón entre los test de significación y la clasificación no debe exagerarse, ya que depende de la hipótesis de igualdad de matrices de dispersión y si ésta hipótesis es violada, los test estarán sesgados y las variables pueden contribuir a la clasificación incluso si sus medias condicionales son iguales.

#### II.3.4.- Funciones discriminantes

La función discriminante proporciona el punto de contacto de una serie de procedimientos de análisis de datos conocido como **análisis discriminante**. Por esta razón se hace necesaria una breve discusión de la función y demostración de su utilidad.

Hemos definido anteriormente la **función discriminante poblacional** como el vector ponderado:

$$\mathbf{b} = \Sigma^{-1} (\mu_2 - \mu_1)$$

donde  $\Sigma$  es la matriz de covarianzas intragrupos y  $\mu_1, \mu_2$  son los vectores de medias. Hemos mostrado que para una observación dada  $\mathbf{x}_n$ , la puntuación discriminante  $\mathbf{x}_n' \mathbf{b}$  contiene toda la información de la observación específica utilizada en la clasificación lineal. Si los parámetros poblacionales son desconocidos pero contamos con muestras aleatorias de los grupos, podemos construir:

$$\hat{\mathbf{b}} = S^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1)$$

como un estimador muestral del vector de la función discriminante. R.A. Fisher (1936) demostró que ocurre una cosa interesante si calculamos las puntuaciones discriminantes de cada observación para la muestra utilizada para computar la función discriminante muestral:

$$\mathbf{x}_n^* = \mathbf{x}_n' \hat{\mathbf{b}}$$

Fisher descubrió que la diferencia entre las medias de las puntuaciones discriminantes en cada grupo era el estadístico  $D^2$  de Mahalanobis utilizado en los test para contrastar la igualdad de medias entre grupos. Fisher también demostró que la varianza muestral intragrupos de las puntuaciones discriminantes era de nuevo el  $D^2$  de Mahalanobis. Si construyéramos los test de igualdad de medias con las puntuaciones discriminantes en lugar de con los vectores originales, los test serían idénticos. Por tanto, la función discriminante resume toda la información muestral relevante, no solo para clasificar sino también para contrastar las diferencias en las medias de los grupos. Hemos de subrayar de nuevo que en el análisis discriminante, tanto para clasificar como para contrastar, la función discriminante es útil solo bajo la hipótesis de igualdad de matrices de dispersión.

Los resultados de clasificación y los test de significatividad, se cumplirán también para cualquier vector proporcional a  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{b}^* = \delta \mathbf{b}$ . Pero en este caso, el punto de corte de la regla de clasificación lineal debe también ser multiplicado por  $\delta$ . Esto ha hecho surgir un número de vectores diferentes de la función discriminante proporcionales a  $\mathbf{b}$ . Varios de ellos se derivan de la familiar descomposición de la varianza muestral. La matriz de suma de cuadrados de las desviaciones total es:

$$T = \sum_{n=1}^{N_1} (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}) (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}})' + \sum_{n=1}^{N_2} (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}) (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}})'$$

donde  $\bar{\mathbf{x}}$  es el vector de medias de toda la muestra, es siempre igual a la suma de la matriz de sumas de cuadrados intragrupos:

$$W = \sum_{n=1}^{N_1} (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1) (\mathbf{x}_{1n} - \bar{\mathbf{x}}_1)' + \sum_{n=1}^{N_2} (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2) (\mathbf{x}_{2n} - \bar{\mathbf{x}}_2)'$$

y la matriz de suma de cuadrados de las desviaciones intergrupos:

$$B = \sum_{n=1}^{N_1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}) (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}})' + \sum_{n=1}^{N_2} (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}) (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}})'$$

Ladd (1966) mostró que  $\mathbf{b}$  (o un vector proporcional a  $\mathbf{b}$ ) puede siempre derivarse a partir de cualquiera de dos de esas matrices. Esto incluye:

$$a) \mathbf{b}^*_1 = W^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) = \mathbf{b} / (N_1 + N_2 - 2)$$

$$b) \mathbf{b}^*_2 = \mathbf{T}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) =$$

$$\mathbf{b}[1+(N_1N_2/N_1 + N_2)(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' \mathbf{b}^*_1]^{-1}/(N_1 + N_2 - 2)$$

$$c) \mathbf{b}^*_3 = (N_1N_2/N_1 + N_2)\mathbf{T}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2) =$$

$$\mathbf{b}(N_1N_2/N_1 + N_2)[1+(N_1N_2/N_1 + N_2)(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)' \mathbf{b}^*_1]^{-1}/(N_1 + N_2 - 2)$$

De estos tres vectores los dos últimos son particularmente interesantes ya que son los coeficientes de regresión resultantes de llevar a cabo una regresión de una variable dependiente de valores:

$$y_n = 1/N_2 \text{ si la observación pertenece al grupo } g_1$$

$$y_n = -1/N_1 \text{ si la observación pertenece al grupo } g_2$$

para  $\mathbf{b}^*_2$ , y

$$y_n = 1 \text{ si la observación pertenece al grupo } g_1$$

$$y_n = 0 \text{ si la observación pertenece al grupo } g_2$$

para  $\mathbf{b}^*_3$ , sobre  $\mathbf{x}_n$  y una constante. Por consiguiente, puede utilizarse un programa de regresión para calcular el vector de la función discriminante  $\mathbf{b}$  (utilizando los factores de proporcionalidad arriba mencionados). Esto también ilustra lo común de los cálculos entre el modelo de análisis discriminante y el modelo de probabilidad lineal, los cuales son idénticos a la regresión 0-1. Sin embargo, dado que los modelos están basados en hipótesis diferentes, la interpretación de los coeficientes es algo distinta.

La transformación de la función discriminante es particularmente importante porque reduce la dimensión de los datos de "m" variables a una única variable, reteniendo toda la información relevante para contrastar la igualdad de medias de los grupos y para la clasificación lineal. Utilizando la función discriminante poblacional podemos transformar todas las observaciones muestrales en una única variable o puntuación discriminante:

$$x_n^* = \mathbf{x}'_n \mathbf{b}$$



El espacio de las variables transformadas a menudo se denomina espacio reducido. Comúnmente se hace referencia a las medias de los grupos transformadas como centroides:

$$\mu_1^* = \mu_1' \mathbf{b}$$

$$\mu_2^* = \mu_2' \mathbf{b}$$

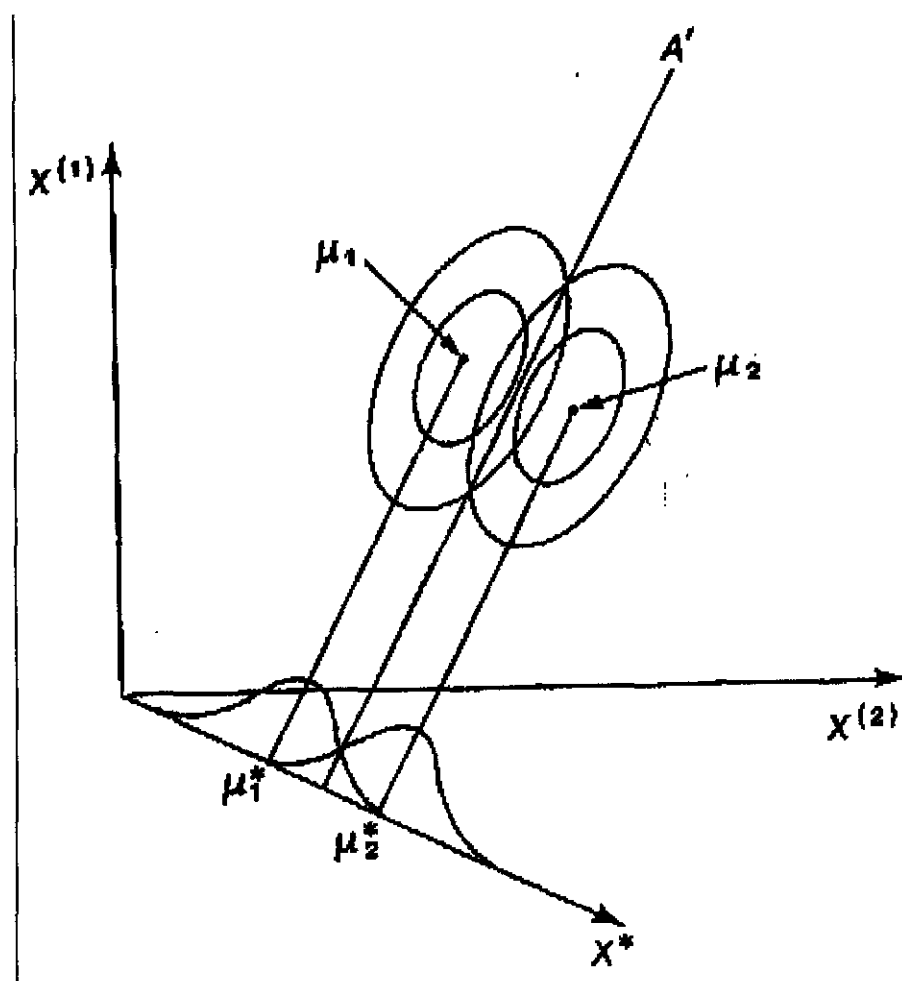
y la varianza intragrupos en el espacio reducido como:

$$\Sigma^* = \mathbf{b}' \Sigma \mathbf{b}$$

Si los parámetros poblacionales son desconocidos pueden ser sustituidos por sus equivalentes muestrales.

La transformación de la función discriminante puede ilustrarse con la figura siguiente, utilizando como ejemplo el caso de una transformación de dos variables,  $\mathbf{x}_n = \{x_n^1, x_n^2\}$ . En el siguiente gráfico se muestra el paso de los puntos de la función discriminante desde el espacio de dos dimensiones dado por los ejes  $x^1$  y  $x^2$  al espacio reducido a lo largo de la línea  $x^*$ . Las elipses indican la posición de los puntos de igual verosimilitud dentro de cada grupo en el espacio original, y las figuras normales indican la densidad en el espacio reducido.

GRÁFICO IV.- TRANSFORMACIÓN AL ESPACIO REDUCIDO



La transformación preserva la posición relativa de todas las observaciones definida por el ratio de verosimilitud  $f(x_u/g_1) / f(x_u/g_2)$ . Por tanto, los resultados de clasificación en el espacio reducido serán similares a aquellos que se consiguen en el espacio de las variables originales.

Otra propiedad interesante de la transformación lineal dada por la ecuación discriminante es la siguiente. Si consideramos la clase de transformaciones lineales  $b''$  y datos transformados  $x''_n = x'_n b''$ , donde restringimos las desviaciones de las sumas de cuadrados muestrales de  $x''_n$  a una constante predeterminada  $\phi$ :

$$\phi = \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} \mathbf{b}'' (\bar{x}_{in} - \bar{x})' (\bar{x}_{in} - \bar{x}) \mathbf{b}''$$

el vector  $\mathbf{b}$  de la función discriminante muestral, maximiza el ratio de la varianza muestral intergrupos de  $\mathbf{x}''_n$  sobre la varianza intragrupos. Esto es análogo al hecho de que el vector de coeficientes minimocuadráticos maximiza el ratio de la suma de los cuadrados residuales manteniendo la suma de cuadrados de las desviaciones de la variable dependiente constante.

### **III.- PROBLEMAS EN LA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE**

El análisis discriminante ha sido ampliamente utilizado en el terreno empírico. Sin embargo, a pesar de la existencia de una literatura bastante extensa en los aspectos teóricos de esta técnica, la mayoría de las aplicaciones sufren problemas estadísticos o metodológicos que limitan la utilidad práctica de sus resultados.

En este apartado nos vamos a centrar en las cuestiones prácticas asociadas a la aplicación del análisis discriminante. Los problemas estadísticos que han sido más comunes son de varios tipos, entre los cuales están aquellos asociados con:

1) Violación de las hipótesis subyacentes en el modelo de análisis discriminante lineal clásico. Esto incluye:

- a.- Desviaciones de la distribución de las variables dentro de cada grupo de la normalidad multivariante.
- b.- Heterocedasticidad
- c.- Muestreo no aleatorio
- d.- Ausencia de definiciones excluyentes de los grupos

2) Interpretación de la importancia relativa de las variables individuales en el modelo.

3) Eliminación de variables no significativas

4) Especificación de un esquema apropiado de clasificación, incluyendo:

- a.- Selección de las probabilidades a priori y/o costes de clasificación errónea.
- b.- Estimación de los ratios de errores de clasificación.
- c.- Variabilidad de las estimaciones.
- d.- Estimación robusta de las reglas discriminantes.

5) Aplicación de las técnicas en la predicción de series temporales.

6) Selección del modelo

A continuación pasaremos a analizar con más detalle los puntos del esquema anterior.

### **III.1.- VIOLACIÓN DE LAS HIPÓTESIS DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE LINEAL**

Las hipótesis clave del clásico modelo discriminante lineal son que:

- 1) Las variables que describen a los miembros de las observaciones de cada grupo están distribuidas como una normal multivariante dentro de cada grupo.
- 2) Las matrices de covarianzas de los grupos son iguales en todos ellos
- 3) Los grupos son discretos, mutuamente excluyentes e identificables.
- 4) Las muestras son aleatorias dentro de cada grupo y por tanto representativas de la población de la que provienen.

#### **III.1.1.- Normalidad multivariante**

Aunque los modelos teóricos, en general, suelen partir de la hipótesis de normalidad multivariante, en la práctica las violaciones de este supuesto suelen ser la regla más que la excepción, al menos en los estudios económicos y financieros. Los test de significatividad y los ratios de errores de clasificación estimados pueden estar sesgados cuando se viola el supuesto de normalidad. Por tanto, es interesante determinar cuando se cumple esta hipótesis y cuáles son los efectos que su relajación puede tener tanto en los test estadísticos como en la clasificación, así como las alternativas que pueden plantearse en caso de que no podamos asumir este supuesto (que serán de dos tipos: postular otro modelo teórico de distribución paramétrico si tenemos razones para pensar que es más apropiado, o bien estimar las probabilidades directamente de la muestra sin que medien estimaciones de parámetros si no tenemos una idea de la forma que pueden tener esas probabilidades).

A la hora de aplicar el análisis discriminante, lo que debe hacerse en primer lugar es contrastar si se cumplen las hipótesis sobre las que se construye el modelo más sencillo, el cual es lógico seguir si no se tiene una clara alternativa. Se debe por tanto contrastar la normalidad, y caso de ser rechazada postular otro modelo o por lo menos tener en cuenta que hay que ser más cautelosos con los resultados.

El análisis de normalidad en el caso multivariante se suele realizar *variable a variable, dada la complejidad de hacerlo conjuntamente.*

Esta hipótesis se puede verificar mediante alguno de los contrastes existentes, como por ejemplo el contraste  $\chi^2$  de Pearson y el de Kolmogorov-Smirnov si la muestra tiene un tamaño suficientemente grande, o el test de Shapiro y Wilks si la muestra es pequeña ( $n < 30$ ).

El hecho de que los residuos no se aproximen a una normal en general no afecta de forma importante a los *contrastos de significatividad* del modelo basados en el supuesto de normalidad, ya que como se están comparando medias, puede ser válida la aplicación del teorema central del límite a datos procedentes de una distribución no normal. La mayoría de estos tests se basan en la  $T^2$  de Hotelling o estadísticos relacionados. La robustez de esta medida a la no normalidad ha recibido considerable atención en la literatura. Mardia (1975), por ejemplo, estudió el efecto de diferentes tipos de no normalidad mediante experimentos de Monte Carlo para el caso de dos grupos y dos variables. Los resultados sugieren que la  $T^2$  de Hotelling es robusta incluso para muestras pequeñas. Mardia concluye que este estadístico parece más sensible a la presencia de asimetría que de curtosis, y la sensibilidad a la asimetría parece mayor cuando los tamaños de las muestras son desiguales que cuando son iguales. No hay muchos resultados disponibles para más de dos grupos y dos variables.

En cuanto a los efectos de la no normalidad en *las reglas de clasificación lineal*, diversos autores los han estudiado para diferentes distribuciones no normales. Gilbert (1968) comparó los resultados de clasificación con las funciones discriminantes lineales, cuando todas las variables son discretas, con los resultados de dos modelos logit, un modelo multinomial completo y otro modelo asumiendo que las variables

son mutuamente independientes. Los resultados mostraron que para el rango limitado de estructuras de covarianzas considerado, la pérdida por utilizar una función discriminante lineal no es de gran importancia. Como observa Gilbert, si se viola también la hipótesis de homoscedasticidad, las comparaciones deberían hacerse con el modelo cuadrático. En realidad, los estudios de Gilbert comparan desviaciones de ambos supuestos a la vez. Krzanowski (1975, 1977) también consideró los resultados de la función discriminante lineal en el caso en que haya variables discretas y continuas, mostrando que la función discriminante lineal puede dar errores estimados sustancialmente sesgados. Una correlación alta entre las variables binarias y continuas en una población y baja en otra, o un cambio en el signo, representan los casos, de acuerdo con este autor, en los cuales se puede esperar que la función discriminante lineal dé estimaciones sesgadas de los errores. Por tanto, la inspección de las matrices de correlación intragrupos puede aportar pistas útiles acerca de cuándo puede esperarse que la aplicación de la regla lineal proporcione estimaciones de los errores satisfactorias. La robustez de las funciones discriminantes lineales y cuadráticas a otros tipos de no normalidad ha sido estudiado en Lachenbruch, Sneeringer y Revo (1973). Estos autores investigan tres distribuciones específicas y concluyen que los procedimientos normales estándar pueden ser bastante sensibles a la no normalidad y llevarnos a estimaciones de los errores sesgadas. Sin embargo, los problemas son menores en las distribuciones acotadas que en las no acotadas. También encuentran que la estimación global del ratio de los errores no se ve tan afectada como las de los ratios de errores por grupos. Observan además que cuando utilizan funciones cuadráticas para tener en cuenta la heteroscedasticidad, los resultados no mejoran significativamente e incluso en muchos casos empeoran. Subrahmaniam y Chiganda (1978) examinaron las funciones lineales cuando las variables siguen una distribución de series de Edgeworth y encontraron que los errores introducidos son pequeños cuando la asimetría es pequeña. Cuando ésta aumenta, la estimación de los errores por grupos se aleja de los ratios verdaderos, pero el ratio de errores global permanece en gran medida inafectado.

A veces, más que la simple clasificación de unidades, el objetivo es la *estimación de los coeficientes de la función discriminante* para evaluar la importancia relativa de las variables discriminantes, o para obtener *estimaciones de confianza de las probabilidades a posteriori*. En estas situaciones, el uso de las estimaciones de los coeficientes de la función discriminante basadas en normalidad puede dar lugar a inferencias erróneas. Una manera de proceder bajo el supuesto de linealidad del log-ratio de densidades condicionales no-normales es el uso de la discriminación logística. Esta aproximación consigue estimaciones consistentes de los coeficientes de la función discriminante y por tanto de la probabilidad a posteriori.

Para el problema de clasificación, sin embargo, la regla lineal es bastante robusta si aproximadamente se cumple que el verdadero log-ratio de verosimilitud es lineal en  $\mathbf{x}$ :

$$\xi(\mathbf{x}) = \log \{f(\mathbf{x}/g_1) / f(\mathbf{x}/g_2)\} = \beta_0^0 + \beta' \mathbf{x}$$

No es robusta para captar interacciones entre las variables discriminantes, a menos que la estructura de interacción sea esencialmente la misma para cada grupo.

Estudios empíricos (Mc Lachlan, 1992, pág. 154) sugieren que una moderada asimetría no tiene por qué afectar a los resultados de una regla lineal, especialmente si las distribuciones condicionales tienen formas similares. En cuanto a la robustez de la regla muestral cuadrática, Clarke, Lachenbruch y Broffit (1979) concluyen de sus simulaciones que es robusta a la no normalidad siempre que las distribuciones condicionales no sean muy asimétricas. Tampoco una fuerte curtosis causa problemas. En todos los casos estudiados el ratio de error global fue relativamente estable, mientras que los ratios de errores específicos mostraron una gran variabilidad. En consecuencia, estos autores valoraron la mejora en los resultados de la regla cuadrática utilizando estimaciones de las medias y covarianzas M de Huber, concluyendo que el uso de éstas estimaciones robustas proporciona protección contra los efectos nocivos de la



contaminación de la muestra (por la presencia de observaciones atípicas).

Bayne (1983) encuentra que la robustez de la regla cuadrática depende del tipo de no-normalidad presente. También encuentra que los resultados son sensibles al tamaño de la muestra. Este último factor es crucial a la hora de determinar la superioridad de la regla lineal sobre la cuadrática bajo normalidad.

Fatti, Hawkins y Raath (1982) hacen las siguientes generalizaciones:

- . Si las distribuciones marginales tienen colas más suaves que la normal, entonces las reglas muestrales lineal y cuadrática siguen dando buenos resultados.

- . Sin embargo, si las distribuciones tienen fuertes colas o asimetrías, entonces los resultados son muy pobres.

- . Si las distribuciones tienen fuertes colas pero son simétricas, entonces la regla muestral cuadrática puede dar resultados razonablemente buenos en términos del error global.

Todo esto siempre que el tamaño de la muestra sea suficientemente grande para evitar excesivos errores muestrales en las estimaciones de las medias y las matrices de covarianzas.

- . En cuanto a la robustez de la regla muestral cuadrática en distribuciones condicionales con fuertes colas pero simétricas, es la simetría elipsoidal asociada a la hipótesis de normalidad multivariante lo que aparece como el aspecto más importante más que su forma detallada. Ello subraya la importancia de las transformaciones normalizantes antes de construir la regla cuadrática, ya que incluso si la transformación no consigue la normalidad, puede todavía jugar un importante papel corrigiendo la asimetría de las distribuciones condicionales.

Cooper y Day investigaron también la aplicabilidad de las reglas lineales discriminantes cuando las distribuciones condicionales no son normales. Day (1969) mostró que la regla discriminante óptima es lineal en  $x$  para las distribuciones condicionales en cualquier familia lineal exponencial. Supongamos que la densidad condicional del grupo  $G_i$  es un

miembro de la familia de densidades elípticamente simétricas  $p$ -dimensionales:

$$|\Sigma_i|^{-1/2} f_s \{ \delta(x, \mu_i; \Sigma_i)^{1/2} \}$$

donde  $f_s$  es una función de densidad esférica y simétrica. Entonces, para las distribuciones condicionales de esa forma con igualdad de probabilidades a priori, la regla óptima es lineal si las  $\Sigma_i$  son iguales y  $f_s$  es estrictamente monótona decreciente (Glick, 1976). Para  $\Sigma_i$  diferentes, Cooper (1963) consideró algunas distribuciones del tipo anterior para las cuales la regla discriminante óptima era de la misma forma que la regla cuadrática muestral bajo normalidad.

Además de insistir en la utilización de las reglas normales bajo no normalidad teniendo en cuenta los posibles sesgos a la hora de analizar los resultados, existen otras dos formas de aproximarse al problema de no normalidad cuando queremos predecir:

1) Transformar las variables en normales y trabajar con ellas como hemos visto hasta ahora.

2) Trabajar con otro tipo de distribuciones paramétricas, o bien obtener estimaciones de las probabilidades a posteriori de pertenencia a un grupo directamente de los datos.

Lachenbruch et al. (1973) sugieren que a ser posible los datos deberían ser transformados previamente para aproximarlos a la normalidad. Una vez hecho esto debería contrastarse mediante los test estándares la homoscedasticidad para determinar si utilizar la regla lineal o la cuadrática. El uso de ciertas transformaciones previas a la estimación de la función discriminante lineal ha sido un procedimiento bastante usual, siendo las transformaciones logarítmicas las más utilizadas. Pinches y Mingo (1973), Bates (1973), Carleton y Lerner (1969), Horton (1970) y Altman et al. (1977) utilizaron estas transformaciones en sus estudios. En estos casos existían variables con una fuerte asimetría. La transformación logarítmica convierte la distribución en una más simétrica y

probablemente más normal. Como reconocen estos autores, la aplicación de una transformación puede cambiar la relación con otras variables y puede afectar a la posición relativa de las observaciones en los grupos. En el caso de la transformación logarítmica está implícita la asunción de que en las variables transformadas tiene menos peso el cambio porcentual cuando estamos en niveles de la variable grandes. El uso de esta transformación cambia la estructura implícita del modelo subyacente estimado. Otra forma de transformar las variables en normales es la **transformación por ranking**, que consiste en ordenar todas las variables y sustituir los valores originales por el número de orden correspondiente. Para clasificar una unidad nueva debemos asignarle un valor en el *ranking* de forma similar.

Una aproximación paramétrica al análisis discriminante cuando no es posible sostener la normalidad para las distribuciones condicionales, es modelizarlas como una composición finita de, por ejemplo, componentes normales multivariantes.

Otros modelos no-normales sugeridos para la discriminación paramétrica que sólo citaremos son: el modelo normal  $\theta$ -generalizado (Goodman y Kotz, 1973), el exponencial (Bhattacharya y Das Gupta, 1964), el modelo normal inverso (Folks y Chhikara, 1978, 1989) y el modelo t-multivariante (Sutradhar, 1990).

Una forma de estimar las probabilidades a posteriori de pertenencia a un grupo en base a los datos es el llamado **Nearest-Neighbor analysis**, que consiste en asignar una unidad a aquel grupo en el que tenga los M vecinos más cercanos. La elección de este M es difícil, porque por una parte parece razonable que sea lo suficientemente grande para obtener estimaciones de confianza, pero por otra parte no debe ser demasiado grande porque es deseable que los vecinos más cercanos estén muy cerca.

Una aproximación más formal a la estimación de la función de densidad en el contexto del análisis discriminante predictivo implica el uso de las llamadas "**kernel functions**", que están basadas directa y explícitamente en los valores muestrales.

### III.1.2.- Homoscedasticidad

El segundo supuesto crítico del clásico análisis discriminante lineal es que las matrices de covarianzas son iguales en todos los grupos. La relajación de este supuesto no sólo afecta a los test de significación para contrastar la igualdad de medias, sino que afecta también a la utilidad de las transformaciones en el espacio reducido y a la regla de clasificación apropiada.

Se ha prestado poca atención a los efectos de la heteroscedasticidad en los *contrastes de igualdad de medias* y el desarrollo de test exactos para estos casos. Anderson (1958) presentó un test exacto para el contraste de la igualdad de medias en el caso concreto de tamaños muestrales iguales, y un test aproximado para el caso de muestras de diferentes tamaños. Pero hasta el momento estos test no han sido programados, o por lo menos no son fácilmente accesibles.

Es interesante investigar los sesgos que pueden producirse en los test de significación estándares basados en la  $T^2$  de Hotelling para contrastar la igualdad de medias cuando se viola el supuesto de homoscedasticidad. Basándonos en los trabajos de Scheffé (1959), Hopkins y Clay (1963) e Ito y Schull (1964) podemos concluir que la robustez de los test depende tanto del número de variables como de los tamaños relativos de las muestras por grupos. Cuando el número de variables aumenta, tanto el nivel de significación como la sensibilidad a la heteroscedasticidad aumentan. En cuanto a la igualdad en los tamaños muestrales, ayuda a mantener el nivel de significación cercano al nivel supuesto, pero no ayuda a mantener el poder del test.

Otro de los efectos de la heteroscedasticidad es que afecta al uso de la transformación a un espacio reducido. La *reducción de la dimensionalidad* es posible porque la transformación lineal de los test para reducir el espacio preserva las distancias euclídeas relativas entre observaciones y no afecta ni a los test de significación ni a los resultados de clasificación. Si las matrices de covarianzas no son iguales, la

transformación en el espacio reducido no mantiene las posiciones. El resultado es una deformación en las posiciones relativas de las observaciones en el espacio reducido, y esto afecta tanto a los test de significación en el espacio reducido como a los resultados de la clasificación.

Considerablemente más atención se ha prestado a estudiar los efectos de la heteroscedasticidad en los procedimientos y *resultados de clasificación*. Gilbert (1969) estudió el caso de la utilización de la regla lineal en presencia de heteroscedasticidad para el caso de dos grupos con parámetros conocidos. Los resultados indican que pueden aparecer significativas diferencias en los resultados directamente relacionadas con las diferencias en las matrices de dispersión, el número de variables y la separación entre los grupos. Las diferencias aumentan con las diferencias en las matrices y con el número de variables, y disminuyen cuanto mayor es la distancia entre los grupos.

Marks y Dunn (1974), mediante estudios de Monte Carlo, comparan los resultados en el caso de dos grupos de la función discriminante lineal y la cuadrática. Se utilizan los estimadores muestrales, y la probabilidad total de errores de clasificación es el criterio para juzgar los resultados. Para muestras grandes, los autores concluyen que los resultados relativos de los procedimientos cuadráticos mejoran cuanto más cercanos están los grupos y cuantas más variables hay. Para muestras pequeñas, las reglas lineales dan mejores resultados para un número pequeño de variables y matrices de covarianzas razonablemente similares, y estos resultados mejoran además cuando el número de variables aumenta. Sin embargo, conforme las matrices de covarianzas se hacen más diferentes las reglas cuadráticas dominan. Estos resultados parecen razonables si consideramos que para el caso de dos grupos lineal se deben estimar un total de  $0.5m(m+5)$  parámetros, mientras que en el caso cuadrático se necesita estimar  $m(m+3)$  parámetros, que son casi el doble. Para muestras pequeñas los grados de libertad resultantes en las estimaciones de los parámetros son sustancialmente mayores en el caso lineal que en el cuadrático. Cuando las covarianzas son similares, se obtienen relativamente mejores resultados con la regla lineal, ya que

éstos no están distorsionados por los efectos de hacer la media para obtener las covarianzas. Sin embargo, si las covarianzas son muy distintas, la mayor eficiencia de las reglas lineales se ve dominada por los efectos de la heteroscedasticidad. Wahl y Kronmal (1977) ampliaron el trabajo de Marks y Dunn (1974) considerando mayores muestras y estructuras de covarianzas más variadas, llegando esencialmente a las mismas conclusiones. Afirman que el tamaño de las muestras es una importante consideración a la hora de elegir entre los dos procedimientos. Marks y Dunn sugieren que para más de seis variables y menos de 25 datos por grupo es preferible el modelo lineal. El trabajo de Wahl y Kronmal indica que para cuatro variables, 25 observaciones por grupo son suficientes para usar el modelo cuadrático, y sugieren que por cada dos variables adicionales se requieren otras 25 observaciones por grupo. Con más de 100 observaciones se ve favorecido el modelo cuadrático porque las propiedades asintóticas se alcanzan rápidamente.

En conclusión, el rechazo de la hipótesis de homoscedasticidad puede tener un significativo e indeseable impacto en los test para contrastar la igualdad de medias. Más importante, dependiendo del tamaño de las muestras, número de variables y diferencias en las matrices de dispersión, el uso de la regla lineal en presencia de heteroscedasticidad, puede tener drásticos efectos en los resultados de clasificación y en particular en las asignaciones individuales y en los respectivos ratios de errores por grupos. El test para contrastar la homoscedasticidad deberá por tanto preceder tanto al test para contrastar la igualdad de medias como a la estimación de los errores de clasificación.

### **III.1.3.- Muestreo no aleatorio**

Otro de los supuestos en que se basan tanto los modelos de regresión como el análisis discriminante es el de que las muestras son aleatorias, y por tanto representativas de la población de la que proceden. En ocasiones, sin embargo, los costes del muestreo aleatorio frente a los

costes del muestreo estratificado son mucho mayores, y resulta conveniente recurrir a este último.

Existen dos importantes tipos de estratificación que aparecen a menudo en los modelos con variables dependientes categóricas:

- 1) Estratificación en función de las variables independientes.
- 2) Estratificación en función de la variable dependiente o estratificación por grupo.

Como tienen diferentes implicaciones para la estimación y la inferencia, veremos cada problema por separado.

En el caso de la estratificación en base a las variables independientes (por ejemplo, en el caso del estudio de las quiebras excluir empresas con determinados ratios negativos) los efectos son totalmente distintos para el modelo de análisis discriminante y para los modelos de regresión. En estos últimos, para estimar solo se asume que la distribución de  $Y$  dadas las  $X$ 's es aleatoria, pero no se necesita que las  $X$ 's mismas lo sean. Por tanto, los procedimientos de estimación estándares darán estimaciones consistentes de los parámetros incluso aunque la muestra esté estratificada por la variable independiente. Lo que no impide que la estratificación sobre la base de la variable independiente no tenga efectos en las estimaciones empíricas, ya que la estratificación muestral puede limitar la generalización de los resultados y hacerlos más susceptibles a problemas de robustez.

La estratificación en función de las variables independientes en el análisis discriminante puede causar problemas mayores, ya que los procedimientos de estimación requieren que dentro de cada grupo la distribución de las  $X$ 's sea aleatoria. Si hay estratificación en base a las  $X$ 's, los estimadores muestrales de las medias y matrices de covarianzas de los grupos estarán sesgadas. Como muestra Avery (1977) esta estratificación sesgará también las funciones discriminantes estimadas, las medidas de la importancia de las variables y los resultados de clasificación. Además, es difícil predecir la dirección del sesgo porque dependerá de cómo afecte la estratificación a cada grupo.

Exactamente lo contrario ocurre si la estratificación se hace en base a la variable dependiente. El procedimiento de muestreo seguido

normalmente consiste en extraer un número dado de observaciones de cada grupo, pero dentro de cada grupo la selección se realiza de manera aleatoria. Un síntoma de este tipo de muestreo es que el ratio que representa el tamaño relativo de los grupos en la muestra no coincida con el correspondiente ratio en la población. Este tipo de estratificación no supone graves problemas para el modelo de análisis discriminante. En tanto en cuanto las observaciones son aleatorias dentro de cada grupo, las estimaciones de las medias y matrices de covarianzas serán insesgadas y consistentes. Las funciones discriminantes y las reglas de clasificación pueden ser por tanto consistentemente estimadas y pueden utilizarse sin problemas los test de significatividad. En la construcción de las reglas, sin embargo, habrá que recordar que las probabilidades a priori deberán reflejar los ratios verdaderos de la población, no las proporciones muestrales. Esta estratificación, sin embargo, supone problemas más serios en los modelos de regresión, ya que viola el supuesto inherente requerido para la estimación de éstos modelos de que dadas las X's la Y ha sido extraída de forma aleatoria. Aunque esto puede solventarse con un ajuste similar al de las probabilidades a priori en el análisis discriminante (Manski y Lerman, 1977). La estratificación por grupos puede reducir mucho el número de observaciones requeridas en estudios con sucesos con muy baja probabilidad, pero hemos de recordar que las proporciones de los grupos en la población deben ser conocidas (o estimadas) tanto en el análisis discriminante como en los modelos de regresión.

Otra forma relativamente común de estratificación en base tanto a la variable dependiente como a las variables independientes es la llamada **“muestra pareada”**. Esto ocurre cuando una muestra de un valor de la variable dependiente es emparejada observación a observación con una muestra extraída de otro valor de la misma, de acuerdo con características de variables independientes. Este es claramente un caso de estratificación por grupos. Pero si las variables por las que se casan los pares están correlacionadas con las variables utilizadas en el análisis también lo estarán con la variable independiente. Esto frecuentemente causa graves problemas en el análisis discriminante, sugiriendo que los



resultados de una muestra de este tipo no son generalizables. Además, este esquema de muestreo invalida el ajuste de Manski-Lerman en el análisis de regresión. Si las variables por las que se empareja no son independientes respecto de la variable a explicar, entonces, tiene mucho más sentido modelizar los sucesos con bajas probabilidades estratificados por grupos, pero dentro de cada grupo extraer aleatoriamente las observaciones.

#### **III.1.4.- La definición de los grupos**

Otra de las hipótesis del análisis discriminante es que los grupos investigados son distintos y discretos. Esto es, se asume que una observación es miembro de uno y sólo un grupo. Además, en el proceso de estimación de los parámetros se supone que se conoce a qué grupo pertenecen las observaciones de la muestra. Sin embargo, en la literatura existen numerosos ejemplos en los que se viola este supuesto, mostrando problemas relacionados con los grupos que limitan la utilidad práctica de los resultados de clasificación.

Quizás uno de los casos más extremos ocurre cuando una variable continua es segmentada arbitrariamente y utilizada como base para formar los grupos. Segmentar una variable continua supone descartar información acerca de la relación entre las variables discriminantes y la variable que se quiere explicar, relación que podría capturarse mejor con un modelo de regresión.

El problema de omitir grupos o porciones de grupos se ha dado en mayor o menor medida en muchos estudios, como por ejemplo los de Altman (1978) y Edmister (1972) los cuales solo trabajan con empresas pequeñas en sus estudios acerca del fracaso empresarial. Joy y Tollefson (1975) señalan que para obtener resultados útiles e interpretables, particularmente respecto a la clasificación, es importante que las muestras poblacionales utilizadas para estimar las funciones discriminantes y los ratios de errores de clasificación correspondan a la población que ha de generar las nuevas observaciones a las que ha de aplicarse el modelo.

Otro problema relacionado con la definición de grupos es aquel que se presenta cuando tenemos una nueva observación que clasificar y no estamos seguros de si pertenece a alguno de los grupos que tenemos definidos o a uno nuevo.

Otro tipo de problema de identificación de grupos puede encontrarse en el trabajo de Adelman y Morris (1968). Ellos arbitrariamente agrupan países de acuerdo con sus previsiones de desarrollo económico.

Finalmente un problema de agrupación común en economía y finanzas es el uso de grupos definidos en origen por alguien distinto al investigador. Existe la posibilidad de que la asignación original esté equivocada. En este caso, lo mejor que el investigador puede esperar es replicar o simular la decisión original.

### **III.2.- LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LAS VARIABLES INDIVIDUALES**

En la literatura aplicada, uno de los aspectos más ampliamente malentendidos del análisis discriminante es el problema de determinar la importancia relativa o contribución de las variables individuales al análisis. A diferencia de lo que sucede en el modelo de regresión lineal clásico, donde las ecuaciones normales definen un único conjunto de coeficientes como solución, los coeficientes de la función discriminante no están definidos de una forma única, solo lo están sus ratios. No existen, por tanto, test para el valor absoluto de un coeficiente discriminante particular.

Es este aspecto del análisis discriminante – la dificultad de aislar y contrastar las hipótesis acerca del papel de las variables individuales en el modelo – el que resulta más negativo para los economistas que para aquellos más interesados en el análisis de datos. Parece natural que en economía y finanzas se contrasten hipótesis para aislar la influencia de variables específicas y cuantificar esa influencia en un sentido cardinal.

En ausencia de test para los coeficientes individuales de la función discriminante, el problema es cómo definir una métrica o especificar un criterio con el cual valorar la importancia de una variable. Han sido

desarrollados varios métodos condicionales para medir la contribución de las variables a varios estadísticos F que se usan para contrastar la significatividad de la diferencia entre las medias de los grupos. Otros investigadores se han centrado en el papel de las variables específicas en la clasificación. Cada método utiliza diferentes criterios para medir y valorar la "importancia" de las variables y, por tanto, la selección del método debe hacerse en función de los requerimientos del problema específico a investigar.

Se han propuesto gran número de criterios diferentes para evaluar la contribución de las variables individuales. Entre el gran número de propuestas se encuentran las que ordenan las variables en base a:

- 1) Sus estadísticos F univariantes
- 2) Sus coeficientes en la función discriminante ponderados por la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal en la matriz de covarianzas conjunta.
- 3) Métodos de selección "stepwise-forward" dada la contribución condicional a los estadísticos F multivariantes.
- 4) Métodos de selección "stepwise-backward" similares al 3.
- 5) Un método de eliminación condicional que saca cada variable sucesivamente del conjunto total variables con reemplazamiento.
- 6) El método de Mosteller y Wallace (1963) que pondera los coeficientes de la función discriminante de dos grupos por la diferencia en las medias de los grupos dividida por la diferencia en la media de las puntuaciones discriminantes.
- 7) Las probabilidades esperadas de error.

Debemos hacer algunas puntualizaciones relevantes acerca de estos métodos de ordenación. Primero, el método de Mosteller y Wallace, que mide la contribución bruta de una variable a la  $D^2$  de Mahalanobis como porcentaje de  $D^2$ , es poco recomendable. Las ponderaciones son difíciles de interpretar porque: a) Pueden tener signo positivo o negativo b) Pueden ser mayores que uno y c) No suman uno. Además el método no es fácilmente generalizable a más de dos grupos. Segundo, los métodos 2, 3 y 4 emplean esencialmente la misma métrica, el estadístico F condicional basado en la  $\Lambda$  de Wilks condicional. Todos toman en

cuenta las correlaciones entre las variables, pero difieren en su procedimiento condicional o criterio. En el caso de los métodos 2 y 3, la contribución relativa de una variable dada se mide frente a un aumento (disminución) del número de variables. El método de eliminación condicional 4 se centra en la contribución de una variable específica al estadístico F multivariante, dado que las  $m-1$  variables restantes han sido incluidas ya. Como ninguna variable se elimina, este método mide la importancia relativa de cada variable en términos de su contribución neta al estadístico que se tome como criterio, asumiendo que el resto de variables han sido incluidas, y no su contribución a una selección de subconjuntos de variables. Barlett (1939) y Kshirsagar (1972) mostraron que éste método de eliminación condicional tiene más que un atractivo intuitivo. Hemos comentado anteriormente que aunque los coeficientes de la función discriminante no son únicos, sus ratios sí lo son. Por tanto, aunque no es apropiado contrastar si un coeficiente dado es significativamente distinto de cero, sí tiene sentido contrastar si el ratio de dos coeficientes es igual a una constante  $\alpha$ :

$$H_0: (b_i / b_j) = \alpha$$

Cuando  $\alpha = 0$ , Kshirsagar (1972) demostró que esto es equivalente a contrastar si el añadir una variable dada a un conjunto de  $m-1$  variables aumenta significativamente el poder discriminatorio total del conjunto. También mostró que si en el caso de dos grupos se lleva a cabo una regresión de una variable dependiente dicotómica sobre las variables independientes para tener en cuenta la equivalencia computacional entre la regresión y el análisis discriminante, los test "t" de los coeficientes de la regresión pueden usarse para contrastar estas hipótesis. La tercera puntualización que debemos hacer es que los métodos 1 y 2 y en alguna medida el 6 emplean métricas que suponen que las variables individuales son independientes. Cochran (1964) mostró, sin embargo, que variables aparentemente insignificantes desde el punto de vista univariante, pueden ser muy importantes cuando se combinan con otras variables. Algunos autores (Edmister 1972, Pinches y Mingo 1973, Zumwalt 1975) excluyen en sus aplicaciones del análisis discriminante las variables muy

correlacionadas porque piensan que la multicolinealidad es dañina. Si nos basamos en los estudios de Cochran no podemos interpretar que las correlaciones son perjudiciales ni que la multicolinealidad sesga los test específicos de significación. Cochran se centra en la contribución neta de las variables al poder discriminatorio total de un conjunto de variables, comparando su contribución a la distancia  $D^2$  de Mahalanobis con la contribución que habría bajo el supuesto de que la variable fuera independiente de las otras en el conjunto. Cuando las variables son independientes la  $D^2$  de Mahalanobis multivariante es la suma de las  $D^2$ 's univariantes. En el caso de que los parámetros poblacionales sean conocidos, la peor situación será que una variable no añada nada a la  $D^2$  de Mahalanobis y la mejor situación que la  $D^2$  multivariante aumente más que el  $D^2$  univariante bajo consideración. Los resultados de Cochran para el caso de dos variables indican que:

a) Alguna correlación negativa y correlaciones positivas muy altas entre las variables incrementarán el poder discriminatorio combinado de las otras variables.

b) Moderadas o bajas correlaciones positivas significan que el poder combinado del conjunto será algo menor que la suma de los  $D^2$ 's univariantes, y puede no ser mucho mayor que alguno de los  $D^2$  tomado solo.

El uso de los test univariantes para valorar la contribución de una variable cuando éstas están correlacionadas nos llevará a conclusiones erróneas. Sin embargo, el uso del método de eliminación condicional para medir la contribución de la variable al poder discriminatorio no está sujeto a estos problemas, siempre que no exista multicolinealidad perfecta. Como en el caso de la regresión multivariable las propiedades básicas de los coeficientes y las estimaciones globales de los ratios de errores, no se ven afectadas por la existencia de correlación entre las variables. La alta multicolinealidad implica que los coeficientes estimados no son muy fiables ya que tienen altas varianzas, pero esto es irrelevante para la inferencia que puede hacerse acerca de la importancia de una variable. El método 7 difiere de los otros en que utiliza una métrica distinta – el ratio de error estimado – aunque utiliza el mismo esquema condicional. Urbakh

(1971) expresa la probabilidad de clasificación errónea para el caso de dos grupos como:

$$P = Q(-1/2 \sqrt{D^2}),$$

dónde  $D^2$  es la distancia de Mahalanobis y  $Q$  es la función de distribución normal. Como la función es monótona creciente en  $D^2$ , es suficiente fijarnos en la contribución de la variable a  $D^2$ . Por tanto, en el caso de dos grupos, una ordenación basada en éste ratio de error es idéntica a la que se obtendría usando el estadístico  $F$  como métrica. Finalmente, todas las métricas utilizadas de 1 a 7 asumen igualdad en las matrices de covarianzas. En los casos en que difieran, Karzon y Martell (1977) proponen el uso de un estadístico alternativo.

En resumen, en ausencia de test bien definidos para valorar la importancia de los coeficientes individuales de la función discriminante, se han empleado una serie de métricas diferentes (incluyendo estadísticos  $F$  y ratios de errores estimados) y métodos condicionales para evaluar la contribución de las variables individuales al ajuste total de la función.

### **III.3.- SELECCIÓN DE VARIABLES**

Muy relacionado con el problema de evaluar el papel que juegan las variables individuales en el análisis discriminante está el de la reducción de dimensionalidad o eliminación de las variables no significativas, es decir, que no contribuyen significativamente a la capacidad total de discriminar entre los grupos. En las aplicaciones del análisis discriminante se dispone frecuentemente de observaciones de un número relativamente elevado de variables potencialmente discriminantes, lo que implica en la práctica la necesidad de aplicar un sistema que nos permita seleccionar aquellas variables con un mayor poder discriminante entre un conjunto más amplio.

La mayoría de los métodos para reducir el número de variables relevantes para la discriminación se han centrado en determinar de qué manera una variable o conjunto de variables dadas contribuye significativamente a la lambda de Wilks - o estadísticos relacionados - utilizada en los contrastes de las diferencias en las medias de los grupos.

Todos los métodos tienen tres características en común: 1) Una métrica, generalmente un estadístico F o un estadístico F condicional, 2) Un método condicional o algoritmo de búsqueda y 3) Un criterio de parada para determinar lo grande que debe ser el subconjunto requerido.

El uso de los estadísticos empleados para contrastar la igualdad de medias de los grupos como métrica, es apropiado si el objetivo es maximizar la separación entre las medias de los grupos utilizando el mínimo número de variables. Sin embargo, si lo que queremos es construir un esquema de clasificación, el uso estas métricas puede afectar a los resultados de la clasificación, incluso aunque las variables omitidas sean aparentemente no significativas.

En cuanto a los métodos de búsqueda, el óptimo sería proceder a evaluar todos los subconjuntos posibles, pero si el número de variables es elevado esto es tremendamente costoso. En estos casos el investigador suele conformarse con algún método que, aunque no sea el óptimo, proporcione resultados aceptables con un coste razonable.

Los métodos más conocidos de selección de variables son los siguientes:

- a) Selección hacia adelante (Forward)
- b) Selección hacia atrás (Backward)
- c) Selección hacia delante y hacia atrás (Stepwise)

Este último combina las características de los otros dos y es el más utilizado. Los tres procedimientos son de carácter iterativo.

La aplicación de procedimientos iterativos supone definir previamente una regla de decisión para medir la bondad del ajuste en cada paso o iteración. Una regla de decisión suele ser, como ya hemos comentado, la minimización del estadístico  $\lambda$  de Wilks, ya que cuanto menor sea este estadístico, mayor será el grado del ajuste. En cada paso se selecciona la variable para la que se obtenga un menor  $\lambda$ . Otra regla de decisión consiste en maximizar la distancia de Mahalanobis entre los dos centroides.

En el procedimiento stepwise, en cada paso puede entrar, y también salir, una variable en el conjunto seleccionado, dependiendo del valor que tenga el estadístico F correspondiente a la  $\lambda$  de Wilks o,

en general, al estadístico que se utilice como criterio. Cuanto mayor sea el valor de la  $F$ , más significativa será la variable para la que se calcula. Antes de comenzar la aplicación del procedimiento es necesario fijar un valor “ $F$  mínimo para entrar” y un valor de la “ $F$  máximo para salir”.

El valor de la  $F$  mínimo para entrar debe ser mayor que el  $F$  máximo para salir, de lo contrario una variable podría estar entrando y saliendo de forma indefinida en la selección.

En la aplicación del procedimiento stepwise se suele fijar también un nivel de tolerancia, que es una medida del grado de asociación lineal entre las variables clasificadoras. Cuando la tolerancia de una variable es muy pequeña significa que dicha variable está muy correlacionada con el resto de las variables explicativas, lo que puede provocar problemas en la estimación.

Al iniciar el procedimiento, todas las variables están fuera del modelo. En la primera iteración entra aquella variable con menor  $\lambda$  de Wilks, si éste es el criterio que se está empleando, siempre que el valor correspondiente de la  $F$  sea mayor que  $F$  mínima para entrar. El estadístico  $F$  inicial de cada variable, correspondiente a la  $\lambda$  de Wilks, se obtiene aplicando el análisis de la varianza a cada una de las variables clasificadoras por separado.

Para cada una de las variables que están fuera se calcula el valor de la  $F$  correspondiente al cambio que produce la introducción de la variable en la  $\lambda$  de Wilks del modelo (En la primera iteración la  $\lambda$  del modelo es la  $\lambda$  de la variable que ya se ha introducido). A la  $F$  calculada de esta forma se la denomina “ $F$  para entrar”. Se introduce en el modelo aquella variable con la “ $F$  para entrar” más grande, siempre que su valor sea mayor que la “ $F$  mínima para entrar”.

Si se cumple esta última condición el modelo estará integrado por dos variables. A continuación se analiza cómo le afecta a la  $\lambda$  del modelo (calculado con las dos variables), la exclusión de cada una de ellas. Para ello se calcula la  $F$  correspondiente al cambio que experimenta la  $\lambda$  del modelo al excluir una variable. A esta  $F$  se le denomina “ $F$  para salir”. Se elimina del modelo aquella variable cuya “ $F$  para salir” sea menor que la “ $F$  máxima para salir”.



El proceso continúa hasta que, entre las variables fuera del modelo, no exista ninguna variable a la que corresponda una “F para entrar” mayor que la “F mínima para entrar”. En todo caso se suele fijar un número máximo de iteraciones, deteniéndose el proceso en ese límite en el caso de que no se haya hecho antes.

Cuando se trata de **seleccionar variables con fines predictivos**, el objetivo debe ser elegir aquél subgrupo de variables que maximice los ratios de aciertos estimados. Solo en el supuesto de una regla lineal, bajo normalidad y con igualdad de probabilidades a priori, el criterio de separación de grupos (basado en la lambda de Wilks) es equivalente al criterio de clasificación.

Una aproximación distinta al problema de seleccionar variables con fines predictivos es la siguiente:

1.- Llevar a cabo  $p$  análisis discriminantes univariantes y recoger los ratios de aciertos con alguna estimación de los mismos no sesgada, que nos interesen (en total o algún grupo en particular) para cada predictor. Nos quedamos con aquella variable que proporcione el mejor ratio.

2.- Efectuar  $p-1$  análisis discriminantes bivariantes con la variable que permanece del paso 1 y el resto de variables. Recoger de nuevo los ratios anteriormente citados y quedarnos con la pareja que los tenga más altos.

3.- Continuar con todos los subconjuntos hasta el tamaño  $p-1$ .

Se han de llevar a cabo un total de  $p(p+1)/2$  análisis.

Una vez que tenemos todos los resultados podemos representar en un gráfico los ratios asociados a cada tamaño del subgrupo de predictores. Por supuesto elegiremos aquél subgrupo que nos proporcione los mayores ratios.

### **III.4.- ESPECIFICACIÓN DE UN ESQUEMA APROPIADO DE CLASIFICACIÓN**

Normalmente, la principal razón para llevar a cabo el análisis discriminante es la construcción de un esquema de clasificación. Cuando las medias poblacionales, covarianzas y probabilidades a priori (y quizás costes de clasificación errónea) son conocidos, es bastante sencillo construir reglas que minimicen los ratios de errores esperados. Sin embargo, cuando estos parámetros han de ser estimados en base a una muestra, es interesante conocer cómo es de esperar que se comporten las reglas muestrales a la hora de clasificar en los grupos poblacionales. El buen comportamiento de estas reglas depende crucialmente de la elección de las probabilidades a priori y costes de los errores. Además, la valoración de estas reglas puede estar influenciada por los métodos que se utilicen en la estimación de los ratios de errores.

#### **III.4.1.- Selección de probabilidades a priori y costes de clasificación errónea**

Las **probabilidades a priori** juegan un papel en la regla de clasificación usada. Las probabilidades a priori de los grupos deben estar basadas en los tamaños relativos de las poblaciones. Un desconocimiento completo de estos tamaños relativos sugiere el uso de probabilidades a priori iguales. El efecto de utilizar probabilidades a priori iguales cuando en la realidad son distintas, es que el ratio de aciertos para los grupos más pequeños aumenta con probabilidades iguales.

La idea general para grupos con distintos tamaños es que tiendan a reflejar los tamaños relativos de las poblaciones; usando las distintas probabilidades a priori se incrementan los ratios de aciertos para los grupos grandes y disminuye para los pequeños.

Podemos considerar también el caso en que los **costes de clasificar erróneamente** a una unidad en un grupo  $g$  sean **distintos** a los costes de clasificar erróneamente una unidad en un grupo  $g'$ . Si denotamos por  $C(g/g')$  el coste de asignar una unidad al grupo  $g$

erróneamente, la regla de clasificación incorporando los costes de clasificación queda:

Asignar una unidad  $u$  a la población  $g_1$  si:

$$\sum_{g'=1}^2 \hat{\pi}_{g'} \times \hat{p}(X_u/g') \times C(g_1/g')$$

es mínimo.

Podemos interpretar el producto  $\hat{q}_{g'} \times C(g_1/g')$  como las probabilidades a priori ajustadas por el valor relativo de los costes de clasificación errónea. Dada la dificultad de valorar los costes de clasificación errónea en la práctica, a menudo se toman como iguales en los problemas reales. Además, las probabilidades a priori también suelen especificarse iguales. Esto no es tan arbitrario como puede parecer a primera vista debido a que normalmente una cosa compensa la otra, es decir, normalmente los errores consistentes en clasificar erróneamente una unidad perteneciente al grupo más pequeño (con menor probabilidad a priori) son más costosos que los errores en sentido contrario. Cuando nos encontramos con grupos de tamaños muy dispares, lo que suele interesar identificar muy bien es a las unidades del grupo más pequeño, ya que si lo que interesase identificar muy bien fuesen las unidades pertenecientes al grupo más numeroso, a menudo no merecería la pena llevar a cabo la discriminación y sería más rentable asumir que todas las unidades pertenecen al grupo grande con lo que garantizaríamos no tener ningún error en el grupo más numeroso.

#### III.4.2.- Estimación de los ratios de errores de clasificación

A la hora de evaluar en qué medida las variables explicativas están determinando a la variable a explicar o predecir, se utilizan ratios basados en la muestra disponible; estos ratios son estimaciones de la verdadera relación que entre esas variables puede existir en la población. Es decir, son medidas de esta relación condicionadas a la muestra.

El proceso de estimación implica dar respuesta a tres cuestiones:

a) ¿Qué grado de ajuste puede esperarse de una regla de clasificación basada en la información poblacional?

b) ¿Qué grado de ajuste puede esperarse de una regla basada en una muestra dada para clasificar unidades de futuras muestras?

c) ¿Qué grado de ajuste puede esperarse de una regla basada en una muestra cualquiera de un tamaño fijo para clasificar unidades de futuras muestras?

Relacionados con las tres cuestiones mencionadas arriba, existen tres probabilidades de clasificación correcta, tres ratios de aciertos poblacionales:

1.- Ratio de aciertos óptimo ( $P^{(0)}$ ). Este es el ratio obtenido cuando una regla de clasificación basada en parámetros conocidos se aplica a la población.

2.- Ratio de aciertos real ( $P^{(a)}$ ) o condicional. Es el ratio obtenido al aplicar una regla basada en una muestra particular a futuras muestras.

3.- Ratio de aciertos real esperado ( $P^{(e)}$ ) o incondicional. Es la proporción esperada de clasificaciones correctas sobre todas las muestras posibles. Observemos que:  $P^{(e)} = E(P^{(a)})$ .

Para el caso de dos grupos, asumiendo multinormalidad de los predictores y conocidos los parámetros poblacionales, los dos ratios óptimos de aciertos poblacionales son:

$$P_1^{(0)} = 1 - \Phi((\Gamma - \Delta^2/2)/\Delta), \quad P_2^{(0)} = 1 - \Phi((- \Gamma - \Delta^2/2)/\Delta)$$

dónde  $\Phi$  es la función de distribución normal;  $\Gamma = \ln(\pi_2 / \pi_1)$ ,  $\pi_g$  es la probabilidad a priori de un elemento de la población g; y  $\Delta^2$  es el índice de distancia de Mahalanobis poblacional.

Los valores muestrales de  $\Gamma$  y  $\Delta$  pueden ser usados para obtener los ratios de aciertos estimados. Pueden usarse estimaciones para sustituir  $\pi_g = \hat{\pi}_g$ . Si  $D^2$ , que es la correspondencia muestral de  $\Delta^2$ , se utiliza para sustituirlo, el estimador obtenido para  $P^{(0)}$  tiene un sesgo optimista. Este es el llamado método D, un método pobre para estimar

$P^{(0)}$ . Se han propuesto varios ajustes para conseguir un estimador menos sesgado.

Para más de dos poblaciones no ha sido propuesta ninguna fórmula para estimar  $P^{(0)}$ .

El uso de una fórmula para estimar el ratio de aciertos real también se restringe al caso de dos grupos multinormales. Esta fórmula también está basada en los valores de  $D$ .

Los resultados de clasificación obtenidos a menudo en los paquetes informáticos se calculan de la siguiente manera: el usuario especifica si la regla que va a utilizar es lineal o cuadrática, y las probabilidades a priori. Supongamos que la regla elegida es lineal, la muestra disponible es usada para determinar los  $k$  pesos de los predictores  $\mathbf{b}'_g = \bar{\mathbf{X}}_g \mathbf{S}^{-1}$ , y las  $k$  constantes  $\mathbf{c}_g = -1/2 \bar{\mathbf{X}}_g \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{X}}_g + \ln q_g$ . Entonces estos mismos datos son utilizados para determinar para cada unidad los  $k$  valores de la LCF, y reclasificar las  $N$  unidades en las  $k$  poblaciones. Por tanto, las muestras son clasificadas basándose en los parámetros estimados con ellas mismas.

Un análisis de este tipo es llamado **análisis interno de clasificación**. Este análisis está sesgado en el sentido de que los ratios de error observados es de esperar que sean menores que los reales. Los resultados de un análisis interno pueden inducir a error en cuanto que pueden aparecer ratios de aciertos espuriamente altos.

Desde el punto de vista de la inferencia, es preferible algún otro ratio como estimación del verdadero ratio de aciertos.

En un **análisis de clasificación externo** la regla de clasificación se determina utilizando un conjunto de unidades y después se utiliza para clasificar un conjunto diferente. Hay distintas formas de diseñar este tipo de análisis:

#### A) Método Holdout

Podemos dividir la muestra en dos submuestras, una para elaborar la regla de clasificación y la otra para realizar el test. Una estimación del ratio de aciertos es la proporción de unidades de la segunda muestra correctamente clasificadas con la regla diseñada con la primera

submuestra. El principal problema de este método es que necesitamos muestras grandes. Otra desventaja es que para la obtención de la regla sólo utilizamos una parte de los datos disponibles. También existe el problema de determinar el tamaño adecuado de cada submuestra.

**B) Método leave-one-out (L-O-O)**

Este método consiste en eliminar una unidad y estimar una función de clasificación lineal (LCF) con las N-1 unidades restantes, repitiendo el proceso con todas las unidades. Después cada una de estas reglas es usada para clasificar la unidad eliminada en cada caso. La proporción de unidades eliminadas correctamente clasificadas es usada como una estimación del ratio de aciertos estimado.

Este método es bastante robusto a las violaciones de la función de distribución.

Es de esperar que los ratios de aciertos con el análisis externo sean menores que con el interno.

**C) Método de la máxima probabilidad a posteriori**

El método M-P-P es una media simple de las probabilidades a posteriori estimadas de todas las unidades asignadas de todos los grupos a la población  $g$  con la regla de clasificación usada.

El estimador M-P-P para  $P^{(a)}_g$  puede expresarse como:

$$\hat{P}^{(a)}_g = (1/N \cdot q_g) \sum_{g'=1}^k \left\{ \sum_{u=1}^{ng'} [\text{probabilidad a posteriori para todos los } X_u \text{ en el grupo } g' \text{ asignadas al grupo } g] \right\}$$

$X_u$  en el grupo  $g'$  asignadas al grupo  $g$ ]

El ratio de aciertos total,  $P^{(a)}$ , puede ser estimado usando:

$$\hat{P}^{(a)} = \sum_{g=1}^k q_g \hat{P}^{(a)}_g = (1/N) \sum_{u=1}^N \max [\hat{p}(1/X_u), \hat{p}(2/X_u), \dots, \hat{p}(g/X_u), \hat{p}(k/X_u)]$$

Las probabilidades a posteriori estimadas pueden provenir de un análisis interno o externo.

Hora y Wilcox (1982) concluyen que si la condición de multinormalidad es sostenible, el método M-P-P/L-O-O es preferible al usual L-O-O, pero si no es sostenible es preferible el último.

### III.4.3.- Variabilidad de las estimaciones

Si dejamos que las matrices de covarianzas sean arbitrarias en la especificación de las densidades normales multivariantes para las distribuciones de grupo condicionales, el análisis cuadrático subsecuente requiere un gran número de parámetros a estimar si la dimensión “p” del vector de atributos y/o el número de grupos son grandes en relación al tamaño de la muestra. En estas situaciones se suele optar por llevar a cabo un análisis lineal en virtud del principio de *parsimonia*.

Cuando el tamaño de las muestras de los grupos ( $n_i$ ) es pequeño en relación a “p”, las matrices de covarianzas muestrales  $\hat{\Sigma}_i$  y sus versiones insesgadas  $S_i$ , son altamente variables. Además, cuando  $n_i < p$ , no todos los parámetros son identificables.

Una de las aproximaciones que se utilizan para resolver este problema es el *método de la regularización*. Las técnicas de regularización han sido aplicadas con éxito cuando el número  $n_i$  de entidades clasificadas del grupo  $G_i$  no es mayor que p para algún i ( $i=1\dots g$ ) y cuando  $n_i$  no es apreciablemente mayor que p.

La regularización pretende reducir las varianzas de las estimaciones altamente inestables sesgándolas hacia valores que se juzgan más plausibles. El intercambio (“trade-off”) entre varianza y sesgos se regula generalmente mediante uno o más parámetros que controlan la intensidad del sesgo hacia el conjunto de valores de los parámetros plausibles.

Alguna de las reglas de clasificación que se utilizan en la práctica pueden ser vistas como versiones regularizadas de la regla cuadrática. Un ejemplo obvio es la utilización de la regla lineal en presencia de heteroscedasticidad para mejorar las estimaciones de las matrices de covarianzas de los grupos, que son sustituidas por la matriz conjunta. Si las matrices de covarianzas de cada grupo son muy desiguales, la

regularización puede introducir sesgos importantes. Lo deseable es que la elección entre reglas lineales y cuadráticas en presencia de heteroscedasticidad se haga en base a la disponibilidad de datos muestrales. Friedman (1989) intenta superar la elección entre reglas lineales y cuadráticas, sumamente restrictiva, y propone un sofisticado compromiso entre ambas.

Las reglas lineales son asintóticamente óptimas si la matriz de covarianzas  $\Sigma_i$  del grupo  $G_i$  es la misma para todo  $i$  ( $i=1\dots g$ ). Sin embargo, en la práctica es poco probable que la homoscedasticidad se verifique exactamente. Además, incluso si un test preliminar no rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad, la hipótesis nula es realmente una "proxy" de una pequeña vecindad de los valores nulos de los parámetros.

Por tanto, es muy interesante valorar la regla lineal muestral cuando nos separamos de la homoscedasticidad, sobre todo comparándola con la regla cuadrática muestral que es asintóticamente óptima en el caso de heteroscedasticidad.

Esta comparación es particularmente relevante cuando se usa la *regla lineal en lugar de la cuadrática como método de regularización*. Si las matrices de covarianzas de los grupos son marcadamente diferentes, su estimación mediante la matriz conjunta  $S$  puede ser una fuente de sesgos. Sin embargo, el consecuente decremento en varianza puede hacer que la regla lineal sea en conjunto superior a la cuadrática, sobre todo en muestras pequeñas.

Otra razón del amplio uso de las reglas discriminantes lineales basadas en normalidad, es su fácil interpretación de las probabilidades a posteriori de pertenencia a un grupo estimadas y las regiones de clasificación implícitas, que surge de la simplicidad lineal.

Las comparaciones de ambas reglas basadas en normalidad se han concentrado en el caso de dos grupos. Los primeros estudios (McLachlan, 1992, pág. 133) muestran que la decisión concerniente al uso de una u otra regla debe basarse en la consideración del tamaño muestral  $n_i$  relativo a "p", en el grado de heteroscedasticidad y en la separación entre los grupos.



El tamaño de la muestra es una importante consideración inicial. En primer lugar, el hecho de que haya una muestra adecuada permite valorar tanto la homoscedasticidad como la normalidad. Además, los tamaños muestrales tienen interés en sí mismos como indicadores en la elección entre las reglas lineales y cuadráticas. Si la muestra es suficientemente grande y no se puede sostener la homoscedasticidad se optará por una regla cuadrática, mientras si por el contrario la muestra es pequeña relativa a " $p$ " entonces es posible que aunque no se pueda sostener la homoscedasticidad sea preferible una regla lineal. Cuando nos encontramos en situaciones intermedias, es decir, tamaños muestrales moderados respecto a " $p$ ", la elección deberá basarse en el grado de heteroscedasticidad y la separación entre grupos.

Dados los tamaños muestrales, una regla cuadrática será preferible a una lineal cuanto más dispares sean las matrices de covarianzas y cuanto menor sea la separación entre grupos. Pero resulta difícil de calibrar cuán dispares deben ser las matrices de covarianzas en conjunción con la separación entre los grupos para que resulte conveniente utilizar una u otra regla.

Es cuestión de sopesar el modelo heteroscedástico con sus estimaciones insesgadas y el homoscedástico con menos parámetros, teniendo sesgos pero estimaciones menos variables. Sería además deseable decidir en base a algún criterio apropiado como el error total estimado.

Incluso aunque la elección entre la regla lineal y la cuadrática sea la adecuada, la regla elegida puede contener todavía un error demasiado grande para ser útil en la práctica si los tamaños muestrales son pequeños respecto a " $p$ " y la separación entre grupos es pequeña.

Sin embargo, hay medios para obtener una regla que mejore el ratio de errores en algunas situaciones. En particular Friedman (1989) nos muestra que el análisis discriminante regularizado nos proporciona una rica clase de alternativas regularizadas entre el modelo homoscedástico y el heteroscedástico.

Los trabajos mencionados anteriormente para comparar entre las reglas eran de naturaleza empírica, debido a la complejidad que suponen

las comparaciones analíticas. A pesar de ello, O'Neill (1984) realizó un estudio teórico en el que demuestra que el ratio de error incondicional es asintóticamente menor con la regla lineal que con la cuadrática y en la mayoría de los casos la regla lineal da errores menos variables. Encuentra algunos casos en los que los errores en el caso lineal son menores pero tienen mayor varianza, y demuestra que en estas situaciones la variabilidad extra del error en el caso lineal no es suficientemente grande para avalar el uso de la regla cuadrática en lugar de la lineal con su menor error.

Hay una pérdida de eficiencia cuando estimamos el modelo cuadrático en lugar del lineal porque hay que estimar parámetros superfluos.

Otro modo de proceder cuando el número de variables ( $p$ ) es grande en relación con la muestra es utilizar solo un subconjunto de las " $p$ " variables observadas. La selección de un subconjunto de variables es una aproximación que puede ser vista como otro método de regularización y puede ser efectivo si las mayores diferencias entre los grupos se dan en un pequeño subconjunto de las variables originales. Sin embargo, como argumenta Friedman, la influencia de este método es pequeña comparada con otros métodos de regularización e incluso con los resultados sin regularizar.

#### **III.4.4.- Robustez de las reglas de clasificación**

Vamos a considerar a continuación estimaciones robustas de los parámetros de los grupos. Las estimaciones robustas (estimaciones  $M$ ) de las medias y matrices de covarianzas de un vector de atributos en un grupo dado comienzan dando pesos iguales a todas las observaciones del cuerpo de datos, pero automáticamente reducen el peso de cualquier observación que se considere atípica respecto a su grupo de origen.

Huber (1964) desarrolló una teoría acerca de la estimación robusta de un parámetro de situación utilizando estimaciones  $M$ . Más tarde, la extendió al caso multivariante tomando una densidad elípticamente simétrica y asociándola con una densidad normal contaminada.

Dado  $X_{ij}$  ( $j=1\dots n_i$ ) que denota el número de unidades en la muestra que pertenecen al grupo  $G_i$ , para la distribución condicional de  $X$ , las estimaciones  $M$  de  $\mu_i$  y  $\Sigma_i$  tal como las propuso Maronna (1976) vienen definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^{n_i} u_1(\hat{d}_{ij}) (x_{ij} - \hat{\mu}_i) = 0 \quad y$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} u_2(\hat{d}_{ij}^2) (x_{ij} - \hat{\mu}_i)(x_{ij} - \hat{\mu}_i)' / n_i = \hat{\Sigma}_i \quad ,$$

donde la  $\hat{d}_{ij}^2$  es la distancia de Mahalanobis entre cada unidad y el vector de medias estimado, dada la matriz de covarianzas estimada, y  $u_1(s)$  y  $u_2(s)$  son funciones de pesos no negativas.

Bajo condiciones bastante generales para las funciones de pesos, Maronna establece la existencia de una solución única para esas ecuaciones. También demostró que se trata de una solución consistente y asintóticamente normal bajo el supuesto de que  $f(x; \theta_i)$  es un miembro de la familia de densidades elípticamente simétricas  $p$ -dimensionales:

$|\Sigma_i|^{-1/2} f_s \{ \delta(x, \mu_i; \Sigma_i) \}^{1/2}$ , donde  $f_s$  es una función de densidad esférica y simétrica.

Posteriormente se han desarrollado variantes de estas ecuaciones, definiendo de distintas maneras tanto  $d_{ij}$  como las funciones de pesos.

Randles et al. (1978) introducen dos nuevos métodos para construir funciones discriminantes lineales y cuadráticas robustas. El primero es una generalización del procedimiento de Fisher para encontrar una función discriminante lineal. Se trata de poner menos peso en aquellas observaciones que están lejos de las regiones de solapamiento de las dos poblaciones. El segundo nuevo método utiliza estimadores  $M$  de las medias y las varianzas en las fórmulas usuales de las funciones discriminantes tanto lineal como cuadrática. Los resultados de Monte Carlo indican una menor probabilidad de error con estos esquemas,

comparados con la función discriminante de Fisher en casos de fuertes colas o distribuciones contaminadas.

La propuesta de este artículo es describir métodos para construir funciones lineales y cuadráticas que muestren una mayor robustez respecto a cambios en el modelo poblacional y en particular que no estén fuertemente influenciadas por las observaciones atípicas. Aparentemente, estas funciones deben ser más efectivas en la clasificación de las observaciones del cuerpo principal de los datos.

Uno de los métodos usa una aproximación que utiliza una función de distancia para concentrar la efectividad de la regla en la región en la que se solapan las dos poblaciones, es decir, los valores que son más difíciles de clasificar.

El segundo esquema usa funciones discriminantes del mismo tipo que la LDF y QDF, excepto que utiliza estimadores tipo M de Huber determinados por la muestra, para estimar las medias y las matrices de covarianzas.

La idea que subyace a estas aproximaciones es determinar robustamente un espacio lineal unidimensional que, en algún sentido, separe de la mejor manera las proyecciones de las  $x$ 's e  $y$ 's observados. La regla de decisión se completa decidiendo un valor de corte apropiado para las puntuaciones de las funciones discriminantes.

Randless, Broffitt, Ramberg y Hogg (1978a) desarrollaron el uso de **puntos de corte basados en rankings** para las reglas discriminantes.

La idea evolucionó desde el trabajo de Broffit, Randless y Hogg de 1976 en análisis discriminante parcial, en el cual fueron desarrolladas las reglas basadas en rankings, que poseen unas propiedades *independientes de la distribución*.

Un punto de corte basado en rankings permite al decisor el control de la importancia relativa de la regla de discriminación, produciendo una con un control aproximado sobre el ratio de las dos probabilidades de error.

Cuando se usa junto a una función discriminante robusta, un punto de corte basado en rankings provee de una medida extra de robustez en la mejora del procedimiento.

Para describir la construcción de un punto de corte de ranking, llamemos  $D(\cdot)$  a una función discriminante que trata las observaciones dentro de cada grupo simétricamente y que tiende a dar mayores puntuaciones discriminantes a las  $x$ 's y más pequeñas a las  $y$ 's.

Primero tratamos la observación " $z$ " como si perteneciera a la población  $\Pi_x$  y construimos la función discriminante  $Dx(\cdot)$ , basada en las dos muestras:

$$1) x_1, x_2, \dots, x_{n_x}, z$$

$$2) y_1, y_2, \dots, y_{n_y}$$

$Rx(z)$  denota el número de orden de  $Dx(z)$  a lo largo de  $Dx(x_1), Dx(x_2), \dots, Dx(x_{n_x}), Dx(z)$ , ordenado de menor a mayor. Cuanto menor sea el orden que ocupe " $z$ ", ello indicará que más se parece a  $Y$ . Si la muestra pertenece a una población continua y si el vector " $z$ " realmente proviene de  $\Pi_x$ , entonces  $Rx(z)$  tendrá una función de distribución uniforme sobre los enteros  $1, 2, \dots, n_x+1$ .

El segundo paso es tratar a " $z$ " como si perteneciera a  $\Pi_y$ , formando  $Dy(\cdot)$ , una función discriminante basada en las muestras:

$$1) x_1, x_2, \dots, x_{n_x}$$

$$2) y_1, y_2, \dots, y_{n_y}, z$$

que de nuevo tiende a dar mayores valores a las  $x$ 's que a las  $y$ 's.

$Ry(z)$  denota el ranking de  $Dy(z)$  sobre  $-Dy(y_1), -Dy(y_2), \dots, -Dy(y_{n_y}), -Dy(z)$ . Aquí, un orden muy pequeño de  $z$  supone una semejanza con  $X$ .

La distribución forzada se lleva a cabo comparando los  $p$ -valores:

$$Px(z) = Rx(z) / (n_x+1) \text{ y}$$

$$Py(z) = Ry(z) / (n_y+1)$$

(Rao 1954, Randless, Broffit, Ramberg y Hogg, 1978 a).

Si no se requiere poner ningún énfasis especial en ningún tipo de error, entonces  $z$  se clasifica en  $\Pi_x$  si  $P_x(z) > P_y(z)$ , y en  $\Pi_y$  en caso contrario.

Las reglas usando estimadores  $M$  en las LDF y QDF, junto con puntos de corte por rankings, funcionan de forma excelente, particularmente con distribuciones con fuertes colas (muy dispersas) o muy contaminadas.

### **III.5.- APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE A LA PREDICCIÓN DE SERIES TEMPORALES**

En economía y finanzas, muchas de los problemas de clasificación a los que las técnicas de análisis discriminante han sido aplicadas implican predicciones de series temporales. Esto incluye problemas tales como predicción del fracaso empresarial, calificación de bonos y valoración de créditos. Aquí el objetivo es predecir un suceso uno o más periodos antes de que ocurra con la información de uno o más periodos previos. Dado que la predicción de series temporales no está explícitamente incorporada en el análisis discriminante, su aplicación a este tipo de problemas hace que surjan una serie de temas que casi no han sido tratados en la literatura teórica.

El primer problema está relacionado con la forma y la estructura del modelo especificado. El proceso mediante el cual una observación pasa de un grupo a otro a lo largo del tiempo es de esperar que consista en una evolución continua. Esto sugiere que *las relaciones entre las variables relevantes cambian a lo largo del tiempo*. Por tanto, el modelo apropiado puede ser diferente tanto en términos de los parámetros como en las variables que lo compongan, para cada horizonte diferente de predicción.

Una segunda dificultad es la relativa a la *selección y estimación de las probabilidades a priori apropiadas*. Teniendo en cuenta que la esperanza relativa de ocurrencia de cada uno de los grupos varía en cada momento del tiempo, no resulta obvio cuáles pueden ser las probabilidades a priori o cómo podrían ser estimadas. No está claro si

resulta más apropiado utilizar como estimaciones las frecuencias relativas de un año dado o una media de varios años pasados. En ausencia de una guía teórica, deben ser los objetivos del investigador los que determinen el método a utilizar.

Otro aspecto del mismo problema surge cuando *los datos de varios períodos se utilizan conjuntamente* para hacer predicciones sobre el mismo período de tiempo. Esto sucede normalmente cuando las *observaciones de uno de los grupos son relativamente infrecuentes* y es necesario juntar las observaciones de varios períodos para tener una muestra suficientemente grande para poder trabajar. De nuevo, no parece estar claro cuáles deben ser las probabilidades a priori adecuadas o cómo estimarlas. En tales casos, las proporciones muestrales de los grupos no parecen ser adecuadas. De nuevo, el modo de proceder estará determinado por los objetivos del investigador.

Otro problema, considerado explícitamente por Tollefson (1975) y Altman y Eisenbeis (1978), es el de los métodos de validación y estimación de los ratios de errores esperados. El problema es el siguiente; si los datos del período  $t$  se utilizan para predecir un suceso en  $t+1$ , entonces no es suficiente seleccionar otra muestra del período  $t$  y predecir y validar el modelo en base a los resultados en el período  $t+1$ . En lugar de esto deben usarse los datos de períodos futuros como  $t+2$  para predecir sucesos en  $t+3$ . Altman y Eisenbeis (1978) subrayan que “la esencia del argumento de Tollefson es que en la aplicación a las series temporales, un modelo de análisis discriminante solo es útil con fines predictivos bajo el supuesto de que las relaciones subyacentes y los parámetros son estables a lo largo del tiempo”. De otro modo, el modelo y los ratios de errores estimados solo serán válidos para los períodos investigados. Incluso la validación del modelo con una muestra fuera del período muestral utilizado para elaborar el modelo puede dar resultados cuestionables si no se da la estabilidad en el tiempo. La discusión del papel de la clasificación ex-post sugiere que la comparación entre los resultados de clasificación para el período de la muestra y los resultados fuera del período muestral puede servir como un test de estacionariedad.

Finalmente, hay otro aspecto del problema de estacionariedad que surge en el caso de que se utilicen datos conjuntamente de varios períodos, como en el estudio de Altman (1968). Si las relaciones básicas no se mantienen estables en el tiempo entre las medias y las varianzas, el uso de datos de varios períodos mezclados es de alguna manera inapropiado. De nuevo, la comparación de los resultados de clasificación así obtenidos con los resultados de clasificación intertemporales puede ser una útil guía para validar la utilidad de la aproximación anterior y la estacionariedad de los parámetros del modelo.

### **III.6.- SELECCIÓN DEL MODELO**

Las similitudes de los análisis de regresión descritos anteriormente con el análisis discriminante hace que surja la cuestión de cómo debe realizarse la elección del modelo. Existen condiciones bajo las cuales los datos pueden ser representados consistentemente por más de un modelo. La selección del modelo deberá basarse en consideraciones teóricas, grado de ajuste que se consiga e incluso en la disponibilidad de programas informáticos.

Aunque la elección del modelo a menudo no afectará en gran medida a las implicaciones del estudio (porque diferentes formas del modelo nos pueden llevar a similares conclusiones empíricas) hay una serie de consideraciones que pueden hacerse a la hora de elegir. De una parte se pueden valorar los modelos por los resultados que nos den en cuanto al grado de ajuste, y de otra se pueden valorar consideraciones teóricas acerca de los datos a representar.

En cuanto a la valoración de la calidad de un modelo empírico, lo normal es examinar el grado de ajuste o capacidad de predicción de la variable dependiente. En el caso de variables dependientes discretas esto puede medirse por el porcentaje de observaciones correctamente clasificadas. Esto supone elegir la muestra adecuada para evaluar este porcentaje. Si utilizamos la misma muestra para estimar y para validar tendremos resultados sesgados, y si utilizamos otra muestra estamos dejando de utilizar unos datos que en el caso de que las muestras no



sean grandes puede suponer importantes diferencias en los resultados. Otra consideración a tener en cuenta si queremos utilizar esta medida para seleccionar un modelo es que cuando la muestra es estratificada, debemos utilizar las probabilidades a priori para ponderar los errores de cada grupo, así como los costes de clasificación errónea relativos. Otro problema de la utilización de esta medida es que solo es sensible a las observaciones cerca del límite, y no detecta diferencias en las observaciones extremas.

En otro orden de cosas, sería también deseable que la decisión acerca del modelo a elegir estuviera guiada por consideraciones teóricas más que empíricas y que eligiéramos el modelo más consistente con la estructura del problema que pretendemos modelizar. En el caso de elegir entre los modelos de regresión y el análisis discriminante hemos de recordar lo dicho al principio del tema, en el primer caso se trata de contrastar relaciones de causalidad, mientras que en el segundo se buscan relaciones de asociación para predecir y no medir una estructura causal.

**CAPÍTULO IV.-**

**APLICACIONES DEL ANÁLISIS**

**DISCRIMINANTE AL ESTUDIO DE LAS**

**CRISIS DE LAS EMPRESAS**

## **V.1.- INTRODUCCIÓN**

En ésta introducción pretendemos realizar un rápido recorrido por los trabajos relacionados con la aplicación del análisis discriminante mediante ratios financieros a la predicción del fracaso empresarial. Partiendo de los trabajos pioneros hemos seleccionado, dentro de la infinidad de trabajos realizados, una serie que pretende ser ilustrativa de las posibilidades que ofrece éste tipo de análisis, de los problemas más comunes en su aplicación, así como de las soluciones que se han ido proponiendo a éstos problemas.

El primer intento de contrastar la utilidad del análisis de ratios en el contexto de la predicción del fracaso empresarial se debe a **Beaver (1967)**. Éste entiende por utilidad capacidad predictiva.

Para conseguir su propósito, Beaver diseña un experimento partiendo de la selección de dos muestras, una de empresas fracasadas y otra de empresas sanas.

Define el fracaso como la incapacidad de una empresa para hacer frente a sus obligaciones financieras conforme éstas van venciendo. Esto incluye: quiebras, impago de obligaciones, descubiertos bancarios, e impago de dividendos a las acciones preferentes. Esto hace del grupo de empresas fracasadas un conjunto muy heterogéneo.

El grupo de empresas fallidas consiste en 79 empresas en alguna de esas situaciones durante el período que abarca de 1954 a 1964, cuyos datos para varios años previos a la crisis se obtuvieron del Moody's Industrial Manual. Beaver clasifica a estas empresas por sector y tamaño.

Para la selección de la muestra de empresas sanas Beaver utilizó el muestreo por parejas casando cada empresa sana con una fracasada en función del sector y el tamaño. El propósito de esta técnica es controlar los factores que pueden enmascarar la relación entre los ratios financieros y el fracaso. Según este autor los dos factores antes citados debían ser controlados porque un mismo valor de un ratio implica distintas probabilidades de quiebra en unos sectores que en otros, así como en empresas grandes o pequeñas. Uno de los inconvenientes de éste tipo de muestreo como el mismo Beaver apunta es que las variables controladas pueden ser importantes predictores de las crisis que no van a ser detectados a causa de que su poder predictivo está oculto por ésta técnica de muestreo. Si se utiliza una técnica de muestreo aleatoria puede determinarse el poder predictivo de todas las variables relevantes. En el estudio de Beaver el poder predictivo del sector y el tamaño no son analizados.

Beaver obtuvo datos para las empresas de la muestra de Moody's para los cinco años previos al fracaso. El número de observaciones comenzando desde un año antes de la crisis son 79, 76, 75, 62 y 54 respectivamente. Debido a que los fracasos para los cuales están disponibles datos adecuados ocurren con relativa poca frecuencia dentro de un año dado, es necesario trabajar con un conjunto de observaciones que incluya datos de diferentes períodos de tiempo. Esta mezcla hace que se presenten problemas en las series temporales, porque pueden ocurrir cambios estructurales en las probabilidades a priori de fracaso y/o en el significado económico de ratios financieros particulares. Cuando se utiliza este procedimiento, se asume, normalmente de forma implícita, que la relación entre las variables se mantiene estacionaria a lo largo del tiempo.

La técnica de mezclar observaciones de distintos años, normalmente se acompaña de intentos de predecir fracasos uno o más períodos en el futuro. Esto crea otros problemas temporales ya que al ser el proceso por el cual una empresa fracasa evolutivo, la relación entre las variables cambia a lo largo del tiempo. De acuerdo con esto, se

necesitarían diferentes modelos de fracasos para diferentes períodos de predicción en el futuro.

A pesar de que Beaver no utilizó el análisis discriminante per se, ambos aspectos del llamado problema de series temporales en análisis discriminante están presentes en su trabajo.

Para cada uno de los cinco años previos computa Beaver 30 ratios seleccionados sobre la base de su popularidad en la literatura, comportamiento en estudios anteriores y definición del ratio en términos de un concepto de "cash-flow", divididos en seis grupos: "cash-flow", ingresos netos, deuda sobre activos, activos líquidos sobre totales, activos líquidos sobre pasivo circulante y rentabilidad.

En base al menor porcentaje de error de predicción para cada grupo a lo largo de los cinco períodos, Beaver seleccionó un modelo con seis variables.

Beaver llevó a cabo tres experimentos empíricos principales:

- 1) Comparación de los valores medios
- 2) Test de clasificación dicotómicos
- 3) Análisis de los ratios de verosimilitud

Con el primer experimento encuentra que existen diferencias anticipadas en los valores medios de los seis ratios en cada uno de los cinco años previos al fracaso. Además, la media de las empresas fallidas muestra un deterioro sustancial conforme se acerca el año del fracaso. En contraste, el comportamiento de la media de las firmas sanas es relativamente constante con solo pequeñas desviaciones de la tendencia.

Para realizar las predicciones, Beaver ordenó cada uno de los 30 ratios para las empresas sanas y fracasadas en orden ascendente. A continuación, inspeccionó cada par de observaciones para encontrar el punto de corte que minimizara el porcentaje de clasificaciones incorrectas. Beaver utilizó el porcentaje de observaciones mal clasificadas como un índice algo tosco de los ratios de capacidad predictiva. Para validar este intento de clasificación de prueba y error y eliminar sesgos muestrales, Beaver llevó a cabo un experimento "holdout". Beaver concluye que el ratio "Cash-flow / Deuda total" es el mejor predictor en conjunto, sin

embargo su error de Tipo I aumenta sustancialmente conforme nos alejamos en el tiempo.

Beaver trata los costes de clasificación incorrecta como simétricos y emplea probabilidades a priori también iguales.

Los ratios de verosimilitud son útiles para examinar el solapamiento, asimetría y normalidad de las distribuciones de los ratios. Beaver encontró alguna asimetría en la mayoría de las distribuciones analizadas, sugiriendo que no podían considerarse distribuciones normales. Para contrastar directamente la normalidad Beaver utilizó las funciones de densidad acumuladas. Sobre la base de estos test concluyó que los seis ratios tenían una distribución no normal. Más aun, encontró que las transformaciones con logaritmos o la raíz cuadrada eran casi tan asimétricas como las variables originales.

*La más importante contribución de Beaver fue sugerir un marco para la evaluación de los datos contables, no solo para la predicción de los fracasos sino para cualquier otro propósito.* Su mayor hallazgo fue encontrar que los ratios financieros, o de forma más general, los datos contables, tienen capacidad para predecir fracasos desde al menos cinco años antes.

Para futuras investigaciones Beaver sugirió:

- 1) Que fuera investigado el análisis multiratio.
- 2) Que los ratios contables fuesen comparados con otros predictores de fracasos como los datos de mercado.
- 3) Que se analizasen muestras adicionales de empresas.

Estas ampliaciones y otras no sugeridas por Beaver se han ido desarrollando a lo largo de los años, pero no cabe duda de que muchos de los trabajos posteriores siguen siendo deudores de este primer trabajo de Beaver tanto en sus aciertos como en sus errores.

En la conferencia acerca de las crisis financieras de 1976 patrocinada por "Salomon Brothers Center for the study of financial institutions", **Altman** presentó un trabajo titulado "The Z-score Bankruptcy Model: Past, Present and Future". El propósito de este trabajo era presentar un análisis prospectivo y retrospectivo de su modelo original de

puntuaciones Z (Altman 1968) y planificar extensiones del modelo para el futuro. A continuación comentaremos algunos de los trabajos que en este campo se desarrollaron desde el primer trabajo de Altman (1968) hasta la extensión del mismo por Altman et al. (1977).

El objeto del primer trabajo de Altman era valorar las cualidades del análisis de ratios como técnica analítica, usando la predicción de las quiebras como un ejemplo. El marco metodológico y sus test empíricos eran similares a los de Beaver. Sin embargo, comparado con Beaver, Altman introduce dos importantes mejoras: *una definición más restrictiva del fracaso y un análisis multivariante.*

La definición de Altman del fracaso es la quiebra legal. La muestra de empresas fracasadas consistió en 66 empresas manufactureras quebradas entre el período 1946-1965. Por tanto, aquí también aparecerá el problema de las series temporales. Las empresas sanas se seleccionaron por emparejamiento con las fracasadas por tamaño y sector. Altman argumenta que es innecesario emparejar exactamente por el tamaño, ya que los ratios por su propia naturaleza tienden a mitigar el efecto tamaño. El punto importante es si alguna de las variables de control es un predictor del fracaso. A causa de esta limitación se suele recomendar el muestreo aleatorio en la medida de lo posible, y más aun si de lo que se trata es de predecir, ya que una muestra aleatoria representa a la población subyacente. Tanto Beaver como Altman descartan la muestra aleatoria por considerarla “poco aconsejable” e “inapropiada” respectivamente.

Altman utiliza los datos de balances y cuentas de resultados de cinco años previos a la quiebra para las empresas de la muestra recogidos en Moody's Industrial Manual. Analiza 22 variables divididas en cinco categorías: 1) Liquidez, 2) Rentabilidad, 3) Apalancamiento, 4) Solvencia y 5) Actividad. Los ratios fueron seleccionados en función de su popularidad en la literatura y su potencial relevancia para la investigación. Altman no incluyó entre sus ratios el considerado por Beaver como mejor predictor (“cash-flow”/ Deuda total) porque según él no disponía de datos suficientes para reconstruirlo.

Del grupo de 22 variables originales cinco fueron seleccionadas como las mejores en cuanto a capacidad predictiva. Para llegar a esa selección Altman utiliza los siguientes métodos:

- 1) La significatividad estadística de funciones discriminantes alternativas incluyendo la contribución relativa de variables individuales.
- 2) Examen de la matriz de correlaciones relevante.
- 3) Resultados predictivos basados en los test de clasificación.
- 4) Su propio juicio como investigador.

Aunque no hay test absolutos para determinar la importancia de variables específicas en el análisis discriminante, existen varios métodos para ordenar la contribución relativa de variables específicas al poder discriminatorio total de un perfil de variables. Altman utiliza el método escalado ponderado, bajo esta técnica los coeficientes de la función discriminante escalada son ponderados por los elementos de la diagonal apropiados de la matriz conjunta de sumas de cuadrados de las desviaciones.

En la selección de variables se pone de manifiesto como una variable que por ella misma es insignificante puede ser un importante discriminador en un marco multivariante debido a la interacción entre las variables.

La función discriminante de Altman reduce el problema a una variable (las puntuaciones  $Z$ ) que es una combinación lineal de las cinco variables seleccionadas. Las medias para cada grupo de estas puntuaciones determinan el punto de corte que determinará cuando se clasifica a una empresa como sana o fracasada. En base a estos valores Altman clasificó su muestra y encontró que los errores de clasificación se concentraban en un rango al que llamó "zona de ignorancia" o "zona gris".

Utilizando la regla de clasificación anterior Altman concluye que su modelo da buenos resultados de predicción hasta dos años antes de la quiebra, más allá la capacidad predictiva disminuye drásticamente.

Altman validó su modelo con muestras "holdout" de empresas fracasadas y sanas. El nuevo grupo de empresas en crisis consistió en 25 empresas de tamaño medio similar al de las 33 originales. El grupo de las sanas consistió en 66 empresas tomadas aleatoriamente entre las



empresas que tuvieron resultados netos negativos entre 1958-1961. Por tanto, el grupo "holdout" de empresas sanas de Altman, no consiste en empresas completamente sanas, sino que son empresas con problemas financieros temporales. El objetivo de Altman fue comprobar si su modelo predecía bien las empresas con dificultades financieras cercanas a la quiebra. El porcentaje de acierto global que consiguió fue del 83,5%, con lo que puede afirmarse que el modelo es bastante fino en la distinción entre problemas financieros temporales y permanentes.

Esta es una buena ilustración de la importancia del análisis multivariante, a pesar de que los miembros del grupo sano tenían dificultades a corto plazo y probablemente hubieran sido clasificadas como futuras quiebras utilizando las variables operativas de beneficios, aparentemente tenían otras buenas características como liquidez, beneficios a largo plazo, etc., que compensaban el problema de beneficios. Además la mayoría de las empresas "sanas" tenían puntuaciones dentro de la zona de ignorancia, lo que demuestra la sensibilidad del modelo al problema de las pérdidas.

Johnson (1970) afirma que los estudios realizados por Altman y Beaver no presentan evidencia de la capacidad predictiva de los ratios, solo demuestran que las empresas sanas y fracasadas tienen ratios diferentes. Para este autor el razonamiento de Altman y sus conclusiones son en gran medida descriptivos y desprovistos de contenido predictivo.

En palabras de Wilcox (1973): " Uno está tentado de concluir que el uso de una trama estadística sin un modelo subyacente o un test de los datos, es arriesgado aquí y siempre. El intento de Altman de mejorar los resultados de Beaver debe ser juzgado como menos que exitoso". En el lado positivo Wilcox recomienda a Altman la incorporación al análisis de variables de mercado. La evaluación final de Wilcox fue: "Un ambicioso esfuerzo digno de atención para aquellos cuyo trabajo demanda una valoración del riesgo financiero, pero un estudio en el cual los métodos de investigación del autor no aportan confianza en los resultados específicos."

Joy y Tollefson (1975,1978) (En adelante, J&T) señalan que las clasificaciones de Altman no son predicciones de quiebras sino

simplemente “discriminaciones ex-post”. Sostienen que la muestra “holdout” de Altman debería provenir de un período futuro completamente diferente al período de la muestra original. Afirman que la evidencia de poder predictivo ex-ante requiere una validación intertemporal y no simplemente una “cross-validation”. Sin embargo, admiten que bajo la hipótesis de estacionariedad (tanto de los parámetros como de las variables de la función discriminante) la discriminación ex-post es equivalente a la predicción. Aunque si éste es el caso, los investigadores deberían probar que la estacionariedad existe.

Aparentemente J&T desconocían que **Altman y McGough (1974)** realizaron una validación intertemporal del modelo de Altman del 68 utilizando una muestra de 34 empresas desde el 70 al 73. Su modelo ex-ante de puntuaciones Z un año antes de la quiebra clasificó correctamente un 82,4% de las observaciones.

J&T comparan los resultados del modelo de Altman con los que se obtendrían de los modelos de azar proporcional y azar máximo asumiendo probabilidades a priori iguales y comprueban que el modelo de Altman es superior a ambos. Sin embargo, si utilizan probabilidades a priori más realistas (1% fracaso, 99% éxito) los resultados de ambos modelos son superiores a los de Altman. Altman contraataca argumentando que hay que tener en cuenta los costes de clasificación errónea relativos y además que los resultados obtenidos con su muestra “holdout” son muy pesimistas ya que su muestra está tomada de empresas con pérdidas. Teniendo en cuenta estas consideraciones su modelo vuelve a ser claramente superior.

Con el propósito de construir, analizar y valorar un nuevo modelo de clasificación de quiebras que considerase explícitamente los desarrollos más recientes en la metodología, contabilidad, estadísticas y quiebras, **Altman, Haldeman y Narayana** (En adelante, AH&N) elaboran un nuevo trabajo en 1977, del que surgirá el llamado modelo ZETA.

Las razones que encuentran para pensar que un nuevo modelo puede mejorar los análisis previos son:

1) El tamaño medio de las empresas en quiebra había aumentado desde el último trabajo de Altman.

2) El 89% de la nueva muestra está concentrada en el período 70-75, un período mucho más corto que el utilizado por Altman (1946-1965) y por tanto el problema de series temporales se veía mitigado, aunque la alta volatilidad del período pudiera hacerlo incluso menos estacionario que el anterior.

3) Amplían el número de sectores de los que vienen las empresas.

4) Incorporan los cambios que se habían producido en la presentación de los estados anuales y principios contables.

5) La propuesta de test para valorar algunas de las áreas de controversia del análisis discriminante.

La muestra consistió en 53 empresas quebradas y 58 sanas emparejadas en función del sector y el año de los datos.

Se analizan 28 variables explicativas clasificadas en seis categorías: rentabilidad, intereses y apalancamiento, liquidez, ratios de capitalización, variabilidad de los beneficios y otras medidas.

Utilizando varios procedimientos de análisis discriminante construyen un modelo con siete variables que funciona muy bien y es muy manejable y mediante diferentes test determinan la importancia relativa de sus variables.

La hipótesis nula de igualdad de matrices de covarianzas fue rechazada, lo que indicaría que se debería usar una regla cuadrática.

Estos autores comprueban la superioridad de este nuevo modelo frente al del 68 y su mayor eficiencia frente a modelos de azar una vez se tienen en cuenta las probabilidades a priori y los costes de clasificación errónea relativos.

Una de las críticas que se le hacen a este trabajo es, que a pesar de rechazar la hipótesis de igualdad de matrices de covarianzas siguen utilizando la regla lineal argumentando que la misma da mejores resultados en muestras "holdout". Aunque es posible que sea así para su muestra concreta este resultado no es en ningún modo generalizable. Además, al no haber homocedasticidad no podemos ordenar las variables

por orden de importancia basándonos en test que parten del supuesto de homocedasticidad.

Otra de las críticas que se les hizo es que utilizan el mismo modelo con los mismos parámetros para cada uno de los cinco años previos al fracaso. Su modelo es estrictamente hablando un modelo de un período. Si estamos interesados en predecir a más de un año vista se requeriría otro tipo de estrategia, o bien estimar otros parámetros con el mismo modelo para cada año, o bien estimar un modelo distinto para cada año. Con estas últimas estrategias si estuviéramos interesados en predecir a  $t$  años vista deberíamos utilizar el modelo con parámetros estimados con datos de  $t$  años previos a la quiebra. AH&N se defienden argumentando que aunque son propuestas interesantes su aplicación sería confusa.

Por último, se les criticó la visión miope de la estacionariedad que manifestaron al creer que ésta quedaba garantizada con restringir los datos a un corto periodo de tiempo. La estacionariedad es una cuestión de estabilidad y de cambios estructurales, y aunque en general periodos más largos suelen contener más inestabilidades y cambios, hay periodos relativamente cortos extremadamente intensos y volátiles.

En 1974 **Blum** desarrolla otro modelo con el propósito de cuantificar la probabilidad de fracaso analizando los datos financieros y de mercado para ayudar a la División Antimonopolio del Departamento de Justicia Estadounidense, a valorar cuando es válido el argumento de empresa con alta probabilidad de quiebra para que una fusión sea legal.

Para Blum constituyen fracaso uno de los tres supuestos siguientes:

- 1) Incapacidad de hacer frente a las deudas
- 2) Entrada en un procedimiento de quiebra
- 3) Acuerdo explícito con los acreedores para reducir deudas.

Su muestra consistió en 115 empresas fracasadas entre el 54 y el 68 emparejadas con 115 sanas en función del sector, tamaño y año fiscal. Recogió datos de balance, cuentas de resultados y precios de mercado de ocho años previos a la quiebra.

Utiliza 12 variables para intentar medir los tres parámetros de "cash-flow" que considera importantes para captar la estructura empresarial subyacente: liquidez, rentabilidad y variabilidad.

Los resultados que obtiene son bastante buenos hasta tres años antes. Realiza también validaciones externas dividiendo la muestra en dos submuestras y utilizando una para estimar y otra para validar.

Para valorar la importancia relativa de las variables individuales Blum utiliza solo el tamaño relativo de los coeficientes de la función discriminante estandarizada.

Blum compara su modelo con el de Altman y concluye que el modelo de Altman es menos fiable que el suyo y lo critica por falta de justificación y validación. También compara sus resultados con el mejor ratio de Beaver y comprueba que da resultados similares a los suyos, pero sostiene que el suyo es preferible porque da un menor error de Tipo II en el primer año y es menos manipulable por su carácter multivariante.

Las críticas que se hicieron a este trabajo fue que no comprobara la homocedasticidad y que no considerara procedimientos alternativos de rankings de las variables para obtener un ranking de consenso.

En su trabajo del 1972 **Deakin** intenta construir un modelo del fracaso empresarial utilizando lo mejor a su juicio del estudio de Beaver y lo mejor del de Altman. Para ello utiliza los 14 ratios de Beaver y busca una combinación lineal de ellos con el mejor comportamiento predictivo.

Su muestra consiste en 32 empresas fracasadas entre 64-70 combinadas con otras 32 sanas extraídas de forma aleatoria.

Los resultados que obtiene al clasificar la muestra original en base a la combinación lineal de los 14 ratios son muy buenos hasta tres años previos, por tanto el modelo tiene una gran capacidad descriptiva. Sin embargo, la capacidad predictiva medida por la muestra "holdout" señala la presencia de fuertes sesgos muestrales, con lo que los resultados obtenidos de la validación externa son mucho peores. La mejor clasificación se produce con las 14 variables, aumentando mucho el error al intentar reducirlas.

En su trabajo del 1975 utilizando el análisis de componentes principales, **Libby** identificó cinco fuentes de variación independientes dentro del conjunto de 14 variables de Deakin. Las cinco dimensiones, cada una de las cuales venía representada por un ratio, fueron: rentabilidad, actividad, liquidez, activo del balance y posición de caja.

El conjunto reducido de Libby mejora los resultados frente al conjunto de 14 variables. El conjunto reducido obtiene unos resultados ligeramente peores en el análisis interno, pero mejores en la validación externa, lo cual junto con su mayor manejabilidad lo hacen preferible.

Desde una perspectiva estadística la contribución de Libby fue mostrar que el análisis factorial puede ser un primer paso importante en el análisis discriminante múltiple. La identificación de fuentes de variación independientes es útil para reducir el número de variables, eliminando variables superfluas y sacando a luz las principales características financieras del conjunto de datos.

Trabajando sobre la contribución del análisis factorial de Libby, **Deakin** extendió su análisis del 1972 en el 1977. Su muestra consistió en 73 empresas fracasadas y 80 sanas elegidas al azar. Se utilizaron datos de dos años previos a la crisis y se computaron los cinco ratios de Libby.

Deakin lleva a cabo una clasificación lineal y otra cuadrática siguiendo el método "holdout" de Lachenbruch. La clasificación cuadrática da un error global mayor, concentrándose los errores sobre todo en el tipo II, sin embargo en la clasificación lineal se concentran en el tipo I.

Deakin decide asignar una empresa a uno u otro grupo solo si ambas clasificaciones coinciden y si no coinciden dejar al margen esa empresa para seguir investigándola.

Las conclusiones de Deakin son, que mediante el uso de ratios financieros en un modelo de análisis discriminante se puede predecir el fracaso con un alto grado de acierto. Pero, como el modelo estimado sobreestima el número de empresas fallidas su utilidad se limita a los casos en que el error de clasificar incorrectamente a una empresa mala es muy costoso.

En cuanto a la decisión de utilizar ambas reglas para la clasificación es bastante cuestionable.

También en el 72 aparece el trabajo de **Edmister** que pretende desarrollar y validar una serie de métodos de análisis de ratios financieros para predecir las crisis de pequeñas empresas.

Analiza 19 ratios incluyendo los más importantes dentro de los estudios anteriores de Beaver, Altman y Blum. Edmister pretende comprobar si son buenos predictores:

- 1) El nivel de un ratio.
- 2) La tendencia de un ratio a lo largo de tres años.
- 3) La media del valor de un ratio durante tres años.
- 4) La combinación de la tendencia del sector para cada ratio y el nivel de la industria para cada ratio.

Edmister emplea una técnica de regresión lineal cero-uno. La relación entre los coeficientes discriminantes y los coeficientes de la regresión es de proporcionalidad en el caso de dos grupos.

Edmister intenta eliminar la multicolinealidad en su análisis mediante un procedimiento "stepwise" por el cual una variable no será incluida si su coeficiente de correlación simple con alguna variable incluida es mayor que 0,31. La mayor limitación de este procedimiento es que puede estar excluyendo poder explicativo importante a causa de la arbitrariedad del punto de corte.

Para utilizar los ratios primero los transforma en variables dicotómicas (0-1) utilizando puntos de corte arbitrarios. En general este tipo de transformaciones no son aconsejables porque eliminan información, pero Edmister justifica su uso en base a dos razones: prevenir los valores extremos que sin duda afectan a la estimación de los parámetros y permitir a las variables de tendencia y nivel combinarse en una variable dicotómica única.

En base a un modelo de siete variables transformadas como hemos comentado, Edmister obtiene muy buenos resultados, y concluye que el poder predictivo del análisis de ratios depende tanto de la elección del método analítico como de la selección de los ratios. Dos de los

métodos que el encuentra útiles son dividir los ratios por su respectiva media sectorial y clasificar los ratios por cuartiles.

Edmister concluye que ningún ratio predice tan bien en solitario como un pequeño conjunto de ratios, los predictores independientes son superiores a los que no lo son y que algunos ratios que son insignificantes por ellos mismos añaden importante información cuando se combinan con otras variables.

Sin embargo, a diferencia de Altman, Beaver y Blum que concluyen que un estado financiero es suficiente para una clasificación ajustada, Edmister encuentra que se necesitan tres estados consecutivos para un análisis efectivo de las pequeñas empresas.

A lo largo de la década de los setenta **Wilcox** desarrolla una serie de estudios relacionados con la predicción del fracaso empresarial, pero con una aproximación al problema distinta a la de otros autores. Las investigaciones de Wilcox se centran en la aplicación de la teoría de la ruina al riesgo en los negocios o al fracaso financiero. Los papeles de 1971 ponen el acento en el desarrollo teórico del modelo, mientras que los de 1973 al 1976 trabajan con test empíricos para valorar la probabilidad del fracaso. El objetivo de los artículos de 1971 es desarrollar un modelo teórico que explique mejor los resultados de Beaver y generar las hipótesis ligadas a los mejores predictores de la crisis. Wilcox critica a Beaver y Altman a causa de la falta de un marco conceptual.

El plan de Wilcox es desarrollar una generalización del modelo útil y después contrastarla.

Utilizando una aproximación de la teoría de la ruina, los artículos del 1973 al 1976 se centran en:

- 1) Cuantificar el riesgo del fracaso financiero
- 2) Presentar evidencia empírica
- 3) Describir acciones que potencialmente puedan ayudar a gestionar las empresas con problemas.

La adaptación de Wilcox del clásico modelo de ruina (Feller, 1968) para medir el riesgo, se centra en el valor neto de liquidación (NLV) de la empresa y de los factores que lo hacen fluctuar. Se trataría de predecir



cuando el NLV es negativo, lo que en la mayoría de los casos supone la quiebra. Asumiendo un proceso estable, Wilcox postula que la probabilidad de que NLV sea menor que cero es función de:

- 1) El nivel corriente de NLV
- 2) El "cash-flow" medio ajustado:  $\mu$
- 3) La variabilidad del "cash-flow" ajustado medida por su varianza:

$\sigma^2$

Resumiendo:  $\Pr(\text{NLV} < 0) = f(\text{NLV}, \mu, \sigma^2)$ , siendo esta función decreciente en NLV y  $\mu$ , y creciente en  $\sigma^2$ .

Para determinar qué nivel de NLV y "cash-flow" medio ajustado se necesitan para un nivel dado de seguridad, Wilcox (1976) introdujo un concepto denominado "tamaño de la apuesta" (S). Él interpreta "S" como el "cash-flow" ajustado al riesgo cada año o como el proceso probabilístico más simple subyacente en los "cash-flows".

En términos del modelo de ruina,  $\text{NLV} = N \cdot S = \mu \cdot N + \sigma^2 \cdot N$ , donde N es el número de estados hasta el fracaso y S el tamaño de la apuesta. Como una aproximación, Wilcox midió  $S^2$  como la media del cuadrado de las cargas anuales en NLV. La empresa en t está en el estado N con un patrimonio de  $\text{NLV} = N \cdot S$ . En el período t+1, la empresa se puede mover al estado N+1 con patrimonio  $\text{NLV} + S$  o al estado N-1 con patrimonio  $\text{NLV} - S$ . En t+2 la empresa se mueve desde su nuevo estado inicial a un nuevo estado con un cambio en el patrimonio de +S o -S, dependiendo de si tiene pérdidas o beneficios. Si la probabilidad de beneficios se denota por P y la de pérdidas por Q, siendo  $P+Q=1$  y  $P>Q$ , la probabilidad de ruina es:

$$\Pr(F) = (Q/P)^N$$

Si P fuera menor que Q la ruina sería inevitable.

Las ganancias medias de una empresa por período,  $\mu$ , es igual a  $S(P-Q)$ . Si definimos  $(\mu/S)$  como X, el ratio  $Q/P$  es igual a  $(1-X/1+X)$ . Entonces:

$$\Pr(F) = (1-X/1+X)^2 \cong 1-2XN$$

Aunque Wilcox reconoce que su modelo es una simplificación extrema, defiende que los parámetros X y N son indicadores

fundamentales del riesgo financiero, especialmente si están basados sobre los “cash-flow” ajustados de cinco años.

Wilcox selecciona una muestra de 52 empresas fracasadas entre 1955-1971, y recoge balances y cuentas de resultados de seis años previos a la crisis. Cada empresa fracasada es emparejada con una sana en base al sector, tamaño del activo, disponibilidad de datos para los mismos años que la fracasada para nueve períodos anteriores. Utilizando datos de: ingresos netos, dividendos, acciones compradas, caja+acciones cotizadas, activo circulante, activo total y pasivo total, calculó NLV,  $\mu$  y  $\sigma^2$  para cada firma con los dos últimos basados en cinco observaciones. Con estos valores calculó X y N.

El trabajo del 76 es una actualización del de el 73. En este trabajo, los resultados están basados en una puntuación lineal de ruina definida por:  $10X+N$ , que indica la distancia de la empresa a la diagonal mejor en el espacio X N.

Wilcox afirma que su modelo es mejor que los de Altman y Beaver, especialmente si tenemos en cuenta que:

- 1) Su modelo no es el resultado de una búsqueda estadística
- 2) Su modelo está probado sobre un largo período de tiempo durante el cual la inflación había alterado los ratios financieros típicos.
- 3) Su modelo deriva de un marco conceptual con implicaciones para el proceso de gestión.

Wilcox afirma que el efecto de la búsqueda estadística ha sido a menudo mal entendido. Esta búsqueda puede resultar en un modelo que es único para el conjunto de datos del que ha sido derivado y por tanto poco fiable si se aplica a datos nuevos.

Dentro del contexto del modelo de ruina, Wilcox se centra en tres medidas para reducir el riesgo de ruina:

- 1) Aumentar NLV directamente: fusiones, adquisiciones, compra de acciones...
- 2) Aumentar  $\mu$ : gestión efectiva del capital, crecimiento controlado, cuidadosos planes y análisis de beneficios, efectivos planes generales.

3) Reducir S, es decir, reducir la variabilidad de los flujos de liquidez influida por la política de dividendos, estabilidad de beneficios e inversiones y covarianza entre inversiones y beneficios.

Wilcox concluye que muchas quiebras podrían ser evitadas. La aplicación del clásico modelo de la ruina para predecir las crisis empresariales es sencillo e intuitivo. Además, sus resultados empíricos indican que su modelo es al menos tan ajustado como el de otros investigadores. Tanto la teoría como la evidencia tienden a apoyar la aproximación de Wilcox. Más importante quizás es que esta aproximación obliga a fijarse en los factores dinámicos que determinan el riesgo financiero y su éxito o fracaso. En suma, aporta luz a los factores que los gestores deben controlar para remediar las dificultades financieras.

Después de este repaso a algunos de los trabajos empíricos más representativos de la aplicación del análisis discriminante a la predicción de los fracasos empresariales en el sector no financiero, podemos destacar algunas características comunes a la mayoría de ellos:

- 1) Muestreo por parejas.
- 2) Uso de datos contables en forma de ratios o tendencias.
- 3) Una técnica estadística de respuesta binomial.
- 4) Buscar el modelo del fracaso más que construirlo a priori.
- 5) Test muestrales "holdout" para determinar la capacidad predictiva.
- 6) La conclusión de que los datos contables contienen información útil para discriminar entre empresas sanas y fracasadas, y que futuras crisis pueden ser predichas.

Las potenciales limitaciones de estos estudios son por otra parte:

- 1) El problema de las series temporales o problema de estacionariedad
- 2) Matrices de covarianzas desiguales
- 3) Intentos de ordenar las variables por orden de importancia, especialmente cuando las matrices de covarianzas difieren.

4) Estimar e incorporar las probabilidades a priori y costes de clasificación errónea en el análisis.

5) Desarrollo de test externos adecuados

Las vías de futuras investigaciones incluyen además de los puntos anteriores:

1) El desarrollo de un modelo de fracaso ex-ante

2) Mantener los modelos de predicción de quiebras actualizados respecto a cambios estructurales en normas y prácticas contables.

3) Desarrollo de modelos basados en datos de mercado o en una combinación de datos contables y de mercado.

4) Aplicar métodos estadísticos alternativos al problema de predicción de quiebras.

Los años setenta y principios de los ochenta fueron un periodo difícil para las instituciones financieras en todo el mundo. En Estados Unidos esto se tradujo en una proliferación de investigaciones encaminadas a medir la exposición al riesgo de las instituciones financieras. La mayoría de los análisis se centraron en los bancos comerciales, el principal componente del sistema financiero de los EEUU. El grueso del trabajo fue realizado por las "U.S. Federal Banking Agencies", tanto internamente a través de sus gabinetes de investigación (FDIC y Federal Reserve Bank of New York) o externamente vía consultores externos (La oficina de "Comptroller of the Currency").

Junto con los bancos comerciales, las asociaciones de crédito y ahorro, brokers y dealers, compañías de crédito y, por supuesto, empresas de seguros, han sido objeto de sistemas de detección precoz de problemas ("early-warning system") o investigaciones sobre la predicción de fracasos. A continuación, vamos a analizar algunos de los más importantes EWS.

Dentro de los estudios dentro de la FDIC (**Federal Deposit Insurance Company**), el equivalente a nuestro Fondo de Garantía de Depósitos, vamos a hablar del realizado por Meyer y Pifer (En adelante, M&P) en 1970 y los realizados por Sinkey del 74 al 79.

El objetivo del estudio de M&P (1970) fue seleccionar un conjunto de variables financieras que reflejasen la capacidad de gestión y honestidad de los empleados, y determinar estadísticamente el mejor subconjunto de variables para distinguir entre bancos fracasados y sanos uno o más años antes de que se produzca el fracaso.

La definición de fracaso que utilizan es la declaración legal de insolvencia. La muestra consistió en 39 bancos que cerraron entre el 48 y el 65. Cada banco fracasado se empareja con uno sano en base a localización, tamaño, edad y agencia reguladora. Los 39 pares se dividen en una muestra de 30 pares para estimar y una de 9 pares para validar. Se recogen datos de seis años previos a la crisis de los balances, cuentas de resultados y otros estados. Esta información se resume en 28 ratios operativos y cuatro niveles de balance. Cada una de estas 32 variables es expresada de cinco formas diferentes:

- 1) Valor corriente del período
- 2) Valor desfasado
- 3) Tendencia o crecimiento
- 4) Coeficiente de variación
- 5) Desviación no esperada

El total de variables es pues 160.

M&P emplean un modelo de regresión cero-uno. Las variables independientes se seleccionan mediante una regresión "stepwise".

Encuentran que para uno o dos años previos reclasifica correctamente el 80% de su muestra, sin embargo a partir de ese año su regresión no mejora mucho los resultados de la clasificación por azar. El modelo que eligen consta de nueve variables y solo una de ellas es un valor corriente, concluyen por tanto, que se necesita más información que la corriente para discriminar entre empresas malas y buenas.

Las investigaciones de Sinkey (1974-1979) sobre los sistemas de detección precoz de los problemas financieros, se centraron en modelos de detección de problemas y modelos de "outliers" o grupo social.

Los modelos de predicción de problemas se basan en los juicios de los inspectores de bancos para identificar a los miembros del grupo de bancos problemáticos. Esta es la diferencia con los modelos de predicción

de la quiebra en los que los grupos están definidos de forma objetiva. Una vez identificados los grupos el “modus operandi” que sigue Sinkey es similar: definidos los grupos se recogen datos de balance y cuenta de resultados y se lleva a cabo el análisis discriminante. Utiliza muestras tanto emparejadas como aleatorias. Aunque reconoce que las muestras aleatorias son más apropiadas si los fines son predictivos, utiliza las primeras cuando lo cree necesario.

Los modelos de predicción de problemas no le dan muy buenos resultados, y esto se debe en parte a la incorrecta especificación, ya que los inspectores suelen ser excesivamente conservadores en sus juicios.

Otra alternativa explorada por Sinkey es el análisis de “outliers” en el que cada banco en el grupo es comparado con la media del grupo. La mayor limitación de esta aproximación de acuerdo con Martin es que la debilidad financiera es indefinida o definida de forma ambigua. Como resultado, el concepto de debilidad financiera no puede ser expresado como probabilidad de un suceso específico.

El último mecanismo de supervisión del FDIC llamado Integrated Monitoring System (IMS) es un poupurri de ratios, tendencias y niveles críticos. Es una aproximación “outlier” o grupo social. Aunque los investigadores del FDIC han tenido éxito en identificar las características financieras de los bancos con problemas o fallidos, las técnicas de análisis discriminante no han sido adoptadas por el personal supervisor.

Otro de los organismos en el seno de los cuales se han desarrollado estudios de este tipo es la **Federal Reserve Bank of NewYork Studies**. De estos estudios vamos a centrarnos en el de Martin (1977).

Martin emplea el concepto de fracaso en su análisis para definir sus grupos, en lugar de resistencia o vulnerabilidad. Utiliza un modelo Logit en lugar de MDA. Por fracaso entiende: 1) valor neto negativo, 2) fusión supervisada y 3) medidas de emergencia para resolver una situación de inminente quiebra. Martin piensa que esta forma de identificar empresas malas probablemente infravalora la verdadera ocurrencia de

fracasos, ya que los motivos de las medidas financieras de emergencia y las fusiones generalmente permanecen en secreto.

Martin identifica 58 bancos fracasados entre 1970-1976. El grupo de bancos sanos está constituido por el resto de la población de miembros de la Federal Reserve.

Martin selecciona 25 ratios financieros en base a su utilidad en estudios previos de detección precoz y los agrupa en cuatro categorías: 1) riesgo del activo, 2) Liquidez, 3) adecuación del capital y 4) Beneficios.

Asumiendo una forma funcional, Martin expresa su modelo logit como:

$$\Pr(Y_i=1) = P_i = 1/(1+e^{-w_i}) \text{ con } i=1\dots N$$

Donde  $w_i = b_0 + \sum_{j=1}^N b_j x_{ij}$  es una combinación lineal de variables independientes con los coeficientes estimados por la muestra. La probabilidad de que  $Y_i$  sea 1 es una función de los datos observados, los coeficientes estimados y la forma funcional logística asumida.

$W$  puede ser visto como un índice de la propensión al fracaso de los bancos.

Si los datos de los bancos provienen de una población normal multivariante con matrices de covarianzas iguales, entonces, en este caso especial, el modelo logit se reduce a la función discriminante lineal.

La propuesta de Martin con su análisis logit es generar un conjunto de probabilidades estimadas tal que a los bancos fracasados se les asignen altas probabilidades a priori de fracaso y a los sanos bajas probabilidades. Para ajustar este modelo Martin utiliza la técnica de maximoverosimilitud mediante procedimientos iterativos.

Martin estima su modelo para varios períodos entre el 70 y el 76 y para varios conjuntos de ratios y al final se decide por un modelo de cuatro variables. Este modelo es estimado con 5598 observaciones consistentes en 23 bancos fracasados y 5575 sanos.

Aunque las estimaciones logit y las funciones discriminantes son diferentes en cuanto a su aceptabilidad como probabilidades estimadas, sus clasificaciones correctas son casi iguales. Los ratios de aciertos para los bancos fracasados y sanos son para los distintos modelos:

1) Logit: 91,3 ; 91,1

2) MDA lineal: 82,6; 96,2

3) MDA cuadrático: 91,3 ; 92

Como la hipótesis de matriz de covarianzas iguales quedó rechazada los resultados cuadráticos son preferibles a los lineales.

Los méritos relativos del modelo logit frente al análisis MDA dependen de nuestros objetivos. Si buscamos simplemente una dicotomización entre empresas “ a examinar ahora” o “más tarde” cualquiera de las aproximaciones es adecuada. Si queremos entrar en distinciones más finas el análisis logit es preferible porque la calidad de sus estimaciones de probabilidad es mayor.

Martin extrae de sus trabajos dos conclusiones, la importancia de los datos financieros para medir la seguridad y la solvencia de los bancos individuales varía con el ciclo económico, y la adecuación del capital de los bancos tiene una gran relación con la incidencia del fracaso.

**El National Bank Surveillance System** no contiene ningún tipo de modelo estadístico de clasificación. Los elementos importantes del sistema de control son: los indicadores clave, los grupos sociales, y los informes de orientación de acciones. Los indicadores clave estadísticos (ratios y tendencias) son utilizados para comparar series temporales, datos cross-section (o de grupos sociales) y combinaciones de ambos. Los bancos cuyas estadísticas caen fuera de los rangos aceptables o varían significativamente dentro de esos rangos reciben los informes de orientación de acciones.

Dentro de los estudios realizados por la **Federal Reserve Studies** podemos citar el de Hanweck (1977). Este autor intenta desarrollar por una parte un modelo de simulación para identificar y controlar bancos con problemas y por otra parte un modelo de predicción del fracaso para los bancos comerciales. Dado que la aproximación por simulación no puede ser testada bajo circunstancias del mundo real, su utilidad es relativa. La propuesta del modelo de predicción del fracaso de Hanweck es realizar un estudio empírico de los fracasos ocurridos entre el 73 y el 76 que sirva de base a un programa exitoso de exploración de bancos con problemas.



El grupo de fracasos consiste en 20 bancos como muestra para estimar y 12 bancos como muestra para contrastar la capacidad predictiva. El grupo de bancos sanos consistía en 177 bancos. Su modelo contiene 6 variables independientes y para determinar la influencia de cada variable y establecer la ecuación de clasificación utiliza el análisis probit multivariante. Los resultados que obtiene son similares a los de Martin (1977) y Sinkey (1979).

Santomero y Vinso (1977) (En adelante, S&V) en base al desarrollo de un modelo teórico para obtener una medida de riesgo similar al de Wilcox estiman un "índice de seguridad". En base a este índice definen dos grupos, uno que se supone potencialmente problemático y otro sin problemas. Utilizando un modelo discriminante con cinco variables obtienen un ajuste bastante bueno. Sin embargo, nos encontramos aquí con el problema de la definición de los grupos que puede determinar el resultado. S&V concluyen que tanto el ratio de capital como su variabilidad son importantes factores para conseguir un buen ajuste.

Pettway (1980) utiliza el llamado modelo de mercado y un procedimiento de tres etapas para generar residuos (de rentabilidad real menos rentabilidad esperada) para una pequeña muestra de bancos fracasados con acciones cotizadas y líquidas. Concluye que para este tipo de bancos el mercado es eficiente y puede ayudar a identificar potenciales fracasos.

Shick y Sheman (1980) se fijan en el comportamiento del precio de las acciones de los bancos como potencial señal de problemas. La hipótesis básica es que un deterioro significativo en la situación financiera de un banco se reflejará en una caída del precio de sus acciones.

Pettway y Sinkey (1980) desarrollaron una técnica de detección precoz utilizando tanto información contable como de mercado, diseñado para servir de guía en las inspecciones in situ.

Altman (1977) desarrolla un sistema de predicción para identificar a las **Asociaciones de Crédito y Ahorro (SLAs)** con graves problemas financieros.

Altman analiza tres grupos de SLAs separados de acuerdo con el grado de debilidad: 1) Firms con serios problemas (SP), 2) Firms con problemas temporales (TP) y 3) Firms sin problemas (NP).

El juicio de cuándo una SLA tiene problemas serios o temporales lo realizan las autoridades supervisoras. Cada entidad con serios problemas es emparejada en lo posible con una entidad con problemas temporales. La muestra consiste en 56 SP, 49 TP, y 107 NP seleccionadas aleatoriamente excepto por año y localización.

Se recogieron datos de balances, cuentas de resultados y datos de las inspecciones para cada una de las 212 SLAs para cinco períodos semianuales previos a los datos críticos para el grupo de SP.

Después de una intensa búsqueda de modelos alternativos con las 54 variables originales, Altman llega a un modelo de 12 variables. De estas variables, el margen de beneficio, la adecuación del capital y el apalancamiento operativo, aparecen como los más importantes discriminadores.

La forma que Altman utiliza para validar, es estimar el modelo en el período uno y utilizarlo para períodos anteriores en forma de test "holdout". Altman encuentra que este tipo de modelos (con las mismas variables y coeficientes) constituye una alternativa mejor a emplear las mismas variables y diferentes coeficientes. El énfasis al contrastar los modelos lo pone en separar los grupo SP-TP y en el alineamiento de los tres grupos.

Las ecuaciones de clasificación de Altman son cuadráticas porque las matrices de covarianzas se rechaza que sean iguales. Este modelo da bastante buenos resultados hasta 18 meses antes de la situación crítica.

Para hacer operativos los resultados, Altman sugiere que cada uno de los tres modelos (NP-SP, TP-SP y NP-TP) se use para ordenar la situación de las SLAs. Como cada modelo dará una clasificación, se puede asignar un índice que sintetice las tres clasificaciones y ordenarlas en base a él.

Las críticas que se le pueden hacer a este trabajo es que es un documento estrictamente técnico, que un modelo de tres grupos parece

más adecuado, y por último el conocido problema de las series temporales.

En su estudio de las "**Credit Unions Liquidations**", Collins (1980) compara las variables estáticas de un período (ratios) encontrados en Altman (1968) con las variables tipo tendencia encontradas por Mayer y Pifer (En adelante, M&P) (1970). Los resultados que obtiene son similares en ambos casos, aunque ligeramente mejores en el modelo tipo Altman, lo cual, junto con su más fácil construcción hace que lo encuentre preferible.

En el 76 la NASD (**National Association of Security Dealers**) encargó un estudio para identificar fracasos de brokers y dealers. El sistema resultante llamado Financial Early Warning System (FEWS) fue desarrollado por Altman y Loris (En adelante, A&L).

Un broker/dealer fracasado se define como aquel del que ha tenido que hacerse cargo la "Securities Investor Protection Corporation" (SIPC). A&L encontraron 40 firmas en esta situación en el período 71-73. Para desarrollar su modelo de predicción del fracaso, A&L seleccionaron 113 empresas sanas aleatoriamente. A&L contemplan su modelo como un mecanismo predictivo a un año. El conjunto de variables originales son 24, y el modelo final elegido consta de seis, las cinco primeras miden rentabilidad, apalancamiento, liquidez, estructura del capital y experiencia; la sexta es una variable que recoge elementos seleccionados por el personal de NASD y sus juicios como indicadores de la situación problemática.

Altman emplea una ecuación de clasificación cuadrática ya que se rechaza la igualdad de matrices de covarianzas. Aunque los resultados de clasificación fueron obtenidos utilizando las proporciones muestrales como probabilidades a priori (0,26;0,74), A&L indican que probabilidades a priori más realistas (0,1; 0,9) no alteran significativamente los resultados.

A&L concluyen que sus modelos pueden ser extremadamente útiles como mecanismos de detección precoz para complementar la actividad de supervisión de la NASD.

Aunque en nuestro país no existe, por supuesto, una literatura aplicada tan prolija como en Estados Unidos, hemos seleccionado algunos trabajos de características similares a los anteriores, pero aplicados a empresas españolas.

En el trabajo titulado "Business Failure Classification models: An international Survey" (1996), Altman y Narayanan recopilan toda una serie de estudios acerca de la predicción del fracaso empresarial realizados fuera de USA, en algunos de los cuales intervino el propio Altman. En este trabajo se citan dos estudios españoles que vamos a ver en primer lugar, el primero referido a empresas no financieras y el segundo a bancos.

El primero de los trabajos que citan Altman y Narayanan es el realizado por Fernández (1988) con el objetivo de evaluar objetivamente a los prestatarios. El trabajo consiste en determinar un modelo con dos objetivos: 1) Contrastar la validez de los ratios financieros como herramientas de predicción y 2) Predecir un colapso empresarial.

La muestra utilizada para estimar consiste en 25 empresas fracasadas y 25 sanas, y la muestra utilizada para validar en 20 empresas adicionales, mitad fracasadas y mitad sanas. Se recogieron datos de dos años previos a los fracasos. Solo se recogieron datos del período 1978-82 con objeto de eliminar las distorsiones causadas por los cambios en los ratios debidos al ciclo económico. Los ratios fueron examinados utilizando tres técnicas:

- 1) Análisis univariante
- 2) Análisis factorial por componentes principales
- 3) Análisis discriminante

El autor concluye que el análisis univariante no es práctico dado el volumen de ratios considerados y la posible interacción entre ellos. Además, el análisis univariante debe llevarse a cabo en el contexto del mercado al que pertenezca la empresa, con lo cual los ratios muestran

solo la posición relativa de la compañía. Por último, el análisis multivariante puede mejorar la productividad de los analistas liberándoles para poder concentrarse en otras materias igualmente importantes como los términos del crédito, maduración, garantías etc.

Cuando hay un número importante de variables a considerar, el análisis de componentes principales es una forma de eliminar aquellas variables que contienen informaciones similares y reducir las observaciones a unos "componentes principales". Cada componente es una combinación lineal de una o más de las variables subyacentes. El coeficiente de la variable subyacente en la ecuación de factores se denomina "peso del factor". En este trabajo el autor lleva a cabo el análisis factorial de dos formas: sin rotación de factores, y utilizando la rotación varimax para asegurar la independencia de los factores resultantes.

El segundo camino se cree que produce resultados más deseables (más estables) cuando se usan como variables independientes en regresión o en análisis discriminante.

El autor encuentra que 8 factores dan cuenta del 79,3% de la información contenida en el conjunto inicial de ratios. Dos factores aportan el 42,1% de la información. Los ocho factores son: capacidad para pagar las deudas, liquidez, financiación del activo fijo, eficiencia, rotación del activo fijo, rentabilidad de los fondos permanentes, estructura del capital de trabajo y estructura de la deuda a corto plazo.

Catorce ratios con los mayores pesos en los componentes principales fueron seleccionados como "input" para el análisis discriminante. Se seleccionó como el mejor un modelo de seis variables, con un ratio de aciertos global del 84% en la muestra original, los resultados de validación empeoran un poco, manteniéndose el mismo error de tipo I pero aumentando el de tipo II. El autor compara este modelo con otro en el que utiliza los valores de los factores y encuentra que los resultados de clasificación son similares en ambos casos.

El otro trabajo español al que hacen referencia Altman y Narayanan es el de Briones, Marin y Cueto (1988). Se trata de un estudio empírico

con el fin de construir un modelo multivariante para predecir las posibles crisis de las instituciones financieras.

Los autores definen un banco en crisis como aquel que ha necesitado de la intervención del Fondo de Garantía de Depósitos.

La muestra consiste en 25 bancos fracasados y 25 sanos emparejados en función del tamaño medio de los depósitos de los cinco años previos a la intervención.

Se utilizan tanto una aproximación univariante como otra multivariante para clasificar a las entidades.

En el análisis univariante se observa que las medidas de rentabilidad y liquidez son las más significativas desde un punto de vista predictivo. El punto de corte para los ratios individuales se fija de modo heurístico por el procedimiento de prueba y error, asumiendo costes de los errores iguales.

En la aproximación multivariante se desarrollan modelos para cada año previo a la intervención utilizando los datos correspondientes ( $j=1,2,3,4,5$ ), y luego se utilizan los datos de todos los años como muestra para validar. Dado que los datos para cada entidad tienden a estar correlacionados de un período a otro, el test de clasificación con otros años no constituye un verdadero test externo a la muestra. Alguno de los resultados de clasificación presentados no tienen sentido porque si se utilizan datos de dos períodos previos al fracaso para desarrollar el modelo no se puede validar el mismo con datos de un período previo porque en tiempo real esta información sería todavía inexistente, en  $J=2$  solo conoceríamos los datos de  $J=3,4,5$ .

El análisis discriminante multivariante produce modelos de tres y cuatro variables para cada año previo, dando lugar por tanto a 10 modelos para elegir. Sorprendentemente los resultados del análisis univariante y multivariante son similares, e incluso un año antes y cinco años antes da mejores resultados un análisis univariante.

Se deberían realizar test de validación externa más rigurosos para comprobar si el análisis univariante tiene un poder predictivo similar al del análisis multivariante, llegar a conclusiones con los resultados internos es prematuro debido a los sesgos muestrales.

## **V.2.- LA DETECCIÓN PRECOZ DEL FRACASO EN EL SECTOR ASEGURADOR**

Vamos a comenzar éste punto comentando el sistema de detección precoz del fracaso en el sector asegurador que se aplica en Estados Unidos, como ejemplo de lo que puede dar de sí este tipo de análisis como complemento de otros estudios, en la supervisión de estas entidades. En nuestro país probablemente se lleve a cabo algún análisis previo de tipo estadístico basado en ratios financieros para orientar la actividad supervisora en el sector asegurador, pero de no ser así, en la medida en que el sector asegurador va tomando auge en nuestra economía, la oportunidad de un sistema de este tipo se hace cada vez más patente.

En 1973 la **National Association of Insurance Commissioners** (NAIC) desarrolló y programó un test de detección precoz diseñado para detectar problemas de solvencia, lo suficientemente rápido para prevenir la insolvencia o al menos mitigar los daños causados por la misma. Se construyeron una serie de once test en base a los datos anuales de las empresas aseguradoras. Se determinaron los valores usuales para cada test y las compañías cuyos valores quedaran fuera de esos rangos usuales quedaban señaladas. Cualquier empresa con valores fuera de lo establecido para cuatro o más test pasaba a ser una compañía prioritaria y los supervisores debían poner especial atención al estudio de esa empresa. El objetivo del programa era ayudar a los supervisores a la hora de seleccionar y ordenar las empresas aseguradoras que requieren una atención especial señalando aquel 15% aproximadamente de aseguradoras que tuvieran los mayores problemas financieros.

Los once ratios utilizados para el análisis fueron los siguientes:

### **A) Ratios de rentabilidades**

#### *a) Ratio operativo*

$$\begin{aligned} O = \text{Ratio Combinado} - \text{Ratio de ingresos netos por inversiones} = \\ (\text{Ratio de siniestralidad} + \text{Ratio de gastos} + \text{Ratio de dividendos}) - \text{RINI} = \\ (\text{Siniestralidad} / \text{Primas netas devengadas}) + (\text{Gastos de suscripción} / \\ \text{Primas suscritas}) + (\text{Dividendos} / \text{Primas netas devengadas}) - (\text{Ingresos} \\ \text{netos por inversiones} / \text{Primas netas devengadas}) \end{aligned}$$

Este ratio mide todos los resultados de las operaciones, reflejando tanto operaciones de seguros como actividades de inversión. Para que se reduzcan las fluctuaciones año a año, el ratio es calculado para dos años y se utiliza el valor medio.

El ratio operativo no refleja las ganancias realizadas o no de capital o los impuestos. El rango considerado normal para este test va de 90 a 100, un ratio mayor que 100 se considera por encima de lo aceptable.

*b) Rentabilidad de las inversiones*

$$Y = \text{Ingresos financieros netos} / (\text{Caja} + \text{Inversiones})$$

Este ratio no recoge tampoco ni las ganancias de capital ni los impuestos. Proporciona una medida de la adecuación del nivel de rendimiento obtenido en la cartera de inversiones. Un rendimiento igual al rendimiento actual en los fondos del mercado de dinero, se considera apropiado en la mayoría de los casos.

*c) Cambio en los capitales propios*

Refleja el cambio en los mismos respecto al año anterior. El rango usual está normalmente entre el -10% y el 10%. Una reducción superior al 10% se considera por encima de lo aceptable.

**B) Ratios de Apalancamiento**

*a) Cambio en las primas netas suscritas*



Cambio en este concepto respecto al año anterior. Este ratio mide el aumento de la exposición de la compañía. Los valores normales van de -25% a 25%. Un porcentaje de cambio superior a estos valores se considera fuera de lo aceptable.

*b) Relación entre las primas netas suscritas y los capitales propios*

Refleja el apalancamiento, después del reaseguro cedido y aceptado, del volumen de negocio de una compañía en relación con sus capitales propios. Mide el grado de exposición a errores de precios en su contabilidad. El rango usual va de 2 a 2.8, siendo considerado fuera de lo aceptable un ratio por encima de 2.8.

*c) Dependencia del reaseguro*

El reaseguro es una práctica común y aceptable para cualquier compañía de seguros. De hecho, el reaseguro, es una forma de dispersar o diversificar el riesgo. Al mismo tiempo los reguladores intentan evitar que el total de cantidades reaseguradas sea excesivo. Para ello, el IRIS ha desarrollado un ratio, que mide la dependencia de una compañía con respecto al reaseguro.

Esta es la llamada fórmula "Surplus aid to Surplus" que se calcula de la siguiente forma:

|   |
|---|
| $\text{Dependencia del reaseguro} = (\text{Comisiones sobre el reaseguro cedido} / \text{Capitales propios})$ |
|---|

Como línea general, el ratio debe ser menor del 25%. Un ratio cercano al 25%, implica que los reguladores restringirán el uso del reaseguro, lo que a su vez afectará a la capacidad de la empresa para emitir nuevas pólizas.

### **C) Ratios de Liquidez**

#### *a) Ratio de liquidez corriente*

La suma de tesorería e inversiones fuera del grupo sobre las obligaciones netas más el reaseguro cedido. Este ratio mide la proporción de obligaciones cubiertas por la tesorería y las inversiones. El rango usual va de 90% a 120%. Un ratio por debajo del 90% se considera una señal de problemas.

#### *b) Cuentas con los agentes sobre los capitales propios*

Si este ratio es alto refleja unas pérdidas potenciales en inversiones que podrían realizarse si se cobrasen antes las primas y las cuentas de los agentes. Un elevado ratio refleja un cobro lento o falta de confianza de los agentes en la compañía. Si sobreviene una situación de insolvencia estos saldos de agentes son difíciles de cobrar. El rango usual va de 20% al 40%, siendo un porcentaje superior inaceptable.

### **D) Ratios de provisiones**

#### *a) Desarrollo sobre capitales propios*

Cambio en las provisiones técnicas originales con los costes reales sobre los capitales propios. Esto puede medirse restando a la dotación inicial los pagos realizados en el año X a cuenta de esos siniestros, las provisiones dotadas por los que todavía quedan pendientes de ese año X. Mide el tamaño de las deficiencias o redundancias en la dotación de estas provisiones sobre los capitales propios. Valores positivos indican deficiencias y viceversa. Los valores usuales están entre 0% y 25%, valores superiores no son aceptables.

#### *b) Desarrollo en dos años sobre capitales propios*

Es similar al ratio anterior solo que se utilizan dos años para calcularlo. Los límites son los mismos que para el anterior.

*c) Deficiencia estimada sobre capitales propios*

Esta estimación del porcentaje de incremento o disminución en las reservas está basada en el ratio de provisiones técnicas sobre las primas netas devengadas en relación con el ratio medio de los dos años anteriores. Si el ratio actual difiere de la media para los dos años previos, la reserva se aumenta o reduce para igualar la comparación, generando una deficiencia o redundancia en las reservas que se relacionan entonces con los capitales propios. El rango de valores normal se sitúa entre 0% y 25%, siendo considerado anormal un ratio por encima del 25%.

Después de desarrollar el sistema de detección precoz (EWS), la NAIC combinó el análisis estadístico con una fase analítica llevada a cabo por examinadores financieros y denominada la aproximación Insurance Regulatory Information System (IRIS). Este sistema en dos fases es considerado más discriminante que el programa inicial exclusivamente estadístico. Los examinadores financieros pueden determinar rápidamente si los ratings de prioridades establecidos por el programa estadístico son injustificados en base a circunstancias especiales. Esta revisión ayuda a los supervisores a prestar atención a aquellas empresas con una peor situación financiera.

A pesar de que la NAIC no hace públicos sus ratings finales, las personas interesadas pueden tener acceso a varios sistemas de ratings de empresas de seguros. La compañía A.M.Best lleva ofreciendo información acerca de las condiciones financieras de las empresas de seguros no vida desde 1900. Otras compañías que proveen ratings de las empresas de seguros son Standard and Poor's, Moody's, Druff and Phelps, Conning and Company, y Consumers Union. Standard and Poor's

y Moody's ofrecen ratings de los aseguradores de manera similar a los que ofrecen para las empresas en general prestando especial atención a las características del sector. Druff y Phelps ofrecen un rating de la capacidad de las empresas aseguradoras para hacer frente a sus compromisos, centrándose en la probabilidad de que un asegurador pueda hacer frente a sus obligaciones a tiempo. Este rating se basa en factores cuantitativos como rentabilidad, eficiencia operativa, y apalancamiento, así como en factores cualitativos basados en fundamentos económicos, posición competitiva, capacidad de gestión, relaciones con filiales etc. Los ratings de la Best son ampliamente citados y merecen tratarse con cierto detalle.

El objetivo del sistema de ratings de la Best es evaluar la posición financiera relativa de cada asegurador frente al resto de la industria y predecir su capacidad de cumplir con sus obligaciones financieras. Los ratings también están basados en factores cuantitativos y cualitativos. Los factores cuantitativos incluyen test de rentabilidad, apalancamiento, y liquidez. Además de los factores cuantitativos Best también considera cuatro factores cualitativos antes de llegar a su rating final: confianza en el reaseguro, adecuación de las provisiones por siniestralidad y primas no ganadas, la concentración del riesgo, y la competencia, experiencia e integridad de la gestión. Entre la información cuantitativa que maneja están 86 ratios financieros, de los cuales, 17 analizan la rentabilidad, 27 el apalancamiento, 20 la liquidez y 22 las provisiones técnicas. Los 11 test IRIS anteriores están incluidos en estos 86, ya que esta compañía colaboró con la NAIC en la elaboración del programa IRIS.

Dentro de estos 86 ratios podemos citar algunos a modo de ejemplo:

#### **A) Ratios de rentabilidad**

##### *a) Ratio combinado*

Es la suma del ratio de siniestralidad, ratio de gastos y ratio de dividendos. Sus valores normales se estiman entre 95 y 105, considerándose por encima de lo aceptable un valor superior al 105.

b) *Ratio operativo*

Es uno de los ratios IRIS visto anteriormente.

c) *Ingresos operativos netos sobre las primas netas ganadas*

Rango: 0% - 6%

d) *Rentabilidad de las inversiones*

Se trata de otro de los ratios IRIS.

e) *Cambio en los capitales propios.*

Idem del anterior

f) *Tasa de retorno sobre los capitales propios*

Ingresos operativos después de impuestos, incluidas las ganancias de capital tanto realizadas como no realizadas, sobre los capitales propios a fin del año anterior. Rango normal: 3%-10%.

**B) Ratios de apalancamiento**

a) *Ratios de primas netas devengadas en determinadas líneas de negocios sobre el total de primas netas devengadas.*

b) *Primas suscritas sobre capitales propios.*

Indica el apalancamiento antes del reaseguro. El rango de valores normal va de 2 a 2.8.

c) *Cambio en las primas netas suscritas (IRIS)*

d) *Primas netas suscritas sobre capitales propios (IRIS)*

e) *Obligaciones netas sobre capitales propios*

Mide la exposición de la compañía a errores en la estimación de las obligaciones. El rango usual va de 3 a 4.7.

f) *Apalancamiento neto*

Es la suma de los dos ratios anteriores. Este ratio mide la exposición acumulada a los errores en precios y los errores en la estimación de las obligaciones en relación a los capitales propios. El rango normal va de 5 a 7.5.

g) *Apalancamiento del reaseguro cedido*

El ratio de reaseguro cedido mas las cuentas netas del reaseguro cedido por siniestros no pagados y primas no ganadas recuperables. Este ratio representa la porción de las primas brutas de la compañía y obligaciones brutas, cedida al reaseguro, neta de los fondos retenidos. Mide el grado de exposición potencial a ajustes en el reaseguro y su dependencia en la seguridad aportada por los reaseguradores. Los valores normales van del 0.7% al 10%.

h) *Apalancamiento bruto*

Es la suma de los dos ratios anteriores. Mide el grado de exposición de la compañía a errores en precios, errores al estimar sus obligaciones, y solvencia de su reaseguro.

i) *Dependencia del reaseguro. (IRIS)*

j) *Reaseguro recuperable sobre los capitales propios*

Los importes recuperables de los reaseguradores por siniestros no pagados, primas no devengadas y siniestros ocurridos pero no notificados, netos de los fondos mantenidos por la compañía expresado como un porcentaje de los capitales propios. Las obligaciones netas deben reducirse en esta cantidad para mantener los requerimientos de contabilizar las recuperaciones del reaseguro como una disminución de los pasivos más que como un activo.

A pesar de que este importe no aparezca en el balance, no está exento de riesgo. Si una compañía junta su negocio con una asociada, este ratio puede hincharse con primas que aparecen como cedidas y como asumidas. El rango normal va de 30% al 50%.

**C) Test de liquidez**

a) *Cash Flow neto*

Fondos provistos por operaciones más el efecto neto del capital y las reservas, dividendos, dinero prestado, y diversos fondos provistos y aplicados. Incluye las ganancias de capital realizadas, pero excluye los fondos que provienen de la disposición de inversiones y costes de adquisición de las mismas. Representa el cambio en efectivo e inversiones de todas las fuentes excepto las ganancias de capital no realizadas, depreciación y amortización.

b) *Liquidez inmediata*

Porcentaje que representan los activos más líquidos sobre las obligaciones netas. Los activos más líquidos incluyen: dinero, inversiones a corto plazo en empresas ajenas al grupo, bonos con vencimiento inferior a un año de empresas ajenas al grupo, bonos del estado con vencimiento inferior a 5 años, y el 80% de las acciones de empresas ajenas al grupo. Se supone que estos activos son fácilmente convertibles en dinero sin un

efecto apreciable en las reservas. Las obligaciones netas incluyen el total de obligaciones menos las reservas condicionales más los gravámenes del estado.

Este ratio mide la proporción de obligaciones netas cubiertas por los activos más líquidos. Indica la capacidad de la compañía para reducir sus deudas externas sin necesidad de vender activos a largo plazo o pedir prestado. El rango normal va del 15% al 30%.

*c) Liquidez corriente (IRIS)*

*d) Liquidez total*

Total de activos admitidos dividido por el total de obligaciones menos las reservas condicionales. Este ratio no tiene en cuenta la calidad y liquidez de los activos, y por tanto mide tanto apalancamiento como liquidez. La diferencia entre este ratio y el anterior indica la porción del total de activos constituida por activos no invertidos (primas, inversiones en empresas del grupo...). El valor normal de este ratio oscila entre 120% y 150%.

*e) Saldos con agentes sobre los capitales propios (IRIS)*

*f) Primas contabilizadas sobre capitales propios*

Ratio de primas totales más reaseguro cedido pagable neto de los saldos de los agentes sobre los capitales propios. El rango normal va de 30% a 50%.

*g) Apalancamiento en inversiones*

Este ratio mide la caída potencial en los capitales propios que puede ocurrir si los precios de las acciones caen un 20% y los tipos de



interés suben dos puntos. El rango normal de valores se fija entre el 15% y el 35%.

#### **D) Ratios de provisiones técnicas**

##### *a) Ratio de provisiones técnicas sobre capitales propios*

Mide el impacto potencial en las reservas de alguna deficiencia o redundancia en las provisiones. El rango de valores normales va de 150% al 200%, siendo valores superiores considerados anormales.

##### *b) Desarrollo sobre capitales propios.(IRIS)*

##### *c) Deficiencia estimada sobre capitales propios (IRIS)*

##### *d) Desarrollo de la media de la industria*

El ratio de las provisiones desarrolladas en un ejercicio concreto sobre las que hubiese dotado si en cada línea de negocio hubiese dotado la media del sector. Cada media sectorial es ponderada por las primas devengadas por la compañía en cada sector. Un ratio bajo puede indicar una deficiencia en las provisiones, a menos que exista una razón conocida que justifique ese valor. Además, si ese valor es decreciente puede indicar que las provisiones actuales son menos adecuadas que en años anteriores. Este ratio tiene en cuenta para su cálculo los cinco años previos. Los valores normales para este ratio se mueven entre el 50% y el 100%.

##### *e) Provisiones proyectadas sobre provisiones contabilizadas*

Este ratio representa la relación entre las provisiones proyectadas todavía no pagadas y las provisiones contabilizadas todavía no pagadas. El rango normal va de 100% al 115%.

*f) Cambio en las provisiones técnicas*

Deben buscarse explicaciones de las reducciones o cambios inusuales en relación con años anteriores. Debe también tenerse en consideración cambios en el volumen de primas o composición del negocio. El rango usual es del 10% al 15%.

*g) Desarrollo sobre las primas netas devengadas*

Solo tiene en cuenta un año previo. Si el crecimiento de las primas ha sido relativamente estable y si la composición sectorial del negocio no ha cambiado de forma sustancial, este ratio es un buen indicador de si las provisiones están siendo adecuadas al crecimiento de las primas. Si para la industria como un todo este ratio está creciendo, un ratio a la baja en una compañía requerirá una explicación.

Muchos autores han estudiado la eficacia de los ratios IRIS, así como de los ratings de la Best para detectar con antelación el fracaso de una empresa aseguradora, comparándolos con los resultados de utilizar otras metodologías y/u otros ratios financieros, así como también estudiando qué mejoras en el sentido de la detección precoz del fracaso podrían obtenerse de utilizar conjuntamente esas nuevas propuestas, los ratios IRIS y los ratings de la Best.

Uno de los primeros intentos de mejora de las predicciones de los ratios IRIS fue el estudio de **Trieschmann y Pinches** (1973). Este trabajo se propone superar el tratamiento de los ratios por separado como si fueran variables independientes, mediante la utilización del análisis discriminante lineal multivariante que tiene en cuenta a la hora de predecir todas las interrelaciones que se dan entre los distintos ratios. El estudio se realiza sobre una muestra de 52 empresas de seguros no vida, la mitad de las cuales entrarían en una definición algo amplia de insolvencia en el período 1966-1971, y la otra mitad serían empresas solventes para

el mismo período. Los ratios que finalmente resultan seleccionados son los siguientes:

1) Balances de los agentes / Activo Total

Este ratio puede ser interpretado como una medida de la gestión de los cobros de una empresa. Un ratio bajo es preferible a uno alto. Es de esperar que las empresas con problemas tengan un ratio alto debido a una gestión menos eficiente de los cobros.

2) Acciones a precio de adquisición / Acciones a precios de mercado

Esta variable mide la gestión inversora. Por supuesto, es preferible un ratio menor a uno mayor. Es de esperar que las empresas con problemas tengan un ratio mayor a las empresas solventes.

3) Bonos a precios de adquisición / Bonos a precios de mercado

Este ratio depende de la evolución de los tipos de interés.

4) (Gastos por ajustes de la siniestralidad + Gastos de aseguramiento pagados) / Primas netas suscritas

Esta variable mide el flujo de fondos debido a las operaciones de seguros puras. El numerador refleja los gastos sobre los que el gestor tiene más control, y el denominador mide los fondos que la empresa consigue por ventas. Es preferible un ratio menor a uno mayor. El ratio para las empresas fracasadas es casi dos veces mayor que para las solventes.

5) Ratio combinado = ((Siniestralidad + Gastos de siniestralidad) / Primas ganadas) + (Gastos de aseguramiento / Primas netas suscritas)

Este ratio es la tradicional medida de la rentabilidad del negocio puro de aseguramiento. Es de esperar que el ratio para las empresas solventes sea menor que para las empresas con problemas. La mayoría de las empresas solventes tienen un ratio menor de uno, mientras que la mayoría de las empresas con problemas lo tienen mayor que uno.

#### 6) Primas directas suscritas / Reservas

Este ratio mide la agresividad en las ventas de una empresa. El ratio para las empresas con problemas es casi el doble que el de las empresas sanas. Esta relación muestra que las empresas con problemas estaban produciendo sustancialmente más ventas en relación a sus reservas que las firmas solventes.

En cuanto a la importancia relativa de cada una de éstas variables, medida como el producto del coeficiente discriminante por la desviación típica de cada variable, la variable primera resulta ser la más importante, seguida por la sexta, y las variables que menos aportan son la segunda y la cuarta.

Respecto a los resultados de la clasificación, un análisis interno utilizando probabilidades a priori así como costes de clasificación iguales da un porcentaje de aciertos del 94,23%. Utilizando un método de validación mediante simulación muestral, se comprueba que los resultados se deben realmente a diferencias reales entre los grupos y no a sesgos muestrales.

En conclusión, los resultados que obtiene parecen respaldar la hipótesis de que se puede ganar en poder predictivo si se utiliza un conjunto de ratios financieros adecuado en el contexto del análisis multivariante para predecir problemas en las empresas de seguros no vida.

En el 87 **Ran Bar-Niv y Michael L. Smith** llevan a cabo un estudio en el que se trata de predecir la insolvencia de las empresas de seguros

no vida mediante la utilización de un rating basado en un ratio que relaciona la media y la varianza del ratio operativo anual. Este ratio considera tanto el resultado del negocio de seguro puro, como el resultado de las inversiones financieras. Este método, tiene en cuenta tanto la variación en el tiempo como el nivel del rendimiento, y ordena el resultado de cada empresa aseguradora en relación al resto. El resultado del método parece bastante bueno, dependiendo del período de estimación y el punto de corte que se utilice para la clasificación, éste método identifica entre un 77 y un 89% de las aseguradoras fracasadas en tres años.

**Ambrose y Seward (1988)** incorporan los ratings de la Best en el análisis discriminante mediante variables artificiales. Comparan entonces los resultados con los que podrían obtenerse utilizando variables financieras. Por último, introducen una técnica discriminante en dos etapas en la que los ratings de la Best son utilizados como probabilidades a priori en el cálculo de las probabilidades a posteriori que dependerán, por tanto, de los ratios financieros y de esas probabilidades a priori. Esta última alternativa es la que demuestra dar mejores resultados a la hora de predecir las insolvencias.

La muestra que utilizan está compuesta por 29 firmas insolventes que accedieron a los fondos de garantía estatales en el período 1969-1983, y 29 aseguradoras solventes elegidas mediante muestreo estratificado, utilizando como variables para casar las parejas el tamaño y la forma organizacional en el año anterior a la insolvencia. Solo se considera solvente una empresa si permanece así después de cinco años de producida la insolvencia de su pareja.

Para la selección de variables utilizan un procedimiento "Stepwise" y para la validación de los modelos el procedimiento "cross-validation".

La selección original de variables se centra en aspectos clave de la operativa aseguradora y está influenciada por estudios previos. Este primer conjunto de variables puede agruparse en:

- 1) Ratios Iris.
- 2) Ratios de inversión

- 3) Ratios de gastos
- 4) Ratios de primas cedidas
- 5) Ratios de reservas

El subconjunto de ratios con el que obtienen los mejores resultados está compuesto por los siguientes cuatro ratios:

- 1) Primas netas suscritas / Reservas estatutarias

Es tradicionalmente una medida de capacidad, un valor alto está correlacionado con empresas insolventes. Las empresas con problemas emplean una política agresiva de vender nuevas pólizas para incrementar el “cash-flow” positivo, alterando la función de colchón de las reservas.

- 2) Pasivos / Activos líquidos

Los activos líquidos deben ser suficientes para hacer frente a las obligaciones conforme estas vayan venciendo. Las empresas insolventes suelen tener mayores ratios que las solventes.

- 3) Ratio de siniestralidad

Obviamente, las empresas insolventes tienen un ratio mayor.

- 4) Gastos ajustados de siniestralidad / Siniestros incurridos

Este ratio mide la eficiencia con la que los aseguradores tramitan sus siniestros. Es de esperar que los aseguradores insolventes sean menos eficientes y tengan un ratio mayor.

El resultado de la clasificación con estos ratios un año antes de la insolvencia utilizando el procedimiento “jackknife” es del 84,5% de aciertos. Este resultado mejora al que obtienen utilizando los ratings de la Best como predictores que es del 79,3% de aciertos. Pero el mejor resultado se obtiene utilizando ambos tipos de información conjuntamente,

partiendo de los ratings de la Best como probabilidades a priori y utilizando la información de los ratios para mejorar la clasificación.

**Browne y Hoyt (1996)** por su parte han estudiado los factores exógenos a los aseguradores individuales que están estadísticamente relacionados con el ratio total de insolvencias de empresas de seguros no vida. El estudio utiliza datos trimestrales del 70 al 90. Los resultados empíricos apoyan la hipótesis de que variables económicas y sectoriales son importantes predictores de los ratios de fracasos. La sensibilidad del ratio de insolvencias en el sector seguros a dos de los factores de mercado es particularmente alta. Estos factores son: 1) El número de aseguradores en el mercado, y 2) El ratio combinado.

Estudios similares a los anteriores pero aplicados al ramo de vida también se han llevado a cabo en Estados Unidos con parecidos resultados. Pueden citarse a modo de ejemplo el estudio realizado por Israel Shaked (1985) en el que se miden la probabilidad de insolvencia con una medida directamente relacionada con el rendimiento de los activos, o el más reciente estudio de Ambrose y Carroll (1994) en el que se analiza la eficacia de los ratings de la Best y ratios financieros mediante un análisis logit.

A continuación pasaremos a resumir un trabajo muy cercano al nuestro tanto en metodología como en el objeto de estudio, ya que se trata de la aplicación del análisis discriminante a la predicción del fracaso en entidades de seguros españolas.

Por último, haremos mención de un interesante trabajo que muestra otra forma de utilizar el análisis discriminante para medir el grado de solvencia de una empresa de seguros.

En un reciente trabajo **López Herrera D., Moreno Rojas J., y Rodríguez Rodríguez P. (1994)**, tratan de desarrollar modelos alternativos para describir y tratar de predecir el fracaso empresarial en las empresas de seguros españolas.

Para ello seleccionan una muestra de 70 empresas, la mitad de las cuales son fracasadas y la otra mitad sanas. La definición de fracaso que utilizan es "una situación de dificultad grave, de desequilibrio patrimonial y financiero que afecta negativamente a la continuidad de la empresa". Las empresas sanas se seleccionan emparejándolas con las fracasadas por ramo de actividad, cifra de negocio y volumen de activo.

Toman datos contables para cada empresa relativos a cinco ejercicios previos a las crisis para construir los ratios seleccionados en función de su utilización en la literatura contable y en especial en el análisis financiero y en modelos de pronóstico del fracaso empresarial. Con estos criterios se seleccionan 24 ratios divididos en tres grupos: ratios de situación financiera, ratios de beneficio y "cash-flow" y ratios de explotación.

En un primer análisis descriptivo de los datos utilizando las medias de los mismos se observa que los ratios presentan mejores valores en las empresas sanas que en las fracasadas y que los ratios van deteriorándose en las empresas fracasadas conforme nos acercamos al momento crítico. Los ratios para los que se observan las mayores diferencias son los de liquidez y rentabilidad. Utilizando test estadísticos se comprueban los mismos resultados, es decir:

- . A mayor cercanía del momento del fracaso mayor poder diferenciador de los ratios.

- . Los ratios más destacados son los de liquidez, rentabilidad y estabilidad.

- . Los ratios más significativos empiezan a emitir señales de alerta desde varios ejercicios previos.

Para la selección de variables en los modelos multivariantes utilizan un procedimiento "stepwise", utilizando como estadístico para añadir nuevas variables la Lambda de Wilks.

Los resultados de clasificación con la aproximación multivariante mejoran los obtenidos con el análisis univariante, siendo muy buenos para un año previo a la crisis y empeorando progresivamente conforme nos alejamos de ese momento. Los resultados de aciertos globales son respectivamente: 90,85%; 76,56%; 74,70%; 70,97%; 64,72%. Cabe



destacarse que en todas las funciones discriminantes aparecen ratios representativos de los conceptos de liquidez y rentabilidad.

Los ratios que aparecen seleccionados para cada año previo al fracaso son:

- 1) Para un año antes del fracaso
  - a) Disponible / Pasivo circulante
  - b) Beneficio neto antes de impuestos/ Fondos Propios
- 2) Para dos años antes
  - a) Fondo de maniobra / Activo total
  - b) Beneficio neto antes de impuestos/ Pasivo exigible
- 3) Para tres años antes
  - a) Activo circulante/ Pasivo circulante
  - b) Reservas/ Activo total
  - c) "cash-flow"/ Negocio neto
  - d) Beneficio neto antes de impuestos/ fondos propios
  - e) Ingresos financieros/ total inversiones
- 4) Para cuatro años antes
  - a) Disponible / Pasivo circulante
  - b) Activo fijo / Recursos permanentes
  - c) Beneficio neto antes de impuestos / Negocio neto
  - d) (Negocio neto-Total gastos técnicos) / Negocio neto
- 5) Para cinco años antes
  - a) Activo fijo / Recursos permanentes
  - b) Beneficio neto antes de impuestos/ Fondos propios
  - c) Ingresos financieros/ Total inversiones

Se realiza también una validación externa con una muestra de 20 empresas, 10 buenas y 10 malas utilizando la función discriminante de un año previo, obteniéndose un 80% de aciertos, resultado más que aceptable, aunque los errores de Tipo I (clasificar empresas fracasadas como sanas) fueron del 30% frente al 10% de errores de Tipo II.

No se presentan test que contrasten las hipótesis en las que se basan los test de significatividad y los propios modelos multivariantes, es decir, test de normalidad y homogeneidad de matrices.

Otra aplicación del análisis discriminante al sector asegurador, es la realizada por **Martín M<sup>a</sup> Luz, Leguey J., Sánchez J.** (1997) con el objeto de construir una clasificación de las entidades de seguros en función de su solvencia y comprobar en qué medida esta puede predecirse con un pequeño conjunto de ratios.

Los pasos que se siguen en este trabajo son:

- 1) *Elaborar un conjunto de medidas de solvencia*
- 2) *Mediante el análisis factorial reducir las dimensiones y calcular las puntuaciones factoriales*
- 3) *Con las puntuaciones factoriales y mediante un análisis cluster agrupar los datos en tres grupos.*
- 4) *Mediante el análisis discriminante seleccionar un pequeño conjunto de variables originales que predigan correctamente la pertenencia a cada uno de los grupos previamente definidos.*

**CAPÍTULO V.-**  
**EL ANÁLISIS DISCRIMINANTE**  
**APLICADO A LA PREDICCIÓN DEL**  
**FRACASO DE LAS EMPRESAS DE**  
**SEGUROS NO VIDA EN EL CASO**  
**ESPAÑOL**

## **I.- INTRODUCCIÓN**

Con objeto de evaluar la capacidad predictiva de los ratios financieros a la hora de anticipar situaciones de insolvencia, así como para explicarlas, hemos diseñado un experimento en línea con los trabajos empíricos que han venido desarrollándose, sobre todo en los Estados Unidos, en las últimas décadas, y que han sido ampliamente comentados en el capítulo IV.

Como ya se apuntó en ese capítulo, podemos optar por utilizar distintos modelos a la hora de explicar o predecir el fracaso empresarial y asignarle probabilidades, basándonos en ratios financieros. Nuestra elección del análisis discriminante frente al resto se ha debido a su flexibilidad a la hora de incorporar probabilidades a priori así como costes distintos de clasificación errónea, lo cual nos permite trabajar con muestras de cada grupo del tamaño que queramos, ya que la información relativa a la composición por grupos de la población se la vamos a incorporar desde fuera, no la vamos a extraer de la muestra. También es muy flexible a la hora de introducir diferentes hipótesis acerca de las distribuciones que siguen las variables dentro de cada grupo.

El experimento ha consistido en tomar una muestra compuesta por dos submuestras del mismo tamaño, una integrada por empresas que han fracasado (en nuestro caso aquellas que hubieron de ser intervenidas por la C.L.E.A.), y la otra por empresas que para los mismos períodos se mantenían en funcionamiento, para después situarnos en períodos anteriores al período de la insolvencia y estudiar que indicios de ese suceso nos daban los datos de las cuentas anuales en forma de ratios.

Este capítulo está estructurado de la siguiente manera:

1) En la primera parte se explica cómo se ha seleccionado la muestra de empresas que van a intervenir en el experimento y a partir de la cual haremos la inferencia.

2) En la segunda comentaremos cómo y porqué se ha elegido las variables discriminantes finales.

3) En tercer lugar nos referiremos a los resultados de los contrastes de hipótesis y selección del modelo final (lineal *versus* cuadrático, *paramétrico versus no paramétrico*, etc.).

4) En el cuarto bloque analizaremos en primer lugar los resultados obtenidos haciendo referencia a los test de validación, en segundo término comentaremos los ratios seleccionados buscando una interpretación económica de los mismos, a continuación pasaremos a analizar ciertas consideraciones acerca de las probabilidades *a priori* y costes relativos de los errores, y por último comentaremos en que manera se puede utilizar éste método con fines predictivos.

5) Seguidamente, haremos referencia, de forma breve, a las limitaciones del análisis y las cautelas a la hora de extrapolar los resultados.

Las tablas y gráficos se presentan en un apéndice al final del capítulo.

## **II.- SELECCIÓN DE LA MUESTRA DE EMPRESAS**

En primer lugar, hemos de señalar que nuestra *definición de empresa fracasada* es una definición estricta, entendiendo por tal aquella empresa que ha tenido que ser intervenida por la C.L.E.A. Con esto nos aseguramos el estar trabajando realmente con una muestra de empresas que han desaparecido por problemas financieros permanentes, evitando trabajar con empresas con problemas temporales o que se han liquidado de forma voluntaria.

Además, solo hemos analizado las Sociedades Anónimas, excluyendo de nuestro análisis otro tipo de formas societarias, como las Mutuas o las Cooperativas, por entender que tienen problemáticas demasiado diferentes para estudiarlas de modo conjunto.

El tipo de muestreo que hemos llevado a cabo ha sido por *emparejamiento* controlando por unos determinados factores, siguiendo la metodología que han utilizado otros autores en aplicaciones similares del análisis discriminante: Beaver (1967), Altman (1968), Altman et al. (1977), Blum (1974), Deakin (1972), Elam (1975), Wilcox (1971, 1972, 1976), Meyer y Pifer (1970), Sinkey (1974-1979), etc.

En el tipo de análisis que hemos llevado a cabo, no nos hemos basado en un modelo teórico previo, es decir, no partimos de una hipótesis del tipo: “ el conjunto de ratios formado por  $X_1, \dots, X_n$ , me explican el fracaso empresarial”, la cual queremos contrastar mediante test estadísticos; el nuestro, es un análisis exploratorio, no confirmatorio, de la realidad, buscando que los datos sean los que nos guíen. De esta manera, partiendo de un amplio conjunto de ratios:  $X_1, \dots, X_m$ , dónde  $m$  será mucho mayor que  $n$ , buscamos aquel subconjunto que nos optimice un resultado definido por nosotros previamente, por ejemplo, maximizar el porcentaje de aciertos utilizando la misma muestra que se usa para la selección de los ratios, o bien maximizar el número de aciertos con una muestra de validación determinada, etc.

Planteado así el problema, está claro que cuando tengamos muchos ratios la búsqueda puede ser muy complicada, debido entre otros factores, a que los ratios pueden recoger información que no nos interesa y que va a introducir mucho ruido, haciendo la búsqueda en muchos casos infructuosa.

En el caso de nuestro conjunto de ratios de partida, pueden coexistir por ejemplo:

1) Ratios que estén relacionados con el fracaso de una empresa, de manera que tengan una distribución diferente para el grupo de las “buenas” y de las “malas”<sup>1</sup>.

2) Ratios que estén relacionados con el tamaño, de forma que sean diferentes según una empresa sea grande o pequeña.

3) Ratios relacionados con el tipo de negocio.

4) Ratios relacionados con el período de tiempo que estudiemos.  
etc.

En principio, a nosotros solo nos interesa encontrar el primer grupo de ratios, sin embargo, si tomo muestras al azar dentro de cada grupo, y se da el caso de que en las muestras de cada uno de ellos, los factores como tamaño de las empresas, tipo de negocio etc. aparecen con distribuciones muy diferentes, a la hora de buscar ratios que expliquen la insolvencia puede que el programa de búsqueda también me encuentre grupos diferenciados en función de esos factores y al final no hallemos lo que buscamos.

Por tanto, para poder encontrar resultados e interpretarlos correctamente, hemos de controlar el experimento de modo que no influyan en el análisis factores que no son objeto de nuestro estudio, tales como negocio al que se dedican las empresas, tamaño de las mismas, años que lleva la empresa en funcionamiento, período en el que desarrollan su actividad, etc. Para ello vamos a intentar utilizando un *muestreo por parejas*, que las dos submuestras tengan características similares en éstos aspectos, de manera que cuando obtengamos los

---

<sup>1</sup> En adelante, entenderemos por empresas “malas” aquellas que terminaron liquidándose y por buenas el resto.

resultados de clasificación podamos atribuirlos al factor que queremos explicar: el fracaso de las empresas.

Por ejemplo, imaginemos, como caso extremo, que tomamos 10 empresas con las siguientes características:

- a.- Han fracasado.
- b.- Son de tamaño pequeño.
- c. - Su negocio es el seguro del automóvil.

Y otras 10 tales que:

- a.- Han sobrevivido
- b.- Son grandes
- c. - Se dedican a decesos.

Aplicamos el análisis discriminante a los ratios financieros correspondientes a un año antes de la quiebra y supongamos que se obtiene un resultado de 85% de clasificaciones correctas con el subconjunto de ratios:  $X_1 \dots X_p$ . En principio, no podemos determinar si esa separación obtenida se debe al factor que nos interesa (buena o mala situación de cara a continuar en el negocio), o a cualquiera de los otros dos factores. Si lo atribuimos al factor que estamos estudiando y, sin embargo, la separación, es decir, la diferencia en los ratios financieros, se debe al distinto negocio, podría ocurrir que al tomar 10 nuevas empresas fracasadas en lugar de las 10 sanas que también se dediquen a los decesos, con los ratios elegidos obtuviéramos la misma separación, y por tanto un resultado en cuanto al factor que me interesa muy malo.

Por tanto, para evitar este tipo de situaciones que perjudican a la interpretación de los resultados y agilizar la búsqueda del subconjunto óptimo de ratios, hemos intentado trabajar con dos submuestras que no fueran demasiado heterogéneas en todos aquellos factores que no son objeto de nuestro estudio, y pensamos que pueden introducir ruido. De manera, que cuando obtengamos un porcentaje clasificatorio podamos atribuir esta diferenciación de las ratios a su situación financiera.



Como hemos comentado, si existen ratios cuyas diferencias se deben a tamaño de la empresa, sector etc., en principio no nos interesan, pero si pensamos que estos factores pueden ser explicativos del fracaso, entonces sería más correcto tomar las muestras por grupos de forma totalmente aleatoria e incluirlos como variables explicativas en el análisis.

En definitiva, la muestra va a estar formada por el mismo número de empresas buenas y malas, y además vamos a intentar que sean muestras no demasiado heterogéneas en todos aquellos factores que no sean objeto de nuestro estudio, y en principio pensamos que no influyen en la variable a explicar.

La selección de la muestra ha venido determinada por la submuestra de empresas insolventes. Dado que en el conjunto de la población estas representan un porcentaje relativamente pequeño, nos interesaba contar con la mayoría de empresas en esta situación que hubiese en la población con el fin de tener un conjunto estadísticamente relevante. Una vez seleccionadas las empresas insolventes, hemos realizado la selección de las empresas sanas, grupo mucho más numeroso y del cual sólo vamos a utilizar una muestra reducida de los datos existentes.

En la práctica, si queremos evaluar la situación de una empresa en  $t+1$ , en la mayoría de los casos no vamos a tener la información necesaria para construir ratios referidos al momento  $t$ , e incluso es probable que el desfase de los datos disponibles sea mayor de un período. Por este motivo, y por otros como la menor fiabilidad de los estados contables de períodos cercanos a la insolvencia, errores en datos, errores al estimar..., conviene encontrar la manera de evaluar la situación de una empresa en  $t+1$  con información con varios períodos de desfase.

Para comprobar el poder explicativo de los ratios en el tiempo hemos tomado de cada empresa que va a intervenir en la muestra sus ratios a lo largo de 5 años antes de la quiebra, tomando como año base el primer año anterior a la misma en el caso de las fracasadas, y como ya hemos explicado que la muestra de empresas sanas va a ser lo más

similar posible, vamos a emparejar cada empresa mala con una buena de características similares, por tanto vamos a tomar para su pareja también los 5 balances hacia atrás partiendo del año base. (Queremos evitar que en una submuestra tengan más peso unos determinados años que en la otra, lo que podría dar como resultado que la coyuntura económica o normas legales que hayan cambiado en el período muestral fuesen recogidos de forma diferente en uno y otro grupo, y por tanto pudieran enturbiar los resultados).

Una vez hecho esto buscamos para los datos referentes al año anterior a la liquidación aquella combinación de ratios que me proporciona una mejor clasificación, aquella que me la proporciona con datos de 2 años antes, y así hasta 5 años antes.

Los datos los hemos extraído de la publicación anual "Balances y cuentas. Seguros privados" de la Dirección General de Seguros. A partir del año 1992 estos datos están disponibles en soporte informático.

Para asociar los datos por volumen y tipo de negocio hemos utilizado una publicación que anualmente elabora la UNESPA denominada "Estadística de Seguros Privados" en la que aparece el volumen de primas para cada entidad desagregadas por tipo de negocio del que proceden.

A la hora de seleccionar la muestra, nos hemos ido encontrando con una serie de problemas, entre los que cabe destacar los siguientes:

a.- Las cuentas anuales en ocasiones no aparecen completas y/o bien cuadradas

b.- Antes del 82 existía otra estructura de balance.

c.- En algunos casos, no se cuenta con toda la serie de cuentas anuales para una empresa.

d.- En ocasiones, las empresas pasan por situaciones que enturbian el poder explicativo de las ratios, porque suponen cambios bruscos en los mismos, cómo:

- Fusiones, absorciones, escisiones etc.
- cambios de forma social: paso de mutuas a compañías.
- cambios en el negocio: amplían sus campos de actuación, o bien se especializan.
- ampliaciones de capital etc.

e.- A veces la empresa no sobrevive 5 años, con lo cual nos limita la muestra cuando vamos hacia atrás.

Dado que en el 82 se introdujo una nueva estructura en las cuentas anuales, no hemos utilizado información anterior a esa fecha para que la misma fuese lo más homogénea posible. Ello nos ha llevado a tener una muestra que abarca datos desde el 83 al 94.

Las empresas utilizadas en el análisis aparecen en la Tabla I.

Debido a que no tenemos la serie completa de cinco balances para todas las empresas, hemos construido varias muestras con el fin de poder comparar el poder explicativo con datos con distintos años de anticipación. Es menester explicar como hemos ido formando esas muestras: el criterio para ir ampliando la muestra ha sido en función de los datos que teníamos, de manera que la 1ª muestra, formada por 36 empresas, está seleccionada porque es aquella para la que tengo cinco años completos de información, lo que nos va a permitir comparar la capacidad predictiva de los ratios contruidos en base a datos de diferentes períodos pasados. La 2ª muestra está compuesta por aquellas empresas para las que tengo 4 o más años de información, y así sucesivamente.

El hecho de que para cada horizonte de predicción se estén utilizando valores de varios años, puede suponer un problema si no se cumple la hipótesis de estacionariedad de las funciones de distribución para las variables seleccionadas, que supone que las funciones de distribución de ambos grupos se mantienen constantes a lo largo del tiempo, o por lo menos, no varían demasiado en el período de análisis

considerado. Esta es una razón por la que no conviene tomar datos que abarquen períodos de tiempo demasiado extensos, o para ser más exactos, períodos de tiempo demasiado volátiles.

La composición de cada muestra en función del “año base” aparece en porcentajes en la Tabla II. Obviamente, las muestras más pequeñas abarcan un período más reducido, disminuyendo por tanto la probabilidad de no estacionariedad.

### III.- SELECCIÓN DE LAS VARIABLES DISCRIMINANTES

A la hora de llevar a cabo la selección de ratios que mejor anticipasen la quiebra de las empresas partimos de un conjunto amplio intentando recoger los ratios más significativos dentro del análisis de la situación financiera de las mismas. Estos ratios aparecen en la Tabla III agrupados en cuatro bloques según su naturaleza, aunque esta separación es un poco artificiosa y por supuesto discutible, solo pretende hacer ver que detrás de los ratios existen factores subyacentes que tienen que ver con distintos aspectos de la gestión empresarial. Para esta recopilación de ratios hemos acudido a diversas fuentes citadas en el capítulo destinado a los ratios financieros.

En la Tabla IV, hemos calculado algunas medidas univariantes relativas a cada ratio para cada horizonte, con objeto de hacernos una idea rápida de las características individuales de los mismos.

Las medias de todos estos ratios para cada horizonte aparecen en el Gráfico 1.

Podemos observar en éste gráfico, como para algunas variables existen diferencias significativas entre el grupo de las buenas y de las malas en todos los horizontes, como en el caso del ratio A5, mientras que para otros no parecen existir tales diferencias. Esto, como veremos, no va a resultar muy importante a la hora de su selección conjunta, puesto que las interrelaciones entre ellos pueden determinar que ratios que tomados individualmente no exhiben marcadas diferencias por grupos, al tomarlos junto con otros tengan una gran aportación desde el punto de vista discriminatorio.

Cuando una empresa es intervenida por la C.L.E.A., su situación financiera está muy deteriorada, de forma que la empresa ha llegado al estado de insolvencia.

Una manera de ver hasta qué punto la empresa está cercana a ésta situación será observando **ratios directamente relacionados con la**

**solvencia en sentido estricto**, es decir, ratios que den cuenta de en que medida el activo excede al pasivo exigible y por tanto nos informen de la fortaleza de la empresa o capacidad para hacer frente a situaciones adversas imprevistas.

Pero la insolvencia no es un estado que llega de la noche a la mañana, sino una situación que se va gestando a lo largo de los años en la empresa debido a causas difíciles de cuantificar como son: mala gestión, provisiones erróneas, inversiones poco rentables.... Por tanto, si queremos anticipar en cierta medida esta situación debemos fijar nuestra atención en ratios que, aunque no midan directamente la solvencia, reflejen comportamientos que puedan acabar afectando a medio plazo a la misma. Este es el caso de los **ratios de liquidez**. Estos ratios relacionan el activo realizable (es decir, el activo que puede ser transformado en liquidez a corto plazo sin un gran riesgo de pérdida) con el pasivo a corto plazo, es decir, aquel al que va a ser necesario hacer frente en breve con el activo. Resulta obvio que si estas partidas están descompensadas, la empresa puede acabar incurriendo en pérdidas que mermen su solvencia, el caso más peligroso es que el pasivo exigible a corto exceda el activo realizable, pero lo contrario tampoco es bueno en exceso porque implica pérdida de rentabilidad.

Otro conjunto de ratios cuya evolución en el tiempo puede tener repercusiones en la solvencia, aunque éstos a más largo plazo son los **ratios de beneficios, ratios de exposición al riesgo, ratios de crecimiento etc.** Estos ratios pueden indicar problemas de competitividad, excesiva exposición al riesgo, dificultades de crecimiento, que de no corregirse pueden acabar afectando a la viabilidad de la empresa.

Partiendo de ese amplio conjunto de ratios hemos utilizado el procedimiento "STEPWISE" comentado en el Capítulo III, para hacernos una idea acerca de los conjuntos de ratios que pudieran ser los mejores, utilizando distintas "F de entrada" y "F de salida" fuimos seleccionando

conjuntos amplios de ratios relevantes en principio. Después procedimos a evaluar subconjuntos de esos conjuntos, con distinto número de variables para juzgar cual era el óptimo atendiendo a los resultados de clasificación que proporcionaban, e intentando eliminar aquellos ratios cuya aportación a la clasificación no fuese significativa.

El método de preselección de variables que hemos utilizado (“stepwise”) tiene algunas limitaciones:

1. - No compara los resultados que se obtendrían con todos y cada uno de los subconjuntos que se pueden construir con las variables iniciales, dependiendo los resultados del orden en que se introducen las variables explicativas.
2. - Las comparaciones que realiza para seleccionar, solo son óptimas bajo determinados supuestos, como el de normalidad.
3. - Puede que el criterio de selección implícito en este procedimiento (minimización de la varianza no explicada), no implique necesariamente el mismo óptimo que buscamos nosotros, en concreto aquel conjunto de ratios que me minimicen los errores de clasificación, tomando como medida de los errores esperados los resultantes de aplicar algún tipo de análisis externo.

Hemos intentado superar estos problemas, en la medida de lo posible, complementando la preselección hecha con el “stepwise” con un análisis de los resultados de clasificación. En primer lugar hemos realizado un análisis con funciones de clasificación lineales, que son las más sencillas tanto de estimar como de interpretar, tomando en un primer momento como iguales en ambos grupos tanto las probabilidades a priori de pertenencia a un grupo, como los distintos costes de clasificación errónea.

Las variables seleccionadas se presentan en las Tablas V.1 y VI.1:

1) La primera contiene los resultados que hemos obtenido al maximizar el porcentaje correcto de clasificación para cada horizonte y para cada muestra.

2) La segunda al maximizar el porcentaje correcto de clasificación para cada horizonte pero para todas las muestras.

En el primer caso obtenemos para cada horizonte aquel conjunto de ratios que me clasifica mejor atendiendo a las peculiaridades que concurren en cada muestra, ya que debido al pequeño tamaño de las mismas y al hecho de que no sean por completo aleatorias (el año a la que pertenezcan los balances tiene una gran importancia debido a los cambios legislativos ocurridos en los últimos años entre otras cosas), podemos encontrar un conjunto distinto de ratios para cada muestra con el que obtengo la mejor clasificación. Esto puede ser interesante si lo que quiero es analizar las particularidades que llevaron a esa muestra a comportarse de una determinada manera, pero si lo que busco es un conjunto de ratios con objeto de predecir el comportamiento futuro de una empresa, lo que me interesa es un conjunto de ratios que sea lo más independiente posible de la muestra. Eso es lo que busca la segunda tabla, donde a cambio de un ligero empeoramiento de los resultados y/o los niveles de significatividad, se obtiene un conjunto de ratios válido para todas las muestras.

Los ratios que aparecen en la Tabla VI.1, son preferibles desde el punto de vista de la predicción y son con los que vamos a realizar todo el análisis posterior.



#### **IV.- CONTRASTES DE HIPÓTESIS Y SELECCIÓN DEL MODELO**

A la hora de llevar a cabo la selección de las variables discriminantes hemos supuesto implícitamente que el modelo lineal clásico es el que representa mejor las relaciones que se dan en la población. Recordemos que, como vimos en el Capítulo IV, este modelo se basa en una serie de hipótesis, a saber:

1) Las variables que describen a los miembros de las observaciones de cada grupo están distribuidas como una normal multivariante dentro de cada grupo.

2) Las matrices de covarianzas de los grupos son iguales en todos ellos

3) Los grupos son discretos, mutuamente excluyentes e identificables.

4) Las muestras son aleatorias dentro de cada grupo y por tanto representativas de la población de la que provienen.

Los resultados de los contrastes de la hipótesis de homocedasticidad aparecen en la Tabla VII, donde puede comprobarse que en todos los casos se rechazó la hipótesis nula de igualdad de matrices de covarianzas entre los grupos. A la vista de este resultado se podría plantear la utilización de funciones discriminantes cuadráticas, aunque al ser las muestras pequeñas el hecho de tener que estimar más coeficientes puede acabar siendo un problema mayor.

Utilizando las mismas variables que para el análisis lineal (VI.1) se ha realizado una clasificación cuadrática.

Para poder realizar comparaciones con resultados lo menos sesgados posibles hemos realizado un análisis externo utilizando el método "leave-one-out" comentado en el Capítulo III.

Los resultados de la clasificación cuadrática tanto del análisis interno como externo aparecen en las Tablas VI.4 y VI.5 respectivamente.

Como era de esperar, aunque los resultados del análisis interno para la clasificación cuadrática, son solo ligeramente inferiores en

términos generales a los de la clasificación lineal, los resultados del análisis externo reflejan una pérdida muy significativa de efectividad de la regla de clasificación con fines predictivos.

Para contrastar el supuesto de normalidad multivariante, hemos acudido a contrastar la normalidad univariante de cada ratio mediante el estadístico de Shapiro-Wilk, y hemos encontrado que la mayoría de las variables utilizadas no cumplen el supuesto de normalidad. Los resultados de estos contrastes aparecen en la Tabla VIII. Este hecho sugiere la utilización de algún método no paramétrico de estimación como alguno de los comentados en la sección de no-normalidad<sup>2</sup>. De momento no hemos realizado ningún análisis en éste sentido, pero todo parece apuntar a que no mejoraríamos los resultados, porque este tipo de estimación requiere muestras muy grandes para dar buenos resultados.

Otro factor que puede perjudicar seriamente al análisis es la existencia de "outliers", esto nos ha llevado a plantearnos algún tipo de corrección que pudiera paliar estos efectos en alguna medida. Esta extensión es una adaptación de las ideas sugeridas en el papel de Randless, Broffit, Ramberg y Robert (1978): "Generalized linear and quadratic discriminant functions using robust estimates". La idea que hemos desarrollado consiste en utilizar para la estimación de las medias y las matrices de covarianzas poblacionales unos valores de las observaciones ponderados, de manera que aquellos valores que podamos considerar "outliers" pesen menos en la estimación de los parámetros poblacionales que van a utilizarse en la regla de clasificación. Esta idea la hemos concretado de la siguiente manera:

- 1) Calculamos las probabilidades a posteriori dando las mismas ponderaciones a todas las observaciones, y nos quedamos con los valores de la clasificación "leave-one-out" (o cross-validation), que sabemos nos da valores menos sesgados.

- 2) Utilizando las probabilidades a posteriori obtenidas con el análisis "leave-one-out" aplicamos la siguiente regla: Si una unidad que pertenece a un grupo obtiene una probabilidad de pertenecer al grupo

erróneo mayor que un número que fijamos (0.7 por ejemplo), entonces le asignamos una ponderación que depende de esa probabilidad a posteriori de forma decreciente, que vendrá dada por la función:

$$w = (0.7 / (\text{probabilidad de pertenecer al grupo erróneo}))^4$$

Y si la probabilidad de pertenecer al grupo erróneo es menor que el número fijado, entonces se mantiene  $w=1$ .

3) El proceso se repite durante cinco iteraciones.

En general los resultados del análisis "leave-one-out" mejoran al añadir estas consideraciones, sobre todo en las muestras pequeñas. A modo de ejemplo en la tabla VI.7 aparecen los resultados de aplicar este criterio con un valor límite de 0.7 para la clasificación lineal, así como para la cuadrática.

Otra idea apuntada en el artículo para obtener estimaciones más robustas, es utilizar rankings para clasificar las observaciones, en lugar de distancias absolutas. Este procedimiento consiste en lo siguiente:

1) Se supone que la unidad que vamos a clasificar pertenece al grupo I, se calculan las distancias al centroide de ese grupo para todas las unidades que pertenezcan al mismo, y se ordenan de menor a mayor.

2) Se repite el proceso suponiendo que la unidad pertenece al grupo II.

3) Se compara el número de orden que ocupa en uno y otro caso, y se asigna la unidad a aquel grupo en el que haya obtenido un número de orden más bajo.

Hemos hecho algo parecido, pero en lugar de distancias hemos utilizado las probabilidades a posteriori estimadas. Los resultados de aplicar esto a la clasificación anterior (ya mejorada con tratamiento de las ponderaciones), proporciona peores resultados en general, por lo que hemos abandonado esa vía.

---

<sup>2</sup> El SAS tiene varios métodos basados en la estimación directa de las funciones de densidad.

## **V.-RESULTADOS, PROBABILIDADES A PRIORI Y COSTES RELATIVOS DE CLASIFICACIÓN**

En esta sección, vamos a comentar en primer lugar los resultados tal como los hemos obtenido con el modelo lineal con probabilidades a priori y costes de clasificación iguales para ambos grupos. En segundo lugar trataremos de explicar en qué consisten y como pueden afectar a los resultados estos dos últimos conceptos. Por último, veremos en que manera pueden ser utilizados los ratios con fines predictivos.

Analizando los *resultados* podemos destacar algunas cosas:

1.- El alto porcentaje de empresas bien clasificadas, sobre todo con el análisis interno (Tabla VI.2), aunque la validación con el análisis externo también nos da resultados más que aceptables (Tabla VI.3), y aún más cuando utilizamos la estimación de medias y matriz de covarianzas más robusta (Tabla VI.7). Observando la Tabla VI.2, vemos que efectivamente las ratios que obteníamos con la clasificación interna eran en exceso optimistas, sobre todo para los horizontes más lejanos. Aunque a pesar de todo, podemos seguir manteniendo unos resultados muy buenos.

2.- En contra de la intuición que nos haría esperar que conforme nos alejamos del período de quiebra los resultados fueran peores (es decir, parece lógico que sea más fácil predecir una crisis con datos con un desfase de un año que con un desfase de cinco años) nos encontramos con que estos son similares. Esto puede ser una buena señal si lo interpretamos como que hemos encontrado en cada caso aquel subconjunto de información contenida en las cuentas anuales que nos resuelve mejor el problema de discernir cuales van por el buen camino y cuales no. El hecho de que sea imposible analizar las infinitas combinaciones de ratios: 1º porque no los hemos construido todos, y 2º porque no hemos probado todas las combinaciones; unido al hecho de que las muestras con las que hemos trabajado son pequeñas y las

cuentas anuales son solo “relativamente” fiables, puede explicar este resultado contraintuitivo. También puede suceder que efectivamente sean más claros esos ratios porque no sé este intentando enmascarar todavía la situación, o porque no hayan aparecido aún elementos perturbadores como actuaciones institucionales: supervisión, medidas preventivas, mínimos legales etc.

Los resultados del análisis externo parecen respetar más la lógica anterior, aunque sigue ocurriendo para alguna muestra que el ratio para algún horizonte de predicción más alejado sea mejor que para otro más cercano.

3.- Otro resultado que cabe explicar es el hecho de que en la primera tabla (IV.1), en función de la muestra el conjunto de ratios sea uno u otro.

El hecho de que los conjuntos de ratios óptimos en cuanto a porcentaje de empresas bien clasificadas cambien con la muestra como vemos en la tabla uno, puede explicarse por el hecho de que las muestras son pequeñas y el incluir nuevas empresas influye en la composición de la muestra. Por ejemplo, supongamos que nuestra primera muestra estuviera formada por 10 empresas buenas y 10 malas, y que los cinco fracasos se han producido en los últimos cinco años. Y tenemos una 2ª muestra con otras 10 empresas buenas y 10 malas pero estas últimas fracasaron entre los 5 y los 10 últimos años. Si buscáramos el subconjunto de información contenida en las ratios que nos explicara cada una de estas dos submuestras por separado, probablemente encontraríamos un subconjunto distinto para cada una de ellas, y obtendríamos mejores resultados que al juntarlas y buscar unos ratios generales que sean válidos independientemente del tiempo. Lo mismo ocurriría si tomamos subconjuntos por el tipo de negocio, el tamaño etc.

4.- Relativa estabilidad de los coeficientes de la función discriminante entre las muestras.

Esto sugiere una estabilidad muestral no solo de los ratios como demuestra el hecho de los buenos resultados independientemente de la muestra, sino también de sus pesos, y por tanto de su aportación a la clasificación, como se puede comprobar en la Tabla VI.1 en la que junto

con las variables seleccionadas en cada horizonte aparecen las funciones discriminantes, así como los coeficientes estandarizados que reflejan la importancia relativa de cada variable en la clasificación.

A continuación, vamos a analizar la información contenida en los ratios seleccionados para cada horizonte, para después extraer las conclusiones generales a la vista del conjunto completo de ratios seleccionados para todos los horizontes.

En cuanto al **primer horizonte**, el área de *liquidez* representada por el ratio A5, aparece como la más importante a la hora de distinguir entre una empresa buena y una mala, la liquidez que muestran las empresas solventes es mucho mayor que la que muestran las que van a liquidar en el plazo de un año. Las deudas a las que previsiblemente han de hacer frente a corto plazo estas últimas, deben ir acumulándose según la empresa va entrando en crisis. El hecho de que en una empresa de seguros aparezcan problemas de liquidez es especialmente grave por dos motivos, el primero es que dada la inversión del proceso productivo en que se basa el negocio asegurador y que supone que los cobros se realizan antes que los pagos, no deberían en principio existir problemas de liquidez en este tipo de empresas que no dependen de que sus clientes les paguen lo que ya han producido; el segundo es que la empresa aseguradora basa su negocio en la confianza de sus clientes, y debe poder ser capaz de hacer frente al pago de los siniestros cuando estos se presenten, de lo contrario puede perder rápidamente cuota de mercado.

En segundo lugar, aparecen como importantes también dos ratios de provisiones (D1 y D4), uno más restringido y otro más amplio, en el segundo entraría también el primero, por lo que podemos deducir que el primero de los ratios de provisiones es más importante de lo que podríamos pensar mirando su coeficiente cuando aparece en solitario. Se trata del ratio de "Provisiones para prestaciones", este ratio, mucho mayor en las empresas buenas implica una *infradotación* de las mismas en las empresas que van a liquidar. Este aspecto es muy importante en las compañías de seguros puesto que su función es retirar fondos para hacer

frente a deudas futuras de las que se desconoce su importe exacto. Si existe una infradotación, el resultado del ejercicio será engañosamente mayor y es posible que se repartan dividendos a costa de una dilución del capital y por tanto del debilitamiento financiero de la empresa.

El segundo ratio de provisiones, incluye además del anterior, el resto de provisiones técnicas. También es mayor en las empresas buenas que en las malas. Los problemas de liquidez quizá obliguen a éstas empresas a dotar menos con vistas a ofrecer unos resultados mejores y utilizar el beneficio para hacer frente a los problemas a corto plazo en una huida hacia delante, o bien poder conseguir en base a esos mejores resultados financiación externa.

El siguiente ratio en importancia es el B6 que se define como "Provisión para prestaciones / Siniestralidad", éste ratio podría recoger tanto la *lentitud o diligencia en la gestión* de las liquidaciones de siniestros, como la adecuada dotación de esa provisión, pero dado que éste último factor queda recogido por los dos ratios anteriores, este ratio nos estaría recogiendo solo el primer aspecto, de ahí que su coeficiente aparezca con signo negativo, lo que implica que dados el resto de ratios, cuanto mayor sea este ratio, más cerca estará del grupo de las malas.

El siguiente ratio en importancia es el A6 (Activo Circulante / Activo Total) que también entra con coeficiente negativo, por tanto "ceteris paribus" a mayor ratio peor situación financiera. Cuanto mayor es este ratio, menos estable es la empresa, en el sentido de tener menos activo fijo. Parece que las empresas con más inmovilizado son empresas más seguras, quizá porque cuenten con *plusvalías latentes* en dicho inmovilizado, que en un momento dado pueden aflorar para fortalecer la empresa si lo necesita.

El penúltimo ratio de éste horizonte es el B8 ([Capitales propios + Provisiones Técnicas]/ Primas), es un ratio de solvencia, no parece que añada demasiado a la separación entre empresas buenas y malas. Este ratio parecería lógico pensar que ofreciese un peor comportamiento en las empresas malas, sin embargo entra con signo negativo, lo que supone que a mayor ratio (dados el resto de ratios) más cerca estamos de las empresas malas, esto se debe a que el *deterioro en el negocio* en

horizontes tan cercanos a la liquidación, hace que el denominador sea más pequeño en las malas y por tanto resulte en un ratio mayor.

El último ratio que entra en este conjunto es el ratio D8 (Provisiones para riesgos en curso / Primas). Este ratio entra con coeficiente negativo, por tanto es mayor en las malas que en las buenas. Las provisiones para riesgos en curso tienen por objeto periodificar los ingresos por primas cuando la cobertura de las pólizas no coincide con el año natural, el hecho de que sea mayor en las malas significa que se están cobrando primas por debajo del coste de los siniestros, es decir, *significa una mala tarificación*. Dado que las primas se establecen en base a información pasada y seguramente no se modifican hasta el año siguiente, en períodos de inflación del coste de los siniestros esto puede suponer estar cobrando primas por debajo de lo correcto en función del período de cobertura que abarcan.

En el **horizonte a dos años** vuelve a aparecer como más importante el ratio de *liquidez* (A5), entrando de nuevo con signo positivo. Como vemos los problemas de liquidez son sintomáticos de problemas futuros desde dos años antes de la liquidación.

También aparece de nuevo el ratio B6 que como ya señalamos podía estar reflejando lentitud en la gestión o infradotación de las dotaciones para prestaciones. En este horizonte aparece con signo positivo, lo que significa que un ratio mayor nos acerca más a las buenas. Ello se debe a que en este horizonte no aparecen los ratios de provisiones (D1 y D4) que aparecían en el anterior subconjunto, y por tanto el efecto de la *infradotación* que antes recogían estos ratios ha de recogerlo ahora el ratio B6.

El tercer ratio que aparece en orden de importancia en este horizonte es el C1 (Beneficio antes de impuestos / Pasivo Exigible), es un ratio de beneficio, que nos indica que las empresas malas tienen *menores beneficios* respecto a sus deudas que las buenas, esto significa que si ese dato no mejora, no se están generando recursos suficientes para aumentar la solvencia. En este ratio además, aparece en el denominador el Pasivo Exigible que en el caso de las aseguradoras incluye las



provisiones, que si como parece están infradotadas en las malas supondría una diferencia mayor en los numeradores, es decir, en los beneficios generados por ambos grupos.

A continuación y muy similares en importancia aparecen tres ratios con signos negativos. El primero es el ratio B8 que ya aparecía en el horizonte a un año con el mismo signo, y como comentábamos lo que refleja es la *menor actividad* de las empresas malas, que hace que este ratio, que en principio es un ratio de solvencia, dado el resto de variables de este conjunto cuanto mayor sea más nos acerque al grupo de las empresas con futuros problemas.

El siguiente ratio es el B3 (Negocio Neto / Activo Total) que es un ratio de actividad y entra con signo negativo, lo que indica que a mayor ratio más cerca estamos del grupo de las malas. Esto parece contradictorio con lo que decíamos antes de que las empresas malas tenían menor actividad, sin embargo lo que nos indica este ratio es que aunque el negocio neto de las malas sea menor, en proporción su activo todavía lo es más, con lo que, probablemente, su negocio todavía está por encima de lo que en función de su activo sería conveniente, dando lugar a una *excesiva exposición al riesgo*.

Por último, el signo negativo del ratio D7 (Provisiones Netas del Reaseguro Cedido / Capitales Propios) indica que las malas tienen más alto ese ratio, quizá porque tengan más reaseguro cedido, o porque sus capitales propios son menores.

En el **horizonte a tres años** aparece como más importante a la hora de diferenciar entre buenas y malas un ratio que no había aparecido hasta el momento, el ratio A1 (Capitales Propios / Activo Total), se trata de un ratio de *apalancamiento*. Aparece con coeficiente negativo, indicando que es mayor en el grupo de las futuras fracasadas, puede estar reflejando un nivel de apalancamiento excesivamente bajo, es decir, una infrautilización de los capitales por falta de crecimiento; o puede ser debido a que a estas empresas les resulta más difícil acudir a la financiación exterior.

En segundo lugar de importancia vuelve a aparecer el ratio de liquidez ya conocido A5 con signo positivo, volviendo a señalar la importancia de contar con un fondo de maniobra adecuado en las empresas de seguros. Quizá estos problemas de liquidez puedan estar motivados por una disminución del volumen de negocio que provoque salidas de flujos superiores a las entradas.

El tercero de los ratios en importancia es un ratio de provisiones que ya había aparecido en el horizonte a un año como relevante, el ratio D8. Aparece con coeficiente negativo de nuevo, o sea que cuanto mayor es peor es la situación financiera. Como hemos comentado este ratio representa, en cierta medida, errores en *la fijación de primas* y puede suponer pérdidas técnicas en las pólizas con mayor desfase respecto al año natural, que de no corregirse pueden acabar mermando seriamente el beneficio de la empresa.

En cuarto lugar, y también con coeficiente negativo aparece el ratio B7 (Primas/ Fondos propios). Este ratio mediría la relación entre los fondos propios y el volumen de negocio, siendo por tanto una medida de la *solvencia dinámica* de la empresa. Cuanto mayor es el ratio menos solvente es la empresa y por tanto más se acerca a las empresas en mala situación.

El quinto ratio en importancia es el D6 (Provisiones técnicas / Fondos propios) que aparece con coeficiente positivo, es decir, cuanto mayores sean las provisiones técnicas en relación a los fondos propios en mejor situación se encuentra la empresa. Esto tiene que ver con *la adecuada dotación de las provisiones*.

El sexto ratio es el conocido ratio de estabilidad A6, que de nuevo aparece con signo negativo. Cuanto mayor sea este ratio en peor situación se encuentra la empresa, o sea, las malas tienen un *porcentaje menor de activo fijo*.

En séptimo lugar tenemos un ratio de cash-flow C4 (Cash-Flow / Fondos propios), que mide los recursos generados por unidad de fondos propios. Aparece con coeficiente negativo, aunque lo que sería de esperar es lo contrario, esto debe ser por un nivel de fondos propios mucho menor

en las malas o por un nivel de beneficios que no se corresponde con la realidad (puede estar relacionado con la infradotación de provisiones).

Por último aparece el ratio C6 (Resultado acumulado / Capital Suscrito), que aparece con signo positivo, y es el que me está recogiendo resultados pasados negativos. Por lo general, el resultado acumulado es peor en las empresas que luego tendrán problemas.

En el **horizonte a cuatro años**, aparece al igual que en el de tres como más importante el ratio A1 e igualmente con coeficiente negativo, por lo que se reitera que el nivel de *apalancamiento* es inferior en las malas que en las buenas.

El segundo ratio en importancia es otro de los que ya aparecían en el horizonte a tres años, el ratio B7 también con coeficiente negativo, que como ya hemos comentado mide la inversa de *solventia dinámica*, de modo que cuanto mayor es más vulnerable financieramente es la empresa.

Después aparece el ratio D6 que también aparecía en el horizonte a tres años con coeficiente positivo, indicando *infradotación* en las empresas malas.

También como en el horizonte a tres años y con el mismo signo aparece el ratio D8, indicándonos quizás los problemas de *insuficiencia de las primas* en las malas.

En quinto lugar aparece el conocido ratio de liquidez A5 que aunque perdiendo posiciones sigue indicando escasez de *liquidez* en las empresas que acabarán por liquidarse.

El sexto ratio por orden de importancia en este horizonte es el D4 que aparecía también en el horizonte a un año, pero con coeficiente de distinto signo. Ahora su coeficiente es negativo, al venir recogido el efecto de la infradotación por el ratio D6, éste ratio me recoge el *menor volumen de negocio* que hace que las malas tengan éste ratio mayor “*ceteris paribus*”.

En séptimo lugar vuelve a aparecer el ratio C6 como en el horizonte a tres años y también con signo positivo. Es el ratio de resultado acumulado y lógicamente es inferior en las malas.

El ratio C7 (Beneficios antes de impuestos / Fondos propios) que aparece con signo negativo es similar al ratio C4 que aparecía en el horizonte a tres años y la interpretación que podemos dar es la misma: o bien escasez de fondos propios en las malas, o beneficios sesgados al alza.

En el **horizonte a cinco años** aparecen muchos de los ratios que ya hemos visto anteriormente con distintas aportaciones. El ratio más importante en este horizonte es el D8 que indica un mayor volumen de *primas periodificadas*, es decir pólizas cobradas a precios fijados un año y cuyo riesgo recae en el período siguiente en alguna medida. Si nos fijamos en la Tabla V.1, al tomar la muestra más reducida para el horizonte a cuatro años, pasaría a ser este el ratio más importante, lo que indica que este ratio gana peso en la muestra reducida en la cual las liquidaciones más antiguas quedan excluidas. Por tanto, podemos intuir que es un factor que ha ganado en importancia relativa con el tiempo.

El segundo ratio en importancia es el D6 que también aparecía en los horizontes a tres y cuatro años, pero aquí aparece con signo negativo, lo que significa que, “*ceteris paribus*”, las malas exhiben un ratio mayor. Ello puede deberse a que sus *fondos propios sean menores* que los de las buenas.

En tercer lugar estaría el ratio B7 que también aparecía en los horizontes a tres y cuatro años, aunque aquí aparece con signo positivo. Cuanto mayor es este ratio menos solvencia dinámica tiene la empresa. El hecho de que en este horizonte este ratio sea mayor en las buenas puede deberse a que el *volumen de negocio* de las malas es menor, y aunque los fondos propios también son menores, todavía no lo son tanto como para que el ratio se quede por encima, como si será el caso en horizontes más cercanos a la crisis según las buenas vayan teniendo relativamente más fondos propios.

El cuarto ratio A1 aparece al igual que en los horizontes a tres y cuatro años con signo negativo, es decir, las empresas malas tienen menor nivel de *apalancamiento*.

El quinto ratio B3, aparecía en el horizonte a dos años y como allí, viene acompañado de un coeficiente negativo, por tanto cuanto menor es el ratio más cerca estamos del grupo malo. Ello puede deberse a que las futuras empresas que entrarán en liquidación estuvieran asumiendo volúmenes de negocio y por tanto de *riesgo*, por encima de sus posibilidades.

El sexto es el conocido ratio de *liquidez* A5 con signo positivo.

El séptimo es el ratio B6 que aparecía en los horizontes a uno y dos años, que aquí aparece con signo positivo como en el horizonte a dos años, indicando *infradotación* de las provisiones para prestaciones en las malas.

Por último, el ratio C5 ("Cash-flow" / Pasivo Exigible) con signo negativo, de manera similar al C4 y al C7 nos daría la misma información.

Del análisis anterior pueden desprenderse, en resumen las siguientes **conclusiones**:

1) Las futuras empresas insolventes manifiestan problemas de liquidez desde mucho antes de la liquidación, los cuales se van agravando conforme se acerca el final.

2) Otro de los factores que aparece en todos los horizontes como diferenciador de las buenas y las malas es la dotación de las provisiones técnicas. Parece que las malas estarían infradotando estas provisiones. Quizá los problemas de liquidez lleven a estas empresas a no reconocer los compromisos pendientes adecuadamente con el fin de adelantar resultados y hacer frente a los problemas de liquidez inmediata. Es más importante en los horizontes cercanos a la crisis.

3) Un menor grado de actividad parece ser también uno de los hechos diferenciales de las empresas malas respecto a las buenas, a pesar de que dado el menor nivel de fondos propios con que parecen contar las primeras sigan asumiendo mayor riesgo del conveniente dados el nivel de fondos propios. Dado que el sector seguros se basa en la “ley de los grandes números”, una cartera demasiado pequeña implica una gran varianza y por tanto un gran riesgo.

4) La mala fijación de las primas también es uno de los aspectos que parecen señalar los datos como característico de las malas, que concentran un mayor volumen de riesgo con vencimiento en el ejercicio siguiente al de cobro de las primas, que probablemente estén calculadas con datos pasados, lo que puede provocar insuficiencia de la misma. Resulta obvio que de no corregirse este fenómeno puede llevar a resultados técnicos persistentemente negativos de difícil absorción por los resultados financieros, e incluso por los capitales libres a la larga. Este factor gana en importancia según nos alejamos del momento de la crisis, por lo que no sería aventurado suponer que es origen de alguno de los problemas que más tarde irán surgiendo en las malas en los horizontes más cortos.

5) El grado de apalancamiento aparece en los horizontes medios como un factor diferenciador de ambos grupos de empresas, siendo menor el grado de apalancamiento en las malas. Ello puede ser debido a que tengan más problemas o les resulte más caro acceder a financiación externa a la empresa por ser más pequeñas o estar peor calificadas por el mercado.

6) Como ya hemos comentado parece que las malas tienen un menor volumen de fondos propios y por tanto una menor solvencia dinámica.

7) Otros de los factores que aparecen en algún horizonte, son por ejemplo:

- . Menor activo fijo en las futuras insolventes, ya que esto supone que no cuentan con el colchón de las reservas latentes.

- . Peor gestión en las malas.

- . Peores resultados acumulados.

8) En cuanto al nivel de beneficios, solo aparece como importante en el horizonte a dos años, y en el resto de horizontes en que aparece lo hace de manera residual y con el signo contrario el esperado, lo que podría indicar un beneficio inflado por una incorrecta dotación de provisiones. Sin embargo, cuando entra el ratio de resultados acumulados, lo hace con el signo esperado.

9) Por último, observamos que los ratios que me dan señales en los horizontes a uno y dos años, son ratios que reflejan problemas en el corto plazo, obviamente cuando ya no se puede recurrir a recursos a medio y largo plazo los problemas se vuelven más acuciantes. En cambio las ratios de los años 3º, 4º y 5º anteriores a la crisis, incluyen partidas más de medio y largo plazo.

Cuando analizamos los resultados en función de los porcentajes de clasificación correcta, no estamos teniendo en cuenta la probabilidad con que hemos asignado una observación a uno u otro grupo, de manera que valoramos igual dos empresas bien clasificadas independientemente de que una tenga una alta probabilidad de pertenecer a ese grupo y la otra muy baja.

Para valorar hasta que punto existen empresas que pudieran calificarse de “dudosas” a efectos de la clasificación, por encontrarse sus probabilidades de pertenencia a un grupo cercanas al 50%, hemos realizado un análisis de las probabilidades a posteriori utilizadas en las clasificaciones.

Utilizando las probabilidades estimadas a posteriori, hemos elaborado la Tabla VI.6, que recoge el resultado de la clasificación lineal, pero separando en un tercer grupo a aquellas unidades cuya probabilidad a posteriori de pertenecer a algún grupo no supera el 0.55, y que por tanto podemos considerar unidades dudosas.

Las ratios de aciertos que nos quedan, podemos considerarlos más robustos puesto que hemos eliminado las unidades que fácilmente pueden pasar de ser asignadas de un grupo a otro.

Podemos observar, que los porcentajes de unidades dudosas son significativamente más reducidos en muestras pequeñas, como era de esperar al ser muestras que compuestas por empresas más cercanas en el tiempo y por tanto afectadas por problemáticas más similares. En cuanto al resto de muestras, en general los porcentajes no son demasiado elevados, aunque se observa un empeoramiento de los resultados para el horizonte de dos años para casi todas las muestras.

A modo de ejemplo en la Tabla XIII se presentan las probabilidades a posteriori estimadas de pertenencia a cada grupo (así como las puntuaciones discriminantes asociadas), para la muestra de 36 empresas para los diferentes desfases de los datos, utilizando el modelo lineal corregido de “outliers”. Puede observarse como el porcentaje de unidades “dudosas” se reduce una vez tratamos los “outliers”.



En el análisis hecho hasta aquí hemos asumido que tanto las **probabilidades a priori** de pertenencia a cada grupo como los **costes relativos** de clasificación incorrecta, eran iguales para ambos grupos.

Si mi muestra hubiese sido totalmente aleatoria, podría utilizar los tamaños muestrales como una estimación de las probabilidades a priori de pertenencia a un grupo, pero dado que los tamaños de las submuestras los hemos fijado, ésta opción no es correcta.

Si tomamos como una aproximación a las probabilidades a priori, una media de los últimos años de la proporción de empresas sanas y que han tenido que ser intervenidas por la C.L.E.A. que aparecen en la Tabla IX, tendríamos aproximadamente:

$$\pi_g^{\wedge} = 0.96$$

$$\pi_{g'}^{\wedge} = 0.04$$

Así, que los porcentajes globales de aciertos que aparecen en los cuadros, no son correctos, en el sentido de que han entrado con la misma ponderación en su cálculo los errores de tipo I y los de tipo II. Los errores globales correctos supondrían ponderar los primeros por 0.96 y los segundos por 0.04.

De esta manera, por ejemplo, en la Tabla VI.2 en la casilla primera pasaríamos de un valor global de 88.89 a 91.45 y en la siguiente de 86.54 a 84.92; en general como hemos ido buscando soluciones bastante equilibradas, los porcentajes no se alejaran drásticamente de los verdaderos.

Por otra parte, si hubiésemos optimizado utilizando estas probabilidades a priori, habríamos obtenido porcentajes de aciertos próximos al 100% para las empresas del grupo I y bastantes pequeños para las empresas del grupo II. En este caso lograríamos una mejora muy pequeña respecto a una regla "naive" que consistiese en asignar a todas las empresas al grupo I.

Pero como lo que nos interesa no es tanto minimizar los errores globales, como minimizar los costes globales que implican esos errores, he de tener en cuenta los costes relativos de cada tipo de error. Si

suponemos que las probabilidades a priori son las anteriores, en nuestro análisis estarían implícitos los siguientes costes relativos:

$$C(II/I)/C(I/II) = \hat{\pi}_g / \hat{\pi}_{g'} = 0.96 / 0.04 = 24$$

Es decir, estamos diciendo que el coste que le asignamos a un error de tipo II (clasificar una empresa mala como buena) es 24 veces superior al error de tipo I.

En este caso los porcentajes de aciertos globales que aparecen en las tablas, pueden interpretarse como una media ponderada de los porcentajes de aciertos en cada grupo por el valor que asignemos a cada tipo de acierto, éste valor estará relacionado de forma inversa con el coste que represente cada tipo de error. De forma que si los errores de tipo II son más costosos, los aciertos de tipo II serán más valiosos.

Los costes de clasificación errónea dependerán del objetivo que se persiga con el análisis. Por ejemplo, supongamos que somos la autoridad supervisora y que queremos utilizar el análisis discriminante para seleccionar las empresas que vamos a inspeccionar "in situ" y las que no, es decir, para asignar nuestros recursos.

Si el coste de una inspección "in situ" es  $C_x$ , este será el coste de clasificar a una empresa buena como mala, y dependerá de los salarios de los que han de realizar la tarea, costes de material etc.

El coste de seleccionar como buena una mala dependerá de los costes que para el Fondo de Garantía (si lo hubiera) suponga la quiebra de la empresa, valoración de la pérdida de confianza en el sistema que puede suponer, daños a terceros etc. Si llamamos a este coste  $C_y$ , la relación entre el coste de un error de tipo I y un error de tipo II vendrá dada por:

$$C(II/I)/C(I/II) = C_y/C_x$$

Estos costes habitualmente se supone que guardan una relación constante sea cual sea la empresa de que se trate. Sin embargo esto no tiene porqué ser así, ya que no es lo mismo la quiebra de una empresa grande que la de una pequeña. De la misma manera tampoco la

inspección "in situ" es igual de costosa en uno u otro caso. Es previsible que la ratio anterior aumente con el tamaño de la empresa, y deberíamos hallar la manera de introducir esto en el análisis.

Con la muestra que tenemos, extraemos unos porcentajes estimados de error para cada grupo, que dependerán de las características de las distribuciones (tanto de las distribuciones teóricas como del grado de aproximación a ellas que consigamos a través de la muestra) y del criterio de optimización que elijamos.

Dadas las características de las distribuciones, en función de nuestro criterio de optimización, elegimos el hiperplano de corte que nos va a dividir el espacio en dos regiones (seguimos con dos grupos), que nos van a determinar la adscripción de un elemento a uno u otro grupo.

Supongamos que mi criterio de optimización es "**minimizar el error global esperado**", y que valoro lo mismo equivocarme en uno u otro sentido, entonces el hiperplano de corte se elegirá sujeto a la siguiente condición:  $\text{Mín } \{\hat{\pi}_I P(II/I) + \hat{\pi}_{II} P(I/II)\}$ .

Donde, como siempre,  $\hat{\pi}_I$  y  $\hat{\pi}_{II}$  representan las probabilidades a priori de pertenencia a un grupo, que dependerá del tamaño de cada grupo, no en la muestra, sino en la población. Si la muestra fuera aleatoria, el tamaño relativo de cada grupo en la misma podría ser una estimación de esas probabilidades, de no ser así se deberán fijar de otra manera.

La anterior condición se concreta haciendo que la asignación a un grupo se realice en función de la probabilidad a posteriori estimada para cada elemento:

$$P(X_u) = \hat{\pi}_I P(X_u/I) + \hat{\pi}_{II} P(X_u/II)$$

De esta manera, se está ponderando más al grupo más numeroso, es decir, dadas las probabilidades condicionadas, asignaremos más elementos al grupo más numeroso.

Pero puede ocurrir que no valoremos lo mismo un error en una u otra dirección, entonces la ponderación dependerá tanto de las probabilidades a priori como del valor relativo de los errores. El objetivo en este caso será **“minimizar el coste global estimado de los errores”**, es decir, tendrá que satisfacerse la siguiente restricción:

$$\text{Mín } \{ \hat{\pi}_I * C_I * P(II/I) + \hat{\pi}_{II} * C_{II} * P(I/II) \}$$

De manera que si los efectos son contrarios, podemos llegar al mismo resultado que si tuviéramos ponderaciones iguales, dependiendo de la magnitud de ambos efectos.

En nuestro caso los efectos son contrarios, dado que en circunstancias normales el grupo más numeroso será el de las empresas que sobreviven, y también por lo general asignaremos un coste mayor a asignar una empresa mala al grupo de las buenas que asignar una empresa buena al grupo de las malas.

Vamos a poner una serie de ejemplos de cómo se puede jugar con estos elementos.

### **EJEMPLO I.**

Fijemos nuestra valoración subjetiva de cada tipo de error, de manera que consideramos que un error que suponga asignar como buena una mala valga 10 veces más que el error de asignar una buena al grupo de las malas.

Dada la evolución del porcentaje de empresas de seguros que han entrado en liquidación en los últimos años (tabla IX), podemos pensar en un rango realista dentro del cual deberían moverse nuestras probabilidades a priori, de manera que si en la peor coyuntura que se ha dado en los últimos años el porcentaje de empresas que entraron en liquidación sobre el total fue del 10%, asignar una probabilidad a priori a ese suceso del 50% sería descabellado. Dada la valoración relativa de

cada tipo de error, para cada par de probabilidades a priori (asociado a unas perspectivas más o menos optimistas del sector), irán asociadas unas ponderaciones que serán las que entren en los cálculos a la hora de la asignación de cada elemento. En el cuadro que viene a continuación hemos calculado la equivalencia dada la valoración de errores anterior (1 a 10), entre algunos pares de probabilidades a priori dentro del rango razonable y las ponderaciones resultantes. Después veremos el resultado de aplicar algunas de esas ponderaciones y su significado.

*Algunas probabilidades a priori y las ponderaciones a las que irían asociadas, teniendo en cuenta que  $(C_I / C_{II}) = (1/10)$ .*

| $(\hat{\pi}_I, \hat{\pi}_{II})$ | (P1, P2)    |
|---------------------------------|-------------|
| $(0,99-0,01)^O$                 | (0,91-0,09) |
| (0,98-0,02)                     | (0,83-0,17) |
| (0,95-0,05)                     | (0,65-0,35) |
| (0,92-0,08)                     | (0,53-0,47) |
| (0,91-0,09)                     | (0,50-0,50) |
| $(0,90-0,1)^P$                  | (0,47-0,53) |

Nota: La primera fila representaría la situación más optimista dentro de nuestro rango de valores aceptables, mientras que la última representaría la más pesimista.

Teniendo en cuenta lo anterior vamos a comparar los resultados tomando distintas ponderaciones, utilizando los resultados de la clasificación "leave-one-out" que están menos sesgados. Los resultados de utilizar unas ponderaciones de (0,9-0,1) aparecen en la Tabla X y suponen por término medio que para localizar con datos de un año antes de la liquidación al 58,17% de las empresas que van a quebrar tendría que haber revisado (dado que las habría asignado como malas) el 10% de las buenas. Si nuestra población era de 400 empresas, por ejemplo, esto supone que dadas las probabilidades a priori, tendré que inspeccionar:  $(10\% \cdot 99\% \cdot 400 + 58,17\% \cdot 1\% \cdot 400) \cong 40 + 2 = 42$  empresas, de las cuales solo dos van a quebrar. Si lo comparo con la solución "naive",

Capítulo V.- El análisis discriminante aplicado a la predicción del fracaso de las empresas de seguros no vida en el caso español

que supondría asignar todas las empresas al grupo más numeroso, tendría una ratio de aciertos del 100% en las buenas y 0% en las malas, de manera que inspeccionaría 0 empresas y quebrarían las cuatro malas (si las ponderaciones a priori resultaran correctas). El que nos interese más una u otra solución dependerá de lo costoso que sea el dejar que quiebre una empresa, frente a lo costoso que sea inspeccionar una empresa.

Vamos a ver ahora que resultados obtendríamos con un caso más pesimista, con unas probabilidades a priori de (0,91-0,09), asociadas a las ponderaciones (0,5-0,5). Los resultados aparecen en la Tabla X, y suponen que en término medio para capturar con datos de un año antes el 86,35% de las empresas que van a quebrar, que según nuestro supuesto a priori serán el 9%, es decir 36 empresas, tendría que inspeccionar el 16,5% de las buenas:  $16,5\% \cdot 91\% \cdot 400 = 60$  empresas. El resultado final sería que 31 de las 36 empresas que van a quebrar serían inspeccionadas y el total de empresas inspeccionadas serían 91 empresas (el 23% del total).

Evidentemente existe un "trade-off" entre el número de empresas totales que he de inspeccionar y el número de empresas malas que se me van a escapar. Con este análisis se trata de que dado el porcentaje de empresas malas que me gustaría capturar, el coste en términos de inspecciones totales necesarias para conseguirlo sea el mínimo.

## EJEMPLO 2.

Vamos a repetir el análisis pero ahora suponiendo que mi aversión a dejar de detectar una empresa mala es enorme:  $(C_I / C_{II}) = (1/1000)$ .

En este caso la tabla de equivalencias entre probabilidades a priori y ponderaciones serían la siguiente:

*Algunas probabilidades a priori y las ponderaciones a las que irían asociadas, teniendo en cuenta que  $(C_I / C_{II}) = (1/1000)$ .*

| $(\hat{\pi}_I, \hat{\pi}_{II})$ | (P1, P2)    |
|---------------------------------|-------------|
| $(0,99-0,01)^O$                 | (0,09-0,91) |
| (0,98-0,02)                     | (0,05-0,95) |
| (0,95-0,05)                     | (0,02-0,98) |
| (0,92-0,08)                     | (0,01-0,99) |
| (0,91-0,09)                     | (0,01-0,99) |
| $(0,90-0,1)^P$                  | (0,01-0,99) |

Nota: La primera fila representaría la situación más optimista dentro de nuestro rango de valores aceptables, mientras que la última representaría la más pesimista.

En este caso el resultado de situarnos en las probabilidades más optimistas (0,01-0,99) aparece en la Tabla X. Operando como antes, tenemos que por término medio para identificar correctamente un 90% de empresas malas un año antes, necesito examinar el 39% de las buenas también. En resumen, y suponiendo ciertas las probabilidades a priori asumidas tendría:

Empresas malas capturadas:  $90\% \cdot 1\% \cdot 400 \cong 4$ , es decir, aproximadamente todas las malas.

Total empresas inspeccionadas:  $(39\% \cdot 99\% \cdot 400 + 4) \cong 159$ , un 40% del total de empresas.

Si nos fijamos en el caso más pesimista, es decir, con probabilidades (0,91-0,09), cuyos resultados aparecen en la Tabla X,

Capítulo V.- El análisis discriminante aplicado a la predicción del fracaso de las empresas de seguros no vida en el caso español

obtenemos que por término medio para identificar correctamente el 97,3% de las empresas malas, necesito examinar el 79,3% de las buenas. Al igual que antes, si supongo que las probabilidades a priori son correctas tendría:

Empresas malas capturadas:  $97\% \cdot 9\% \cdot 400 \cong 35$ , es decir, aproximadamente todas las malas.

Total empresas inspeccionadas:  $(79\% \cdot 91\% \cdot 400 + 4) \cong 291$ , un 72,75% del total de empresas.

\*\*\*\*\*



Para comprobar si los resultados del análisis se verían muy afectados por un cambio en las ponderaciones, hemos elaborado la Tabla X, en la que aparecen a modo de ejemplo los resultados medios obtenidos de la clasificación externa, que a lo largo de las distintas muestras se obtienen para distintas ponderaciones en cada uno de los horizontes de predicción. Puede observarse como conforme vamos ponderando más los aciertos en el grupo de las malas, mayor es el porcentaje de aciertos en este grupo y menor en el otro. También puede observarse que conforme aumentamos la ponderación de los aciertos de tipo II la pérdida en términos de aciertos de tipo I es mayor (como cabría esperar de distribuciones supuestamente normales).

En el Gráfico 2 hemos representado este "trade-off" existente entre porcentaje de aciertos tipo I y porcentaje de aciertos tipo II. En este gráfico puede observarse en primer lugar, que para los puntos intermedios B, C, D, E y F, los resultados son bastante buenos con porcentajes que en ambos casos superan el 70%, y que incluso ponderaciones más extremas como las de los puntos A y G nos dan porcentajes de aciertos para el grupo menos ponderado superiores al 50%. Esto se observa además para todos los horizontes de predicción. Solo el caso de ponderaciones muy extremas reflejado en el punto H nos da unos resultados para el grupo menos ponderado realmente malos, aunque como veremos este tipo de ponderaciones tan extremas no reflejan situaciones muy comunes, por lo que es un punto que no entraría dentro de las selecciones realistas.

Si lo comparamos con las combinaciones de aciertos de Tipo I y Tipo II a que nos daría opción una elección al azar, representados por la diagonal principal, vemos que la ganancia de eficiencia representada por el área comprendida entre la curva y la diagonal es muy significativa.

Para intentar explicar mejor que implicaciones tiene cada una de las ponderaciones hemos realizado un ejercicio esperamos que esclarecedor. Para cada una de las ponderaciones hemos calculado:

1. - Por una parte los costes relativos implícitos que se derivarían de dos escenarios de probabilidades a priori razonables para cada una de las ponderaciones: el caso más optimista y el caso más pesimista, en función de los porcentajes de empresas que han entrado en liquidación en los últimos años.

2. - Por otra parte, hemos calculado el porcentaje total de empresas que hubiésemos calificado como malas (y por ejemplo hubiésemos inspeccionado si fuese nuestra competencia), asumiendo que las probabilidades a priori resultaran ser las correctas.

Estos cálculos aparecen reflejados en las Tablas XI.1 a XI.5, para cada horizonte.

Puede observarse que como apuntábamos antes el punto H, tanto si nos situamos en el horizonte más optimista como en el más pesimista, implica una valoración relativa de los aciertos de tipo II enorme. Será raro que nos movamos en estos rangos de valoración que equivalen a decir que los errores de tipo I nos son indiferentes, y por tanto que casi me daría lo mismo no esforzarme en discriminar y asignar todo al grupo cuyos errores quiero evitar a toda costa.

Para ilustrar gráficamente estos temas, hemos elaborado el Gráfico 3 donde se representan para los dos escenarios, el porcentaje necesario de empresas inspeccionadas para captar un determinado porcentaje de empresas malas. Vemos que evidentemente las curvas son crecientes y convexas, es decir, para obtener un mayor porcentaje de aciertos necesito inspeccionar un porcentaje creciente de la población. La curva que representa el escenario más pesimista, es decir, de mayor número esperado de quiebras, vemos que está siempre por debajo del escenario optimista, ya que para captar un mismo porcentaje de empresas malas necesito investigar un porcentaje mayor de la población, obviamente porque la participación del grupo de empresas malas en la misma es mayor. Si nos movemos a lo largo de las curvas hacia la derecha, nos movemos a través de un escenario hacia ponderaciones mayores de los aciertos de tipo II. Es decir, según valoro más el porcentaje de aciertos en las empresas malas mayor es el porcentaje total que debo inspeccionar, dado el escenario en el que voy a moverme.

Podemos observar de nuevo como la mayoría de los puntos nos dan ganancias considerables a la hora de inspeccionar la población respecto a la alternativa de inspeccionar al azar, representada por la diagonal principal. Podemos llegar a obtener porcentajes de aciertos en las empresas malas en torno al 90% investigando menos de la mitad de la población, en ambos escenarios.

Con ésta representación también puede observarse que la ganancia de eficiencia que obtenemos, representada por el área entre la curva y la diagonal principal, es bastante importante.

Si nuestra valoración es en términos absolutos, es decir, un acierto de tipo II vale "x" veces lo que un acierto de tipo I, independientemente del punto de la curva anterior en el que me encuentre, no tendré más que elegir ese punto como mi punto óptimo. Pero puede ocurrir que yo valore los aciertos de tipo II de forma decreciente, de manera que cuando llevo un 80% de aciertos, el acertar un 10% más y llegar al 90% no tiene la misma importancia que tenía pasar del 10% al 20%. Esto se puede justificar pensando que una vez conseguido un porcentaje de aciertos de tipo II el riesgo de pérdida de confianza en el sistema, o el riesgo de contagio son menores. En este caso quizá deberíamos estudiar en que punto la ganancia marginal es pequeña con relación a la pérdida marginal que supone en cuanto aciertos de tipo I.

En este sentido parece que puntos como el G y el H no serían muy recomendables.

En cuanto a los resultados a lo largo de los distintos horizontes, llama la atención los buenos resultados que en general se observan para todos los horizontes de predicción, lo cual indica la existencia de señales de alarma en las empresas desde momentos relativamente alejados en el tiempo de la liquidación. Estas señales son distintas a las que nos señalan la liquidación más inmediata.

Ahora nos podemos hacer dos preguntas:

- a) ¿ Cómo se puede utilizar esta información con fines predictivos?
- b) ¿ Son consistentes las señales que nos proporcionan los conjuntos de ratios para distintos horizontes de predicción?.

En una situación real tendré dos tipos de actuaciones posibles:

1) Evaluar sólo la posibilidad de liquidación para un horizonte concreto, por ejemplo, un año por delante. Para ello podría tomar las cuentas de este año ( $t$ ) y utilizar el conjunto de ratios asociado a la predicción a un año vista para ver que me indican esos resultados para el año ( $t+1$ ). Después se trataría de ir tomando las cuentas de un año antes ( $t-1$ ), calcular las ratios del conjunto asociado a la predicción a dos años vista y ver que me indican para el mismo año ( $t+1$ ). Y así hasta utilizar la información de cinco años previos de cuentas anuales.

Esta situación es similar a la que hemos planteado en nuestro experimento, nuestro análisis solo lo podríamos utilizar para evaluar que ocurrirá en ( $t+1$ ). En este caso esperaríamos que las predicciones acerca de la situación de la empresa para el año ( $t+1$ ) fueran las mismas en todos los casos, es decir, tanto si usamos información contenida en las cuentas de un año antes, como de dos años antes. Pero esto puede no ser así, porque obviamente existen errores de predicción, que puede que se den al predecir con datos para un determinado horizonte y no para otro. Esto nos lleva a pensar que podríamos obtener mejores resultados utilizando predicciones con balances de cinco años previos.

Hemos hecho un ejercicio para comprobar en que medida podríamos mejorar los resultados con una evaluación conjunta de la información de cinco años hacia atrás.

Para cada empresa de las que componen la muestra de 36, es decir, de las que contamos con cinco cuentas anuales completas, en las Tablas XII.1 y XII.2 hemos recogido las predicciones que para el año  $(t+1)$  se obtienen para cada horizonte, utilizando ponderaciones iguales para los dos tipos de errores.

Podemos observar que en el 72,22% de las malas y en el 66,66% de las buenas obtenemos una predicción correcta en los cinco casos.

El problema de cómo asignar una empresa para la que obtenemos predicciones diferentes según que datos utilicemos, puede resolverse de múltiples maneras en función del objetivo que queramos alcanzar:

a) Podríamos optar por asignar una empresa al grupo en el que tenga mayoría de resultados (al ser el número de datos impar, así quedaría resuelto el problema). Los resultados en nuestro caso si siguiéramos éste procedimiento serían: 83,33% de aciertos en el grupo de las malas y 88,88% en el de las buenas.

b) Si valorase mucho capturar todas las malas, podría asignar al grupo de las malas aquellas que en algún caso aparezcan señaladas como tales. En este caso para nuestro ejemplo podríamos obtener un 100% de aciertos en las malas, con un 66'67% de aciertos en las buenas.

2) Otra posible aplicación del análisis discriminante, más ambiciosa, podría consistir en tomar los datos de las cuentas anuales del año corriente para cada empresa que quiera evaluar y aplicar los distintos conjuntos de ratios para tener predicciones a distintos plazos, desde  $(t+1)$  a  $(t+5)$ . (Obviamente el primer caso es similar al del apartado anterior). En este caso lo lógico es que si el conjunto de ratios que me advierten de problemas a un año vista me indica que la empresa va a liquidarse, el resto de conjuntos representativos de plazos mayores me indiquen lo mismo. Sin embargo, si el primer conjunto de ratios me indica que no va a

liquidarse dentro de un año, no sería inconsistente que el conjunto de ratios que me evalúa la situación a dos años vista señalase problemas.

A la hora de aplicar éste análisis para predecir un determinado año lo que va a suceder en el futuro, he de tener en cuenta lo siguiente: en la población real voy a encontrarme con empresas que van a quebrar en un plazo de un año, otras de dos, de tres, de cuatro, de cinco, ó que no van a quebrar en un horizonte de cinco años.

Sin embargo, en mi experimento lo que he hecho es tomar dos grupos cada vez:

a) Empresas que no van a quebrar a un año vista y empresas que van a quebrar dentro de un año.

b) Empresas que no van a quebrar a dos años vista y empresas que van a quebrar dentro de dos años.

Etc.

En el primer caso por ejemplo, no distingo que pasa con las empresas después del año, pero los resultados que he obtenido en mi experimento son aplicables a este caso.

Sin embargo, si quiero saber si una empresa va a quebrar dentro de dos años no puedo aplicar los resultados de mi test de dos años hacia el futuro, porque mi experimento no está preparado para contestar a esa pregunta, ya que en la población voy a encontrar tres conjuntos disjuntos:

a) Empresas que van a quebrar dentro de dos años.

b) Empresas que no van a quebrar en un horizonte de dos años.

c) Empresas que van a quebrar en un año.

De estos tres conjuntos en mi test de dos años solo tengo representados los dos primeros. Por tanto, no sé en qué grupo me va a colocar a las empresas del apartado c, parece lógico suponer que la colocará con las empresas del apartado a, ya que es de esperar que se parezca más a estas que a las sanas, pero en realidad no he hecho ningún test para comprobarlo. Así que en función de las empresas que vayan a quebrar dentro de un año con las que me encuentre en mi población, así podrá diferir el resultado real del que he obtenido con mi test de dos años.

Así sucesivamente, llegamos al test de cinco años y me ocurre que en mi muestra sólo tengo representadas empresas que van a quebrar dentro de cinco años y empresas que van a sobrevivir a ese horizonte, no quedan representadas todas aquellas que pueden quebrar entre uno y cuatro años. Las conclusiones son las mismas que con el horizonte de dos años.

Por tanto, si lo que queremos es evaluar una quiebra en un horizonte de cinco años deberíamos proceder de otro modo. Podríamos plantear dos alternativas:

a) Tomar una muestra de empresas que no tienen problemas en un horizonte de cinco o más años, empresas con problemas entre tres y cinco años y empresas con problemas entre uno y dos años, y llevar a cabo un análisis discriminante con dos funciones discriminantes con objeto de que nos separase esos tres grupos.

El problema en este caso sería encontrar el conjunto de ratios que me sirviese adecuadamente para discriminar entre tres grupos de empresas cuyos horizontes hasta la quiebra son el corto, el medio y el largo plazo (entendiendo por largo plazo más de cinco años, y por medio entre tres y cinco).

b) Otra alternativa sería llevar a cabo un análisis en dos fases:

1ª) Construir una muestra con dos grupos de empresas, unas que hayan quebrado en un horizonte entre uno y cinco años y otras que hayan sobrevivido a ese horizonte y aplicar el análisis discriminante con dos grupos.

2ª) Construir otra muestra con dos grupos de empresas, unas que hayan quebrado en un horizonte entre uno y dos años y otra compuesta por empresas que hayan quebrado en un horizonte entre tres y cinco años.

Si una empresa se califica como mala con el primer test, se le pasaría el segundo para evaluar cuan apremiante es su situación financiera. El problema de este método es que no sabemos que va a pasar con los errores del primer test, es decir, no sé dónde van a ser

clasificadas las empresas buenas clasificadas como malas en el primer test.

Hemos hecho este ejercicio tomando una muestra de balances del año 89 compuesta por 42 empresas cuyo futuro fue:

- 1) 21 de ellas no fueron liquidadas en los cinco años siguientes.
- 2) 12 se liquidaron entre el 90 y el 91.
- 3) 9 se liquidaron entre el 92 y el 94.

Hemos aplicado el análisis discriminante primero para separar entre las empresas que fueron liquidadas en un horizonte de entre 1 y 5 años y aquellas que no lo fueron. Las ratios que dieron mejores resultados fueron: A5, A4, C5, C2, D5, C1, D8 y A8. Los resultados de clasificación utilizando la "cross-validation" fueron: 81 % de empresas buenas bien clasificadas y el 90% de empresas malas bien clasificadas.

Utilizando después la muestra de empresas que van a quebrar en un horizonte de cinco años hemos llevado a cabo el siguiente paso consistente en buscar las ratios que mejor discriminasen entre empresas cuya quiebra es inminente y aquellas cuya quiebra puede datarse en el medio plazo (entre tres y cinco años). Las ratios que parecen dar mejores resultados en este caso son: D2, C5, A7, B4, C4. Los resultados de clasificación externa obtenidos fueron: 89% de clasificación correcta de las empresas que liquidaron en el medio plazo y un 83'33% de empresas bien clasificadas del grupo de quiebras a corto plazo.

En resumen tendríamos un 81% de empresas con horizonte de quiebra a largo plazo bien clasificadas, un 90% de empresas con horizonte a corto y medio plazo bien clasificadas, aproximadamente un 80% de empresas con horizonte de quiebra a medio plazo bien clasificadas y un 75% de empresas con horizonte de quiebra en el corto plazo bien clasificadas.



## **VI.- LIMITACIONES Y CAUTELAS A LA HORA DE EXTRAPOLAR LOS RESULTADOS**

Aunque los resultados del análisis externo indican que el modelo puede considerarse válido, no debemos olvidar algunas de las limitaciones del mismo a la hora de utilizarlo con fines predictivos. La mayoría de estas limitaciones se han ido apuntando a lo largo de las secciones anteriores, pero no está de más que las recordemos de nuevo:

1. - La muestra es relativamente pequeña y no es totalmente aleatoria.

2. - Está compuesta para cada horizonte por ratios relativos a diferentes años, lo puede suponer que si no hay estacionariedad, es decir, si las ratios de las empresas no solo dependen de lo alejadas que estén estas de la crisis, sino también del momento del tiempo en el que nos situemos, podemos estar captando una mezcla de resultados difícilmente controlables a la hora de hacer inferencia.

3. - Se ha realizado el análisis al margen de factores que pueden ser importantes a la hora de predecir, como tamaño, negocio etc. Si la relación de estos factores con las ratios cambia, deberíamos tener cuidado y ver en que forma puede afectar esto a nuestro análisis. (Por ejemplo cambio de legislación que pueda provocar cambios drásticos en algún sector del negocio, situaciones que propicien aumento generalizado del tamaño de las empresas, o fusiones, o diversificación.....).

4. - Los análisis de selección de variables se han realizado suponiendo linealidad, esto puede haber condicionado la comparación del modelo lineal con el cuadrático.

5. - Tanto la selección de variables como la del modelo se ha realizado para unas ponderaciones iguales para ambos grupos, esto también puede haber condicionado nuestros resultados, de forma que con otras ponderaciones tal vez hubiésemos elegido otros conjuntos de variables y/u otro modelo.

## **APÉNDICE.- TABLAS Y GRÁFICOS**

**TABLA I. EMPRESAS UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS**

**A. EMPRESAS QUE HAN SIDO INTERVENIDAS POR LA CLEA.**

| NOMBRE                          | NÚMERO | CÓDIGO | AÑO BASE |
|---------------------------------|--------|--------|----------|
| Kairos                          | 1      | C-043  | 1994     |
| Igualatorio médico Palentino    | 2      | C-130  | 1994     |
| Asistencia Sanitaria 2000       | 3      | C-454  | 1994     |
| Sociedad Andaluza de Seguros    | 4      | C-507  | 1994     |
| Consecur                        | 5      | C-598  | 1993     |
| Unión Social de Seguros         | 6      | C-638  | 1992     |
| Mundi Seguros                   | 7      | C-663  | 1992     |
| Apolo                           | 8      | C-008  | 1991     |
| Unión Europea de Seguros        | 9      | C-568  | 1991     |
| Segurauto                       | 10     | C-573  | 1991     |
| Reunión Grupo 86                | 11     | C-440  | 1990     |
| Servicios Médicos               | 12     | C-450  | 1990     |
| Larra                           | 13     | C-561  | 1990     |
| Unasyr                          | 14     | C-567  | 1990     |
| Mades Fondo Asegurador          | 15     | C-664  | 1990     |
| Técnica Aseguradora             | 16     | C-352  | 1990     |
| Unión peninsular de Seguros     | 17     | C-555  | 1990     |
| Mas Fondo Asegurador            | 18     | C-581  | 1989     |
| Munauto                         | 19     | C-608  | 1989     |
| Unión Ibérica grupo 86          | 20     | C-523  | 1989     |
| Sociedad Occidental de Seguros  | 21     | C-615  | 1989     |
| España Vitalicia                | 22     | C-071  | 1989     |
| Instituto Médico Quirúrgico     | 23     | C-422  | 1988     |
| Madrid                          | 24     | C-111  | 1986     |
| Cia Mercantil de Seguros        | 25     | C-560  | 1986     |
| Médica Riojana                  | 26     | C-460  | 1986     |
| Igualatorio Vallisoletano       | 27     | C-328  | 1986     |
| Igualat. Ntra. Sra. del Rosario | 28     | C-321  | 1986     |
| Argüelles                       | 29     | C-289  | 1986     |
| Palace                          | 30     | C-250  | 1985     |
| Asociación Clínica Española     | 31     | C-283  | 1984     |
| Cosmos                          | 32     | C-564  | 1984     |
| Alianza Previsora               | 33     | C-220  | 1984     |
| Clínica Argüeso                 | 34     | C-224  | 1984     |
| Labor                           | 35     | C-330  | 1984     |
| La Gloria Eterna                | 36     | C-474  | 1984     |

**Notas:**

- 1.- Mundi Seguros empezó a operar en noviembre del 88.
- 2.- Mades Fondo Asegurador , antes mutua.
- 3.- Munauto , antes mutua.
- 4.- Sociedad Occidental de Seguros : solo operó dos años
- 5.- Ntra. Sra. del Lluç : dejó de operar y recomenzó su actividad en 88 por un año
- 6.- Asistencia Sanitaria 2000 antes Policlínica Santiago.

**TABLA I. EMPRESAS UTILIZADAS EN EL ANÁLISIS**

**B. EMPRESAS SANAS.**

| NOMBRE                         | NÚMERO | CÓDIGO | AÑO BASE |
|--------------------------------|--------|--------|----------|
| Metropolis                     | 101    | C-121  | 1994     |
| Igualatorio médico Leonés      | 102    | C-403  | 1994     |
| Alergia                        | 103    | C-286  | 1994     |
| Seguros Mercurio               | 104    | C-630  | 1994     |
| Unión del Duero                | 105    | C-599  | 1993     |
| Lagún -Aro                     | 106    | C-572  | 1992     |
| La Unión Alcoyana              | 107    | C-188  | 1992     |
| Athena                         | 108    | C-228  | 1991     |
| Lepanto                        | 109    | C-108  | 1991     |
| Federación Ibérica             | 110    | C-076  | 1991     |
| La patria Hispana              | 111    | C-139  | 1990     |
| Asociación médica conquense    | 112    | C-313  | 1990     |
| Aseguradora Universal          | 113    | C-012  | 1990     |
| Sur                            | 114    | C-186  | 1990     |
| Munat                          | 115    | C-665  | 1990     |
| Europa Seguros Diversos        | 116    | C-508  | 1990     |
| Hispano Alsaciana              | 117    | C-061  | 1990     |
| Nortehispania                  | 118    | C-275  | 1989     |
| Andalucía y Fenix agrícola     | 119    | C-004  | 1989     |
| Cia. Astra                     | 120    | C-468  | 1989     |
| La Alianza Española            | 121    | C-002  | 1989     |
| La Humanitaria                 | 122    | C-318  | 1989     |
| Boreal Médica                  | 123    | C-027  | 1988     |
| Adea                           | 124    | C-378  | 1986     |
| Mapfre Caución y Crédito       | 125    | C-571  | 1986     |
| Igualatorio MQ. Pilarista      | 126    | C-390  | 1986     |
| Asistencia Clínica Un. Navarra | 127    | C-325  | 1986     |
| Sanitaria MQ.                  | 128    | C-515  | 1986     |
| La Antártida                   | 129    | C-506  | 1986     |
| La Gloria                      | 130    | C-229  | 1985     |
| Federación Médica              | 131    | C-434  | 1984     |
| Le Mans S.E.                   | 132    | C-552  | 1984     |
| Clinos                         | 133    | C-226  | 1984     |
| Salus, Asistencia Sanitaria    | 134    | C-485  | 1984     |
| El paraíso universal           | 135    | C-238  | 1984     |
| Seguro Europeo                 | 136    | C-319  | 1984     |

**Notas:**

- 1.- Munat , antes mutua
- 2.- Hispano Alsaciana , absorbe Azur y cambia su denominación.
- 3.- Andalucía y Fenix agrícola, actual Hispasalud
- 4.- La Humanitaria , actual Al-Andalus
- 5.- Adea , transformación en Gan-España, C-686
- 6.- Igualatorio MQ. Pilarista , actual Pilarista
- 7.- Génesis : año 91 , primer balance completo
- 8.- Cenit sustituye a Génesis
- 9.- Athena sustituye a La Nueva Corporación
- 10.- Lepanto sustituye a Regal Insurance
- 11.- Federación Ibérica sustituye a AMIC

**TABLA II. RATIOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS**

**A.- RATIOS DE SITUACIÓN FINANCIERA**

|           | DEFINICIÓN   | CLAVES DE BALANCE   |
|-----------|--|---|
| <b>A1</b> | Capitales propios / Pasivo Total<br>( Ratio de autonomía financiera)   | P1/P43  |
| <b>A2</b> | Pasivo Exigible /Neto Patrimonial<br>(Endeudamiento)   | (P11+P24+P25+P26+P42)/P1  |
| <b>A3</b> | Activo Circulante/ Pasivo Circulante ( AC/PC)<br>(Ratio de liquidez )  | (A43+A48+A24+A62+A65)/<br>(P18+P26-P38-P39-P27+P42)               |
| <b>A4</b> | Disponible / Pasivo Circulante<br>(Ratio de liquidez)  | A65/PC  |
| <b>A5</b> | Fondo de Maniobra / Activo total<br>Fondo de Maniobra= Circulante Realizable +Circulante<br>Disponible - Exigible a corto plazo<br>(Ratio de liquidez) | FM/A66<br><br>CR=A62+A24<br>CD=A65<br>ECP=P18+P26-P38-P39-P27+P42 |
| <b>A6</b> | Activo Circulante / Activo Total<br>(Ratio de estabilidad)   | (A43+A48+A24+A62+A65)/A66   |
| <b>A7</b> | Activo Fijo / Recursos permanentes<br>(Ratio de estabilidad)   | AF/RP   |
| <b>A8</b> | ( Provisiones técnicas +Depósitos recibidos del reaseguro )/<br>Inversiones<br>(Ratio de equilibrio financiero)  | (P11+P25)/(A65+A17)   |
| <b>A9</b> | Pasivo Exigible / Disponible<br>(Ratio de liquidez)  | (P43-P1)/A65  |

**TABLA II. RATIOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS**

**B.- RATIOS DE EXPLOTACIÓN**

|           | DEFINICIÓN   | CLAVES DE BALANCE                 |
|-----------|--|-----------------------------------|
| <b>B1</b> | Primas y recargos/Neto Patrimonial<br>(Nivel de actividad)   | H49/P1                            |
| <b>B2</b> | Siniestralidad/Negocio Neto<br>Siniestralidad=Siniestros pagados+Variación en las provisiones<br>NN= Primas no vida<br>(Ratio de liquidez) | $(D41+D42-D43)/(H49-H46-H47+H48)$ |
| <b>B3</b> | Negocio Neto /Activo Total   | NN/A66                            |
| <b>B4</b> | Ingresos financieros / Total inversiones<br>(Ratio de rentabilidad)  | $H421/(A17+A65)$                  |
| <b>B5</b> | (Gastos técnicos + Comisiones y gastos de explotación)/NN<br>(Equilibrio técnico)  | $(D413+D426)/NN$                  |
| <b>B6</b> | Provisiones para prestaciones / Siniestralidad   | $P18/(D41+D42-D43)$               |
| <b>B7</b> | Primas y recargos netos de anulaciones / Fondos propios<br>(Ratio de solvencia)  | H41/P1                            |
| <b>B8</b> | (Capitales propios + Provisiones técnicas)/Primas y recargos<br>(Ratio de solvencia)   | $(P1+P11) / H41$                  |

**TABLA II. RATIOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS**

**C.- RATIOS DE BENEFICIO Y CASH-FLOW**

|           | DEFINICIÓN   | CLAVES DE BALANCE   |
|-----------|--|---|
| <b>C1</b> | Beneficio antes de impuestos / Pasivo exigible   | Bai/PE<br>Bai = D439-D438-H424<br>PE= P11+P24+P25+P26+P42                               |
| <b>C2</b> | Beneficio antes de impuestos / Negocio neto  |   |
| <b>C3</b> | Cash-flow/negocio neto<br>Cash-flow= Variación de provisiones +Dotación amortizaciones + Impuesto sobre sociedades+ Beneficio después de impuestos | CF/NN<br>CF=(D42-D43+D44-D45)+<br>(D421+D422+D431)+D438+<br>D439+(H43-H42+H45-H44)-H424 |
| <b>C4</b> | Cash-flow/ Fondos propios  | CF/P1   |
| <b>C5</b> | Cash-flow/Pasivo exigible  | CF/PE   |
| <b>C6</b> | Resultado acumulado /(capital suscrito-resultado acumulado)<br>Resultado acumulado= Resultado ejercicios anteriores+resultado del ejercicio        | (D439-H424+P9)/(P1-D439-H424+P9)  |
| <b>C7</b> | Beneficio antes de impuestos / Fondos propios  | Bai/P1  |

**TABLA II. RATIOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS**

**D.- RATIOS DE PROVISIONES**

|           | DEFINICIÓN  | CLAVES DE BALANCE   |
|-----------|---|---|
| <b>D1</b> | Provisiones para prestaciones / Primas y recargos   | P18/H49   |
| <b>D2</b> | Variación provisión riesgos en curso y pp. /(primas no vida - variación provisión riesgos en curso....) | (H42+H44-H43-H45)/<br>(H49+H48-H46-H47)-<br>(H42+H44-H43-H45) |
| <b>D3</b> | Provisiones técnicas / Disponible   | P11/A65   |
| <b>D4</b> | Provisiones técnicas / Total primas   | P11/H49   |
| <b>D5</b> | Provisiones técnicas del reaseguro cedido / Provisiones Técnicas  | A43/P11   |
| <b>D6</b> | Provisiones técnicas / Fondos propios   | P11/P1  |
| <b>D7</b> | Provisiones técnicas del reaseguro cedido / Capitales propios   | A43/P1  |
| <b>D8</b> | Provisiones técnicas al cierre para riesgos en curso y pp./ Primas y recargos                           | (H43+H45)/H41   |



# BALANCE DE SITUACIÓN

|   |            |   |            |
|---|------------|---|------------|
| °   |            |   |            |
| <b>I.- ACCIONISTAS por desembolsos no exigidos</b>  | <b>A1</b>  | <b>I.- CAPITALES PROPIOS</b>  | <b>P1</b>  |
| <b>II.- INMOVILIZADO</b>  | <b>A2</b>  | 1.- Capital suscrito. Fondo Mutual o Fondo Permanente   | P2         |
| 1.- Gastos de establecimiento y otros amortizables  | A3         | 2.- Primas de emisión   | P3         |
| 2.- Inmaterial  | A7         | 3.- Diferencias por actualizaciones del activo  | P4         |
| 3.- Material  | A12        | 4.- Reservas  | P5         |
| <b>III.- INVERSIONES</b>  | <b>A17</b> | 5.- Resultados de ejercicios anteriores pendientes de aplicación  | P9         |
| 1.- Materiales  | A18        | 6.- Resultado del ejercicio después del impuesto  | P10        |
| 2.- Financieras   | A24        | 7.- Minusvalías en valores negociables de renta fija  | P10A       |
| 3.- Inversiones en empresas del grupo, asociadas y participadas y acciones propias        | A34        | <b>II.- PROVISIONES TÉCNICAS</b>  | <b>P11</b> |
| <b>IV.- PROVISIONES TÉCNICAS DEL REASEGURO CEDIDO Y RETROCEDIDO</b>                       | <b>A43</b> | 1.- Provisiones técnicas para riesgos en curso  | P12        |
| 1.- Provisiones técnicas para riesgos en curso  | A44        | 2.- Provisiones materiales (Vida)   | P15        |
| 2.- Provisiones matemáticas (Vida)  | A45        | 3.- Provisiones técnicas para prestaciones  | P18        |
| 3.- Provisiones técnicas para prestaciones  | A46        | 4.- Otras provisiones técnicas  | P21        |
| 4.- Otras provisiones técnicas  | A47        | <b>III.- PROVISIONES PARA RESPONSABILIDADES Y GASTOS</b>  | <b>P24</b> |
| <b>V.- CRÉDITOS</b>   | <b>A48</b> | <b>IV.- DEPÓSITOS RECIBIDOS POR REASEGURO CEDIDO Y RETROCEDIDO</b>  | <b>P25</b> |
| 1.- Entidades y Pools de Seguros y Reaseguros   | A49        | <b>V.- DEUDAS</b>   | <b>P26</b> |
| 2.- Créditos contra agentes   | A53        | 1.- Empréstitos   | P27        |
| 3.- Provisiones (a deducir)   | A54        | 2.- Deudas y establecimientos de crédito  | P30        |
| 4.- Créditos contra asegurados  | A55        | 3.- Entidades y Pools de Seguros y Reaseguros   | P31        |
| 5.- Créditos fiscales, sociales y otros   | A58        | 4.- Deudas con agentes  | P35        |
| 6.- Accionistas por los desembolsos exigidos  | A59        | 5.- Deudas con asegurados   | P36        |
| 7.- Dividendos activos a cuenta   | A60        | 6.- Deudas condicionadas  | P37        |
| 8.- Provisiones a deducir   | A61        | 7.- Deudas a empresas del grupo   | P38        |
| <b>VI.- CUENTA DE AJUSTE POR PERIODIFICACION</b>  | <b>A62</b> | 8.- Deudas a empresas asociadas y participadas  | P39        |
| 1.- Gastos anticipados e intereses pagados por anticipado                                 | A63        | 9.- Operaciones preparatorias y complementarias de seguros de vida, no acogidas a la Ley 8/1987 de 8 de junio | P40        |
| 2.- Otras cuentas de periodificación  | A64        | 10.- Cuentas fiscales, sociales y otras   | P41        |
| <b>VII.- EFECTIVO EN BANCOS Y OTROS ESTABLECIMIENTOS DE CRÉDITO, EN CAJA Y EN CHEQUES</b> | <b>A65</b> | <b>VI.- CUENTAS DE AJUSTE POR PERIODIFICACIÓN</b>   | <b>P42</b> |
| <b>TOTAL ACTIVOS I + II + III + IV + V + VI + VII ...</b>                                 | <b>A66</b> | <b>TOTAL ACTIVO I + II + III + IV + V + VI ...</b>  | <b>P43</b> |

**CUENTA DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS**

|  | SEGURO<br>DIRECTO | REASEGURO<br>CEDIDO MÁS<br>RETROCEDIDO | NEGOCIO<br>NETO |   | SEGURO<br>DIRECTO | REASEGURO<br>CEDIDO MÁS<br>RETROCEDIDO | NEGOCIO<br>NETO |
|--|-------------------|--|-----------------|---|-------------------|--|-----------------|
| <b>I.- GASTOS TÉCNICOS</b>   |                   |  |                 | <b>I.- PRIMAS Y RECARGOS</b>  |                   |  |                 |
| 1.- Gastos técnicos no vida:   |                   |  |                 | 1.- Primas adquiridas no vida   |                   |  |                 |
| 1.1.- Prestaciones y gastos pagados, no vida                                 | D11               | D31                                    | D41             | 1.1.- Primas y recargos netos de anulaciones, no vida                       | H11               | H31                                    | H41             |
| 1.2.- Provisiones técnicas para prestaciones, no vida:                       |                   |  |                 | 1.2.- Provisiones técnicas para riesgos en curso, no vida:                  |                   |  |                 |
| + Al cierre del ejercicio  | D12               | D32                                    | D42             | + Al comienzo del ejercicio   | H12               | H32                                    | H42             |
| - Al comienzo del ejercicio  | D13               | D33                                    | D43             | - Al cierre del ejercicio   | H13               | H33                                    | H43             |
|  |                   |  |                 |   |                   |  |                 |
| 1.3.- Otras provisiones técnicas, no vida                                    |                   |  |                 | 1.3.- Provisiones para primas pendientes, no vida                           |                   |  |                 |
| + al cierre del ejercicio  | D14               | D34                                    | D44             | + al comienzo del ejercicio   | H14               |  | H44             |
| - al comienzo del ejercicio  | D15               | D35                                    | D45             | - al cierre del ejercicio   | H15               |  | H45             |
| 2.- Gastos técnicos vida:  |                   |  |                 | 2.- Primas adquiridas, vida:  |                   |  |                 |
| 2.1.- Prestaciones y gastos pagados, vida                                    | D16               | D36                                    | D46             | 2.1.- Primas y recargos netos de anulaciones, vida                          | H16               | H36                                    | H46             |
| 2.2.- Provisiones técnicas para prestaciones vida:                           |                   |  |                 | 2.2.- Provisiones para primas pendientes, vida:                             |                   |  |                 |
| + Al cierre del ejercicio  | D17               | D37                                    | D47             | + Al comienzo del ejercicio   | H17               |  | H47             |
| - Al comienzo del ejercicio  | D18               | D38                                    | D48             | - al cierre del ejercicio   | H18               |  | H48             |
| 2.3.- Provisiones matemáticas, vida  |                   |  |                 |   |                   |  |                 |
| + al cierre del ejercicio  | D19               | D39                                    | D49             | TOTAL PRIMAS ADQUIRIDAS VIDA Y NO VIDA                                      | H19               | H39                                    | H49             |
| - al comienzo del ejercicio  | D110              | D310                                   | D410            |   |                   |  |                 |
| 2.4.- Otras provisiones técnicas, vida:                                      |                   |  |                 |   |                   |  |                 |
| + Al cierre del ejercicio  | D111              | D311                                   | D411            | <b>II.- OTROS INGRESOS DE EXPLOTACIÓN</b>                                   |                   |  |                 |
| - Al comienzo del ejercicio  | D112              | D312                                   | D412            | 1.-Ingresos accesorios a la explotación                                     |                   |  | H410            |
|  |                   |  |                 | 2.-Provisiones aplicadas a su finalidad                                     |                   |  | H411            |
| <b>TOTAL GASTOS TÉCNICOS VIDA Y NO VIDA</b>                                  | <b>D113</b>       | <b>D313</b>                            | <b>D413</b>     | <b>TOTAL OTROS INGRESOS DE EXPLOTACIÓN</b>                                  |                   |  | <b>H412</b>     |
|  |                   |  |                 |   |                   |  |                 |
| <b>II.- COMISIONES Y OTROS GASTOS DE EXPLOTACIÓN</b>                         |                   |  |                 |   |                   |  |                 |
| 1.- Comisiones y participaciones:  |                   |  |                 | <b>III.- INGRESOS FINANCIEROS</b>   |                   |  |                 |
| 1.1.- Comisiones no vida del ejercicio                                       | D114              |  | D414            | 1.-Ingresos de inversiones materiales                                       |                   |  | H413            |
| 1.2.- Comisiones vida del ejercicio  |                   |  |                 | 2.- Ingresos de inversiones financieras                                     |                   |  | H414            |
| + Comisiones y participaciones de las primas devengadas del año              | D115              |  | D415            | 3.- Ingresos de inversiones en empresas del grupo, asociadas y participadas |                   |  | H415            |
| - Comisiones del año llevadas al activo                                      | D116              |  | D416            | 4.- Ingresos financieros varios   |                   |  | H416            |
| + Amortización en el año de las comisiones de adquisición llevadas al activo | D117              |  | D417            | 5.-Provisiones aplicadas a su finalidad                                     |                   |  | H417            |
| 1-3.- Gastos de agencia  | D118              |  | D418            | 6.-Beneficios por diferencias de cambio en divisas                          |                   |  | H418            |
| 2.- Otros gastos de explotación  |                   |  |                 | 7.-Beneficios en realización de inversiones materiales                      |                   |  | H419            |
| 2.1. Sueldos y salarios  |                   |  | D419            | 8.-Beneficios en realización de inversiones financieras                     |                   |  | H420            |
| 2.2.-Cargas sociales   |                   |  | D420            | <b>TOTAL INGRESOS FINANCIEROS</b>   |                   |  | <b>H421</b>     |
| 2.3.- Dotaciones del ejercicio para amortizaciones                           |                   |  | D421            |   |                   |  |                 |
| 2.4.- Dotaciones a las provisiones   |                   |  | D422            |   |                   |  |                 |
| 2.5.- Gastos de explotación varios   |                   |  | D423            | <b>IV.- BENEFICIOS EXCEPCIONALES</b>  |                   |  | <b>H422</b>     |

**CUENTA DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS**

|   | SEGURO<br>DIRECTO | REASEGURO<br>CEDIDO MÁS<br>RETROCEDIDO | NEGOCIO<br>NETO |                            | SEGURO<br>DIRECTO | REASEGURO<br>CEDIDO MÁS<br>RETROCEDIDO | NEGOCIO<br>NETO |
|---|-------------------|--|-----------------|----------------------------|-------------------|--|-----------------|
| 3.- Comisiones y participaciones del reaseguro                                  |                   |  |                 | TOTAL I + II + III + IV    |                   |  | H423            |
| No vida   |                   |  | D424            |                            |                   |  |                 |
| Vida  |                   |  | D425            |                            |                   |  |                 |
|   |                   |  |                 | V.- PÉRDIDAS EXCEPCIONALES |                   |  | H424            |
| TOTAL COMISIONES Y OTROS GASTOS DE EXPLOTACION                                  |                   |  | D426            |                            |                   |  |                 |
| III.- GASTOS FINANCIEROS  |                   |  |                 |                            |                   |  |                 |
| 1.- Gastos de inversiones materiales (incluidas amortizaciones)                 |                   |  | D427            |                            |                   |  |                 |
| 2.- Gastos inversiones financieras  |                   |  | D428            |                            |                   |  |                 |
| 3.- Gastos inversiones en empresas del grupo, asociadas y participadas          |                   |  | D429            |                            |                   |  |                 |
| 4.- Gastos financieros varios   |                   |  | D430            |                            |                   |  |                 |
| 5.- Dotación del ejercicio para provisiones                                     |                   |  | D431            |                            |                   |  |                 |
| 6.- Pérdidas por diferencias de cambio de divisas                               |                   |  | D432            |                            |                   |  |                 |
| 7.- Pérdidas en realización de inversiones materiales                           |                   |  | D433            |                            |                   |  |                 |
| 8.- Pérdidas en realización de inversiones financieras                          |                   |  | D434            |                            |                   |  |                 |
|   |                   |  |                 |                            |                   |  |                 |
| TOTAL GASTOS FINANCIEROS  |                   |  | D435            |                            |                   |  |                 |
| IV.- PÉRDIDAS EXCEPCIONALES   |                   |  | D436            |                            |                   |  |                 |
|   |                   |  |                 |                            |                   |  |                 |
| TOTAL I + II + III = IV   |                   |  | D437            |                            |                   |  |                 |
| V.- IMPUESTO SOBRE SOCIEDADES   |                   |  | D438            |                            |                   |  |                 |
|   |                   |  |                 |                            |                   |  |                 |
| VI. BENEFICIO DEL EJERCICIO DESPUÉS DEL IMPUESTO<br>(Saldo que pasa al balance) |                   |  | D439            |                            |                   |  |                 |
|   |                   |  |                 |                            |                   |  |                 |
| <b>TOTAL GENERAL</b>  |                   |  | <b>D440</b>     | <b>TOTAL GENERAL</b>       |                   |  | <b>H425</b>     |

**TABLA III. COMPOSICIÓN DE CADA MUESTRA POR AÑOS BASE (%)**

|             | M1(72)  | M2(52)  | M3(48)  | M4(36)  |
|-------------|---------|---------|---------|---------|
| <b>Años</b> |         |         |         |         |
| 1993        | 13.89%  | 19.23%  | 20.83%  | 27.78%  |
| 1992        | 5.56%   | 3.85%   | 4.17%   | 0.00%   |
| 1991        | 8.33%   | 11.54%  | 12.50%  | 16.67%  |
| 1990        | 19.44%  | 26.92%  | 25.00%  | 33.33%  |
| 1989        | 13.89%  | 15.38%  | 12.50%  | 16.67%  |
| 1988        | 2.78%   | 3.85%   | 4.17%   | 5.56%   |
| 1987        | 0.00%   | 0.00%   | 0.00%   | 0.00%   |
| 1986        | 16.67%  | 19.23%  | 20.83%  | 0.00%   |
| 1985        | 0.00%   | 0.00%   | 0.00%   | 0.00%   |
| 1984        | 19.44%  | 0.00%   | 0.00%   | 0.00%   |
|             | 100.00% | 100.00% | 100.00% | 100.00% |

M1: Formada por aquellas empresas de las que tenemos por lo menos dos balances hacia atrás.

M2: Formada por aquellas empresas de las que tenemos por lo menos tres balances hacia atrás.

M3: Formada por aquellas empresas de las que tenemos por lo menos cuatro balances hacia atrás.

M4: Formada por aquellas empresas de las que tenemos por lo menos cinco balances hacia atrás.

**TABLA IV. A.- MEDIAS PARA LOS  
DISTINTOS HORIZONTES.**

|    | <b>Buenas</b> |          |           |           |           |
|----|---------------|----------|-----------|-----------|-----------|
|    | h=1 año       | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
| A1 | 0.48          | 0.47     | 0.39      | 0.34      | 0.32      |
| A2 | 2.74          | -13.34   | 3.04      | 2.75      | 1.42      |
| A3 | 3.48          | 4.27     | 2.75      | 2.99      | 2.73      |
| A4 | 1.44          | 2.2      | 1.01      | 1.16      | 0.81      |
| A5 | 0.18          | 0.2      | 0.15      | 0.14      | 0.15      |
| A6 | 0.72          | 0.77     | 0.75      | 0.74      | 0.72      |
| A7 | 0.4           | 0.35     | 0.38      | 0.39      | -0.2      |
| A8 | 0.83          | 0.78     | 0.89      | 0.82      | 0.29      |
| A9 | 8.18          | 12.55    | 5.77      | 7.97      | 5.97      |
| B1 | 1.94          | -4.25    | 2.21      | 2.16      | 3.07      |
| B2 | 0.63          | 0.64     | 0.62      | 0.62      | 0.58      |
| B3 | 0.78          | 0.97     | 0.76      | 0.78      | 0.78      |
| B4 | 0.1           | 0.08     | 0.09      | 0.1       | 0.1       |
| B5 | 1.22          | 1.29     | 1.13      | 1.09      | 1.27      |
| B6 | 1.16          | 1.19     | 1.19      | 1.13      | 1.08      |
| B7 | 2.04          | -4.34    | 2.25      | 2.25      | 3.18      |
| B8 | 2.58          | 2.43     | 2.41      | 2.41      | 1.19      |
| C1 | 0.02          | 0.05     | 0.03      | 0.04      | 0.06      |
| C2 | -0.03         | -0.01    | -0.01     | 0.01      | 0.02      |
| C3 | 0.13          | 0.21     | 0.25      | 0.29      | 0.26      |
| C4 | 0.28          | 1.08     | 0.36      | 0.39      | 0.55      |
| C5 | 0.23          | 0.29     | 0.27      | 0.27      | 0.57      |
| C6 | 0.03          | 0.05     | 0.01      | 0.02      | 0.02      |
| C7 | -0.07         | -0.07    | -0.06     | -0.03     | -0.07     |
| D1 | 0.71          | 0.69     | 0.66      | 0.61      | 0.55      |
| D2 | -0.03         | -0.02    | -0.04     | -0.07     | -0.04     |
| D3 | 5.53          | 9.07     | 4.09      | 4.98      | 0.03      |
| D4 | 1.27          | 1.2      | 1.24      | 1.19      | 0         |
| D5 | 0.17          | 0.17     | 0.15      | 0.18      | 0.18      |
| D6 | 2.09          | -9.66    | 2.25      | 2.02      | 0.07      |
| D7 | 0.68          | -4.35    | 0.65      | 0.51      | 0.46      |
| D8 | 0.25          | 0.26     | 0.28      | 0.27      | 0.26      |

**Malas**

|    | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
|----|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 0.31    | 0.41     | 0.37      | 0.42      | 0.41      |
| A2 | 20.76   | 6.6      | 3.12      | 2.71      | 1.13      |
| A3 | 3.1     | 3.35     | 1.97      | 2.21      | 2.51      |
| A4 | 1.64    | 2.06     | 0.74      | 0.74      | 0.79      |
| A5 | -0.18   | -0.07    | -0.1      | -0.08     | -0.05     |
| A6 | 0.61    | 0.62     | 0.62      | 0.62      | 0.6       |
| A7 | 0.78    | 0.71     | 0.72      | 0.65      | 2         |
| A8 | 1.16    | 0.87     | 0.92      | 0.82      | 0.38      |
| A9 | 8.11    | 18.39    | 27.38     | 17.86     | 9.43      |
| B1 | 15.09   | 4.38     | 2.27      | 2.02      | 1.91      |
| B2 | 0.63    | 0.69     | 0.72      | 0.66      | 0.61      |
| B3 | 0.89    | 1.01     | 0.63      | 0.64      | 0.76      |
| B4 | 0.09    | 0.07     | 0.12      | 0.18      | 0.07      |
| B5 | 1.45    | 1.23     | 1.26      | 1.25      | 2.54      |
| B6 | 1.12    | 0.77     | 1.22      | 1.02      | 0.75      |
| B7 | 17.3    | 4.77     | 2.57      | 2.21      | 2.09      |
| B8 | 2.52    | 2.06     | 2.35      | 2.31      | 1.73      |
| C1 | -0.06   | -0.12    | -0.03     | 0.03      | 0.13      |
| C2 | -0.32   | -0.14    | -0.08     | -0.11     | -1.22     |
| C3 | -0.19   | 0.11     | 0.22      | 0.25      | -0.58     |
| C4 | 2.88    | -0.64    | 0.64      | 0.51      | 0.42      |
| C5 | 0.09    | 0.09     | 0.2       | 0.19      | 0.79      |
| C6 | -0.39   | -0.08    | -0.18     | -0.08     | -0.15     |
| C7 | -4.62   | -4.62    | -0.16     | -0.01     | -0.08     |
| D1 | 0.55    | 0.55     | 0.65      | 0.65      | 0.46      |
| D2 | -0.02   | -0.06    | -0.06     | -0.1      | -0.14     |
| D3 | 6.02    | 6.01     | 8.53      | 9.08      | 0.24      |
| D4 | 0.91    | 0.92     | 1.1       | 1.25      | 0.02      |
| D5 | 0.12    | 0.11     | 0.11      | 0.19      | 0.18      |
| D6 | 17.75   | 4.88     | 2.3       | 1.8       | 0.11      |
| D7 | 0.59    | 1.35     | 0.37      | 0.48      | 0.1       |
| D8 | 0.27    | 0.28     | 0.33      | 0.3       | 0.33      |

**TABLA IV.B.- DESVIACIONES TÍPICAS PARA LOS  
DISTINTOS HORIZONTES.**

| <b>Buenas</b> |         |          |           |           |           |
|---------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
|               | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
| A1            | 0.31    | 0.31     | 0.28      | 0.3       | 0.29      |
| A2            | 3.27    | 94.09    | 2.6       | 2.39      | 2.16      |
| A3            | 2.94    | 6.26     | 2.06      | 2.44      | 1.92      |
| A4            | 2.26    | 4.79     | 1.29      | 1.58      | 0.8       |
| A5            | 0.37    | 0.35     | 0.31      | 0.31      | 0.29      |
| A6            | 0.27    | 0.23     | 0.22      | 0.21      | 0.22      |
| A7            | 0.35    | 0.3      | 0.31      | 0.3       | 2.53      |
| A8            | 0.96    | 0.69     | 0.68      | 0.64      | 0.44      |
| A9            | 12.79   | 53.46    | 8.1       | 14.69     | 7.02      |
| B1            | 1.75    | 37.72    | 2.14      | 2.17      | 4.98      |
| B2            | 0.21    | 0.25     | 0.22      | 0.22      | 0.17      |
| B3            | 0.99    | 1.21     | 0.95      | 0.9       | 0.89      |
| B4            | 0.12    | 0.05     | 0.06      | 0.09      | 0.1       |
| B5            | 0.5     | 0.73     | 0.2       | 0.17      | 0.79      |
| B6            | 1.38    | 1.58     | 1.07      | 1.12      | 0.99      |
| B7            | 2       | 38.43    | 2.18      | 2.22      | 5.28      |
| B8            | 3.25    | 3.07     | 3.36      | 3.75      | 1.83      |
| C1            | 0.18    | 0.16     | 0.19      | 0.14      | 0.23      |
| C2            | 0.15    | 0.1      | 0.18      | 0.14      | 0.15      |
| C3            | 0.16    | 0.24     | 0.28      | 0.43      | 0.41      |
| C4            | 0.58    | 4.43     | 0.4       | 0.43      | 1.1       |
| C5            | 0.44    | 0.43     | 0.41      | 0.3       | 0.64      |
| C6            | 0.47    | 0.44     | 0.2       | 0.19      | 0.23      |
| C7            | 0.23    | 0.23     | 0.45      | 0.21      | 0.44      |
| D1            | 0.81    | 0.75     | 0.58      | 0.56      | 0.46      |
| D2            | 0.08    | 0.12     | 0.09      | 0.09      | 0.1       |
| D3            | 9.1     | 38.82    | 6.09      | 8.44      | 0.11      |
| D4            | 1.43    | 1.26     | 1.12      | 1.16      | 0.01      |
| D5            | 0.21    | 0.22     | 0.2       | 0.21      | 0.22      |
| D6            | 2.54    | 68.28    | 1.98      | 2.06      | 0.31      |
| D7            | 1.41    | 29.25    | 0.97      | 0.69      | 0.64      |
| D8            | 0.22    | 0.22     | 0.2       | 0.19      | 0.18      |

**Malas**

|    | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
|----|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 0.45    | 0.29     | 0.3       | 0.27      | 0.3       |
| A2 | 117.72  | 27.81    | 3.58      | 2.63      | 2.76      |
| A3 | 6.59    | 7.57     | 1.5       | 1.67      | 2.16      |
| A4 | 5.43    | 6.87     | 1.12      | 1.12      | 1.35      |
| A5 | 0.41    | 0.38     | 0.35      | 0.33      | 0.38      |
| A6 | 0.24    | 0.23     | 0.23      | 0.26      | 0.2       |
| A7 | 0.71    | 0.49     | 0.52      | 0.48      | 3.89      |
| A8 | 1.34    | 0.73     | 0.69      | 0.62      | 0.34      |
| A9 | 21.06   | 52.13    | 65.86     | 28.63     | 10.03     |
| B1 | 80.75   | 9.11     | 2         | 1.65      | 2.68      |
| B2 | 0.21    | 0.23     | 0.27      | 0.36      | 0.22      |
| B3 | 0.83    | 1.08     | 0.53      | 0.51      | 0.8       |
| B4 | 0.13    | 0.07     | 0.11      | 0.31      | 0.07      |
| B5 | 1.43    | 0.31     | 0.27      | 0.56      | 5.85      |
| B6 | 2.31    | 1.3      | 2.37      | 1.75      | 0.57      |
| B7 | 93.74   | 9.21     | 2.38      | 1.87      | 2.89      |
| B8 | 4.45    | 3.4      | 2.78      | 2.6       | 3.17      |
| C1 | 0.36    | 0.34     | 0.15      | 0.16      | 1.05      |
| C2 | 1.41    | 0.28     | 0.25      | 0.47      | 4.91      |
| C3 | 1.46    | 0.31     | 0.29      | 0.31      | 3.73      |
| C4 | 16.14   | 4.19     | 1.1       | 0.73      | 1.35      |
| C5 | 0.33    | 0.44     | 0.27      | 0.26      | 1.38      |
| C6 | 1.37    | 0.59     | 0.4       | 0.19      | 0.38      |
| C7 | 28.48   | 28.48    | 0.87      | 0.19      | 1.36      |
| D1 | 0.73    | 0.83     | 0.75      | 1.06      | 0.42      |
| D2 | 0.12    | 0.14     | 0.1       | 0.14      | 0.22      |
| D3 | 7.83    | 7.84     | 10.08     | 11.09     | 0.69      |
| D4 | 0.95    | 1.12     | 1.05      | 1.91      | 0.06      |
| D5 | 0.22    | 0.19     | 0.19      | 0.26      | 0.2       |
| D6 | 102.49  | 19.46    | 2.66      | 1.81      | 0.33      |
| D7 | 2.15    | 6.8      | 0.85      | 1.1       | 0.75      |
| D8 | 0.21    | 0.21     | 0.19      | 0.19      | 0.21      |



**TABLA IV.C.- COEFICIENTE DE ASIMETRÍA PARA  
LOS DISTINTOS HORIZONTES.**

| <b>Buenas</b> |                |                 |                  |                  |                  |
|---------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
|               | <b>h=1 año</b> | <b>h=2 años</b> | <b>h= 3 años</b> | <b>h= 4 años</b> | <b>h= 5 años</b> |
| A1            | 0.33           | 0.25            | 0.73             | 0.8              | 0.84             |
| A2            | 1.78           | -5.9            | 0.74             | 0.77             | 3.7              |
| A3            | 1.39           | 4.72            | 2.68             | 2.33             | 2.43             |
| A4            | 1.99           | 4.55            | 2.96             | 2.36             | 1.51             |
| A5            | 0.26           | 0.18            | 0.48             | 0.11             | -0.11            |
| A6            | -1.35          | -1.44           | -1.31            | -1.05            | -1.23            |
| A7            | 1.58           | 1.05            | 1.12             | 0.74             | -3.29            |
| A8            | 2.51           | 0.72            | 0.66             | 0.7              | 3.31             |
| A9            | 2.61           | 5.88            | 3.46             | 4.2              | 2.64             |
| B1            | 1.69           | -5.89           | 3.57             | 2.81             | 3.71             |
| B2            | 0.07           | 0.12            | 0.22             | 0.29             | -0.18            |
| B3            | 3.22           | 2.23            | 3.3              | 2.82             | 2.14             |
| B4            | 3.6            | 0.44            | 0.59             | 2.88             | 3.44             |
| B5            | 3.8            | 4.38            | 1.29             | 1.03             | 4.33             |
| B6            | 1.44           | 2.07            | 0.68             | 1.13             | 0.92             |
| B7            | 1.9            | -5.89           | 3.34             | 2.64             | 3.75             |
| B8            | 4.33           | 3.78            | 4.41             | 4.53             | 3.62             |
| C1            | 0.3            | 2.28            | -1.25            | 0.28             | 0.99             |
| C2            | -4.08          | -2.08           | -3.28            | -1.28            | 0.37             |
| C3            | 0.64           | 1.21            | 1.75             | 3.04             | 2.02             |
| C4            | 3.96           | 5.84            | 0.29             | 1.39             | 3.59             |
| C5            | 3.15           | 2.49            | 3.1              | 2.57             | 0.82             |
| C6            | 4.15           | 2.66            | -1.48            | -0.56            | -1.33            |
| C7            | -2.37          | -2.37           | -4.51            | -2.89            | -4.16            |
| D1            | 1.28           | 0.93            | 0.63             | 0.71             | 0.49             |
| D2            | -1.04          | 0.79            | 1.17             | -0.25            | -0.19            |
| D3            | 2.7            | 5.87            | 3.72             | 3.93             | 4.47             |
| D4            | 1.33           | 0.93            | 0.94             | 1.19             | 4.18             |
| D5            | 1.1            | 1.05            | 1.09             | 0.98             | 1.01             |
| D6            | 1.43           | -5.91           | 0.5              | 1.33             | 4.69             |
| D7            | 3.54           | -5.9            | 1.67             | 1.33             | 1.7              |
| D8            | -0.09          | -0.05           | -0.48            | -0.47            | -0.58            |

**Malas**

|    | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
|----|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | -1.47   | 0.26     | 0.24      | 0.75      | 0.32      |
| A2 | 5.99    | 3.99     | 0.51      | 1.59      | -0.54     |
| A3 | 4.07    | 5.39     | 1.74      | 1.47      | 1.65      |
| A4 | 5.03    | 5.61     | 1.94      | 1.78      | 3.14      |
| A5 | 0.05    | 1.09     | 0.48      | 0.72      | 0.09      |
| A6 | -0.44   | -0.27    | -0.35     | -0.37     | -0.91     |
| A7 | 1.22    | 0.94     | 1.16      | 1.26      | 0.25      |
| A8 | 2.63    | 0.89     | 0.76      | 0.88      | 1.15      |
| A9 | -1.57   | 5.24     | 3.99      | 3.27      | 1.33      |
| B1 | 5.99    | 3.03     | 0.2       | 1.61      | -0.93     |
| B2 | -1.17   | -0.3     | -0.21     | 1.02      | -0.61     |
| B3 | 1.69    | 2        | 2.23      | 1.48      | 2.49      |
| B4 | 3.34    | 1.67     | 1.66      | 3.28      | 2.11      |
| B5 | 5.53    | 1        | 0.54      | 3.42      | 4.32      |
| B6 | 4.39    | 4.46     | 4.36      | 4.19      | 1.23      |
| B7 | 5.99    | 3.07     | 0.51      | 2.2       | -1.21     |
| B8 | 3.42    | 4.05     | 2.57      | 2.46      | 2.77      |
| C1 | -3.71   | -2.95    | -0.71     | 2.44      | 3.68      |
| C2 | -5.75   | -0.84    | -2.3      | -4.31     | -4.33     |
| C3 | -5.48   | 0.75     | 0.75      | 0.33      | -4.24     |
| C4 | 5.97    | -4.29    | 3.08      | 1.72      | -1.51     |
| C5 | -1.35   | -3.3     | 1.11      | 0.28      | 1.6       |
| C6 | -2.85   | 1.62     | -2.73     | -1.07     | -2.54     |
| C7 | -5.99   | -5.99    | -2.37     | -2.27     | -1.49     |
| D1 | 2.53    | 3.69     | 3.49      | 2.94      | 2.36      |
| D2 | 0.43    | -0.01    | 0.23      | -1.79     | -2.29     |
| D3 | 1.86    | 2.46     | 1.86      | 1.68      | 3         |
| D4 | 1.51    | 2.77     | 2.81      | 3.01      | 2.93      |
| D5 | 2.47    | 2.22     | 2.75      | 1.84      | 1.15      |
| D6 | 5.99    | 4.15     | 0.59      | 1.25      | 2.93      |
| D7 | 4.57    | 5.65     | 4.38      | 4.15      | -1.43     |
| D8 | -0.33   | -0.17    | -0.88     | -0.46     | 0.12      |

**TABLA IV.D.- COEFICIENTE DE CURTOSIS PARA  
LOS DISTINTOS HORIZONTES.**

| <b>Buenas</b> |         |          |           |           |           |
|---------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
|               | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
| A1            | -1.42   | -1.55    | -1.08     | -0.63     | -0.35     |
| A2            | 3.67    | 34.91    | -0.01     | 0.15      | 15.27     |
| A3            | 1.19    | 25.08    | 8.67      | 6.09      | 8.02      |
| A4            | 3.19    | 23.15    | 10.86     | 6.19      | 2.19      |
| A5            | -0.56   | -0.7     | -0.42     | -0.8      | -1.23     |
| A6            | 0.72    | 1.61     | 0.88      | 0.45      | 0.95      |
| A7            | 2.68    | 0.13     | 0.25      | -0.66     | 11.88     |
| A8            | 8.97    | -0.43    | -0.18     | 0.28      | 12.32     |
| A9            | 6.75    | 34.67    | 14.33     | 19.64     | 8.41      |
| B1            | 2.45    | 34.79    | 15.55     | 8.41      | 15.09     |
| B2            | -0.22   | -0.46    | 0.43      | 0.55      | -0.18     |
| B3            | 12.12   | 4.62     | 12.51     | 9.39      | 4.31      |
| B4            | 15.36   | 0.44     | 0.74      | 11.79     | 14.3      |
| B5            | 16.66   | 21.52    | 2.33      | 1.45      | 19.59     |
| B6            | 1.98    | 4.72     | -0.32     | 0.82      | 0.52      |
| B7            | 3.36    | 34.78    | 14.15     | 7.49      | 15.43     |
| B8            | 22.12   | 17.52    | 21.22     | 22.04     | 14.66     |
| C1            | 7.84    | 7.28     | 10.12     | 4.83      | 4.81      |
| C2            | 19.74   | 5.55     | 15.22     | 8.34      | 5.29      |
| C3            | 1.13    | 1.98     | 5.31      | 10.92     | 4.94      |
| C4            | 18.61   | 34.34    | 3.02      | 1.52      | 14.43     |
| C5            | 13.8    | 10.36    | 12.06     | 8.59      | -0.1      |
| C6            | 21.83   | 14.67    | 6.15      | 1.46      | 3.51      |
| C7            | 5.22    | 5.22     | 21.96     | 8.74      | 18.3      |
| D1            | 1.75    | -0.14    | -0.17     | -0.36     | -0.61     |
| D2            | 10.06   | 3.29     | 4.88      | 0.72      | 3.5       |
| D3            | 7.45    | 34.6     | 16.34     | 17.76     | 20.48     |
| D4            | 1.44    | 0.06     | 0.8       | 1.44      | 18.44     |
| D5            | -0.04   | -0.21    | -0.26     | -0.42     | -0.38     |
| D6            | 1.46    | 34.92    | -1.03     | 1.95      | 21.97     |
| D7            | 14.36   | 34.84    | 1.8       | 0.41      | 2.28      |
| D8            | -1.84   | -1.67    | -1.49     | -1.57     | -1.51     |

**Malas**

|    | h=1 año | h=2 años | h= 3 años | h= 4 años | h= 5 años |
|----|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| A1 | 3.28    | -1.33    | -0.56     | -0.95     | -0.78     |
| A2 | 35.88   | 22.26    | 0.36      | 3.14      | 4.94      |
| A3 | 16.73   | 30.74    | 2.53      | 1.6       | 2.32      |
| A4 | 26.84   | 32.71    | 2.99      | 2.08      | 10.73     |
| A5 | 1.72    | 0.69     | -0.22     | 0.29      | -0.83     |
| A6 | -0.17   | -0.54    | -0.54     | -0.62     | -0.12     |
| A7 | 1.56    | 1.55     | 2         | 2.4       | 2.46      |
| A8 | 8.14    | 0.55     | 0.26      | 1.1       | 0.36      |
| A9 | 11      | 29.23    | 16.97     | 12.54     | 1.11      |
| B1 | 35.88   | 13.34    | -0.37     | 3.91      | 3.88      |
| B2 | 2.04    | 1.99     | 0.73      | 2.74      | 0.34      |
| B3 | 2.79    | 3.89     | 5.57      | 2.05      | 6.61      |
| B4 | 13.93   | 3.22     | 4.01      | 11.61     | 4.75      |
| B5 | 32      | -0.36    | -1.12     | 13.61     | 18.73     |
| B6 | 21.48   | 23.04    | 20.29     | 19.24     | 2.48      |
| B7 | 35.88   | 12.23    | -0.08     | 7.4       | 3.99      |
| B8 | 11.82   | 17.76    | 6.09      | 6.5       | 8.14      |
| C1 | 19.12   | 10.94    | 2.63      | 8.84      | 15.14     |
| C2 | 33.9    | -0.14    | 6.28      | 20.05     | 18.81     |
| C3 | 31.49   | 1.86     | 0.6       | -0.2      | 18.27     |
| C4 | 35.72   | 19.61    | 11.69     | 6.19      | 6.3       |
| C5 | 6.89    | 16.16    | 1.33      | 1.13      | 1.86      |
| C6 | 11.28   | 4.24     | 9.41      | 1.18      | 7.26      |
| C7 | 35.95   | 35.95    | 11.78     | 8.31      | 9.53      |
| D1 | 8.27    | 16.92    | 14.9      | 8.43      | 7.52      |
| D2 | -0.08   | 0.32     | -0.11     | 5.54      | 5.29      |
| D3 | 3.49    | 7.92     | 3.16      | 2.17      | 8.29      |
| D4 | 2.71    | 10.42    | 11.15     | 8.71      | 7.71      |
| D5 | 6.13    | 4.74     | 7.93      | 2.98      | 0.75      |
| D6 | 35.92   | 22.25    | 0.46      | 1.08      | 7.65      |
| D7 | 22.91   | 33.19    | 20.99     | 18.69     | 8.96      |
| D8 | -1.57   | -1.26    | -0.54     | -0.93     | 0.49      |

**TABLA V.1.- FUNCIONES DISCRIMINANTES OBTENIDAS AL MAXIMIZAR  
LOS RESULTADOS PARA CADA HORIZONTE Y PARA CADA MUESTRA.**

| Horizonte | Tamaño de la muestra  |   |  |  |
|-----------|---|---|--|--|
|           | n=72  | n=52  | n=48   | n=36   |
| h= 1 año  | Constante 2,98<br>A5 7,04 (1,55)<br>B8 -6,41 (-0,85)<br>D4 1,96 (1,34)<br>B6 -1,04(-1,12)<br>D8 -3,41(-0,41)<br>D1 3,52 (1,53)<br>A6 -6,41(-0,91) | Constante 4,2<br>A5 7,34 (1,17)<br>B8 -0,68 (-1,25)<br>D4 2,64 (1,56)<br>B3 -4,62 (-0,83)<br>D8 -10,09(-0,91)<br>C1 -8,23 (-0,71)<br>C5 3,07 (0,54)                                 | Constante 4,6<br>A5 8,4 (1,19)<br>B8 -0,81(-1,34)<br>D4 3,07(1,56)<br>B3 -5,2(-0,87)<br>D8 -11,32(-0,94)<br>C1 -10,57(-0,86)<br>C5 3,99(0,67)  | Constante 3,93<br>A5 8,99(1,11)<br>B8 -0,89(-1,53)<br>D4 3,61(-1,71)<br>B3 -3,55(-0,58)<br>D8 -11,24(-0,85)  |
| h= 2 años | Constante 0,52<br>A5 2,71(1,02)<br>D6 -0,02(0,73)<br>B8 -0,08(-0,53)<br>D7 0,03(-0,31)<br>B3 -0,56(-0,43)<br>C1 2,59(0,54)                        | Constante 7,20<br>A5 20,55(2,65)<br>A8 3,29(0,94)<br>B8 -0,61(-0,88)<br>A3 -1,43(-1,19)<br>B3 -4,62(-0,89)<br>C1 10,78(1,24)<br>C5 -3,86(-0,80)<br>B4 -15,38(-0,30)                 | Constante 5,20<br>A5 17,17(2,38)<br>A8 2,04 (0,61)<br>B8 -0,55(-0,89)<br>A3 -1,23(-1,13)<br>B3 -4,22(-0,94)<br>C1 4,9(0,58)  | Constante -3,90<br>A5 16,25(2,06)<br>A8 4,12(1,10)<br>A4 -2,32(-1,30)<br>A1 5,17(0,59)<br>D2 -11,6(-0,56)<br>B7 -0,22(-0,46)   |
| h= 3 años |   | Constante 15,25<br>A5 6,32(-2,02)<br>B6 -0,83(0,72)<br>A1 -10,94(1,81)<br>B7 -2,07(1,47)<br>D8 -11,23(1,01)<br>A9 -0,01(0,38)<br>D6 1,80(-0,99)<br>C4 -1,58(0,61)<br>B5 -4,38(0,50) | Constante 27,37<br>A5 13,66(-2,3)<br>C6 10,43(-1,3)<br>A1 -26,91(4,68)<br>B7 -1,39(1,88)<br>D8 -19,76(2,05)<br>A9 -0,01(0,42)<br>C1 -11,54(1,06)<br>A6 -9,32(1,22)<br>B8 -0,20(0,41) | Constante -0,45<br>A5 8,09(-0,5)<br>C6 4,20(0,78)<br>A4 -0,97(1,4)<br>C2 -8,45(-1,1)<br>D7 2,23(0,67)  |
| h= 4 años |   |   | Constante 0,81<br>A5 3,38(0,75)<br>C2 3,64 (0,88)<br>C7 -6,97 (-0,96)<br>D6 0,67(0,92)<br>B7 -0,71(-0,86)<br>B8 -0,20(-0,45)<br>C6 4,91(0,63)  | Constante 3,57<br>A5 10,03(1,57)<br>C2 12,58(1,03)<br>C7 -11,77(-1,09)<br>B2 -6,08(-0,74)<br>D1 4,53(1,07)<br>C5 6,26(0,90)<br>A4 -1,96(-1,00)<br>A6 -3,15(-0,34)<br>C1 -4,30(-0,31) |
| h= 5 años |   |   |  | Constante -2,32<br>A5 15,61(-1,96)<br>D1 11,26(-1,61)<br>B7 0,51(-0,87)<br>C5 -2,89(1,17)<br>D8 -24,75(1,62)<br>A9 0,39(-1,31)<br>C2 7,26(-0,70)<br>D2 -13,79(0,59)                  |

**TABLA V.2.- TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN LINEAL INTERNA, MAXIMIZANDO POR CADA MUESTRA Y HORIZONTE. (PONDERACIONES 0.5,0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra  |                                    |                                    |                                    |
|-----------|---|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
|           | n=72  | n=52                               | n=48                               | n=36                               |
| h= 1 año  | 88,89 <sup>a</sup><br>(91,67 <sup>b</sup> ;86,11 <sup>c</sup> )<br>(0,0001 <sup>d</sup> ) | 88,46<br>(84,62;92,31)<br>(0,0001) | 89,58<br>(87,5;91,67)<br>(0,0001)  | 94,44<br>(94,44;94,44)<br>(0,0001) |
| h= 2 años | 79,17<br>(77,78;80,56)<br>(0,0036)  | 86,54<br>(88,46;84,62)<br>(0,0001) | 85,41<br>(83,33;87,5)<br>(0,0001)  | 94,44<br>(94,44;94,44)<br>(0,0001) |
| h= 3 años |   | 86,53<br>(88,46;84,62)<br>(0,0001) | 89,58<br>(91,67;87,5)<br>(0,0001)  | 91,66<br>(94,44;88,88)<br>(0,0006) |
| h= 4 años |   |                                    | 81,25<br>(79,17;83,33)<br>(0,0089) | 94,44<br>(88,88;100)<br>(0,0090)   |
| h= 5 años |   |                                    |                                    | 91,66<br>(88,89;94,44)<br>(0,0001) |

**Lectura de cada celda: a: % empresas bien clasificadas**

**b: % de empresas buenas bien clasificadas**

**c: % de empresas malas bien clasificadas**

**d: nivel de significatividad**

**TABLA VI.1. FUNCIONES DISCRIMINANTES OBTENIDAS AL  
MAXIMIZAR PARA CADA HORIZONTE Y PARA TODAS LAS  
MUESTRAS.**

| Horizonte |           | Tamaño de la muestra |               |               |                |
|-----------|-----------|----------------------|---------------|---------------|----------------|
|           |           | n=72                 | n=52          | n=48          | n=36           |
| h= 1 año  | Constante | 2,98                 | 2,94          | 2,99          | 0,64           |
|           | A5        | 7,04 (1,55)          | 7,73 (1,38)   | 7,78 (1,30)   | 9,29 (1,22)    |
|           | D1        | 3,52 (1,53)          | 2,49 (1,03)   | 2,50 (0,94)   | 3,58 (0,89)    |
|           | D4        | 1,96 (1,34)          | 2,52 (1,63)   | 2,86 (1,74)   | 2,71(1,38)     |
|           | B6        | -1,04 (-1,12)        | -0,83 (-0,90) | -0,88 (-0,92) | -1,42 (-0,72)  |
|           | B8        | -0,39 (-0,85)        | -0,54 (-1,05) | -0,59 (-1,18) | -0,48 (-0,90)  |
|           | A6        | -6,41 (-0,90)        | -4,95 (-0,57) | -4,90 (-0,55) | -1,42 (-0,12)  |
|           | D8        | -3,41 (-0,41)        | -4,94 (-0,49) | -5,68 (-0,56) | -7,13 (-0,57)  |
| h= 2 años | Constante | 0,16                 | 2,23          | 2,21          | 1,66           |
|           | A5        | 3,89 (1,02)          | 7,88 (1,34)   | 7,81 (1,35)   | 8,29 (1,23)    |
|           | B6        | 0,71 (0,73)          | 0,90 (0,75)   | 0,75 (0,58)   | 1,45 (0,78)    |
|           | C1        | 2,76 (0,54)          | 3,2 (0,45)    | 3,07 (0,45)   | 4,02 (0,34)    |
|           | B8        | -0,22 (-0,53)        | -0,53 (-1,01) | -0,51 (-1,01) | -0,60 (-1,22)  |
|           | B3        | -0,52 (-0,43)        | -3,01 (-0,77) | -3,00 (-0,80) | -2,97 (-0,77)  |
|           | D7        | -0,02 (-0,31)        | -0,02 (-0,32) | -0,02 (-0,32) | 0,25 (0,14)    |
| h= 3 años | Constante |                      | 22,67         | 24,69         | 26,73          |
|           | B7        |                      | -1,46 (1,28)  | -1,35 (1,17)  | -1,66 (1,27)   |
|           | A5        |                      | 13,10 (-2,04) | 14,12 (-2,15) | 13,45 (-1,77)  |
|           | A1        |                      | -23,56 (3,23) | -25,64 (3,44) | -27,95 (3,32)  |
|           | C6        |                      | 3,85 (-0,58)  | 4,89 (-0,71)  | 6,46 (-0,94)   |
|           | D6        |                      | 1,10 (-1,25)  | 0,87 (-0,95)  | 1,23 (-1,12)   |
|           | D8        |                      | -20,25 (1,83) | -19,59 (1,74) | -23,32 (1,84)  |
|           | C4        |                      | -1,61 (0,62)  | -1,58 (0,61)  | -3,40 (0,78)   |
| h= 4 años | A6        |                      | -8,56 (0,89)  | -10,01 (1,03) | -8,65 (0,68)   |
|           | Constante |                      |               | 8,34          | 9,31           |
|           | B7        |                      |               | -1,28 (-1,40) | -1,47 (-1,46)  |
|           | A5        |                      |               | 4,72 (0,97)   | 4,79 (0,81)    |
|           | A1        |                      |               | -9,22 (-1,69) | -9,69 (-1,44)  |
|           | D4        |                      |               | -0,93 (-0,94) | 0,02 (0,01)    |
|           | C6        |                      |               | 5,61 (0,66)   | 5,17 (0,51)    |
|           | D6        |                      |               | 0,91 (1,13)   | 1,49 (1,51)    |
| h= 5 años | C7        |                      |               | -5,17 (-0,65) | -4,98 (-0,48)  |
|           | D8        |                      |               | -8,45 (-1,01) | -17,34 (-1,62) |
|           | Constante |                      |               |               | 14,91          |
|           | B7        |                      |               |               | 0,92 (-1,69)   |
|           | A5        |                      |               |               | 6,85 (-0,93)   |
|           | A1        |                      |               |               | -13,30 (1,57)  |
|           | D6        |                      |               |               | -12,79 (1,76)  |
|           | D8        |                      |               |               | -34,14 (2,47)  |
|           | C5        |                      |               |               | -1,45 (0,63)   |
|           | B6        |                      |               |               | 2,5 (-0,81)    |
|           | B3        |                      |               |               | -3,48 (1,08)   |

**TABLA VI.2. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN LINEAL INTERNA (PONDERACIONES 0.5,0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra               |                                    |                                   |                                    |
|-----------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
|           | n=72                               | n=52                               | n=48                              | n=36                               |
| h= 1 año  | 88,89<br>(91,67;86,11)<br>(0,0001) | 86,54<br>(84,62;88,46)<br>(0,0001) | 89,58<br>(91,67;87,5)<br>(0,0001) | 94,44<br>(94,44;94,44)<br>(0,0001) |
| h= 2 años | 86,11<br>(88,89;83,33)<br>(0,0002) | 88,46<br>(88,46;88,46)<br>(0,0001) | 85,41<br>(83,33;87,5)<br>(0,0001) | 91,66<br>(88,89;94,44)<br>(0,0005) |
| h= 3 años |                                    | 92,31<br>(92,31;92,31)<br>(0,0001) | 89,58<br>(91,67;87,5)<br>(0,0001) | 88,89<br>(88,89;88,89)<br>(0,0004) |
| h= 4 años |                                    |                                    | 81,25<br>(75,0;87,5)<br>(0,0065)  | 88,89<br>(88,89;88,89)<br>(0,0091) |
| h= 5 años |                                    |                                    |                                   | 94,44<br>(88,89;100)<br>(0,0004)   |

**TABLA VI.3. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN LINEAL EXTERNA (PONDERACIONES 0.5,0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra   |                        |                        |                        |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|           | n=72                   | n=52                   | n=48                   | n=36                   |
| h= 1 año  | 83,33<br>(86,11;80,56) | 78,85<br>(76,92;80,77) | 79,17<br>(79,17;79,17) | 86,11<br>(88,89;83,33) |
| h= 2 años | 80,55<br>(86,11;75,00) | 82,75<br>(84,62;80,77) | 81,25<br>(79,17;83,33) | 80,55<br>(77,78;83,33) |
| h= 3 años |                        | 76,92<br>(80,77;73,08) | 72,91<br>(83,33;62,5)  | 80,55<br>(77,78;83,33) |
| h= 4 años |                        |                        | 72,91<br>(70,83;75,00) | 77,78<br>(77,78;77,78) |
| h= 5 años |                        |                        |                        | 77,78<br>(72,22;83,33) |



**TABLA VI.4. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN CUADRÁTICA.**

| Horizonte | Tamaño de la muestra   |                        |                        |                        |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|           | n=72                   | n=52                   | n=48                   | n=36                   |
| h= 1 año  | 87,5<br>(88,89;86,11)  | 88,46<br>(88,46;88,46) | 87,5<br>(87,5;87,5)    | 94,44<br>(88,89;100)   |
| h= 2 años | 83,33<br>(83,33;83,33) | 82,75<br>(80,77;84,62) | 85,42<br>(79,17;91,67) | 88,89<br>(94,44;83,33) |
| h= 3 años |                        | 86,53<br>(96,15;76,92) | 87,5<br>(100;75)       | 94,44<br>(100;88,89)   |
| h= 4 años |                        |                        | 83,33<br>(83,33;83,33) | 94,44<br>(88,89;100)   |
| h= 5 años |                        |                        |                        | 94,44<br>(94,44;94,44) |

**TABLA VI.5. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN CUADRÁTICA EXTERNA (PONDERACIONES 0.5,0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra   |                        |                        |                        |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|           | n=72                   | n=52                   | n=48                   | n=36                   |
| h= 1 año  | 72,22<br>(83,33;61,11) | 69,23<br>(73,08;65,38) | 64,58<br>(70,83;58,33) | 63,89<br>(55,56;72,22) |
| h= 2 años | 62,5<br>(58,33;66,67)  | 63,46<br>(61,54;65,38) | 52,08<br>(45,83;58,33) | 61,11<br>(55,56;66,67) |
| h= 3 años |                        | 71,15<br>(80,77;61,54) | 72,91<br>(79,17;66,67) | 75<br>(77,78;72,22)    |
| h= 4 años |                        |                        | 54,16<br>(58,33;50)    | 52,77<br>(61,11;44,44) |
| h= 5 años |                        |                        |                        | 75<br>(72,22;77,78)    |

**TABLA VI.6. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN LINEAL INTERNA, SEPARANDO LAS UNIDADES DUDOSAS (PONDERACIONES 0.5,0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra                    |                                       |                                    |                                       |
|-----------|---|---------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
|           | n=72                                    | n=52                                  | n=48                               | n=36                                  |
| h= 1 año  | 86,11<br>(88,89;83,33)<br>(2,78; 2,78)* | 84,62<br>(84,62;84,62)<br>(7,69;7,69) | 89,58<br>(91,67;87,5)<br>(0;4,17)  | 88,89<br>(88,89;88,89)<br>(5,56;5,56) |
| h= 2 años | 79,16<br>(75;83,33)<br>(16,67;2,78)     | 82,69<br>(76,92;88,46)<br>(11,54;0)   | 79,16<br>(70,83;87,5)<br>(16,67;0) | 91,66<br>(88,89;94,44)<br>(0;0)       |
| h= 3 años |   | 86,54<br>(88,46;84,62)<br>(3,85;7,69) | 89,58<br>(91,67;87,5)<br>(0;4,17)  | 88,89<br>(88,89;88,89)<br>(0;0)       |
| h= 4 años |   |                                       | 77,08<br>(75;79,17)<br>(4,17;12,5) | 88,89<br>(88,89;88,89)<br>(0;0)       |
| h= 5 años |   |                                       |                                    | 94,44<br>(88,89;100)<br>(0;0)         |

**Nota : \* Porcentaje de unidades dudosas en cada grupo, entendiendo por tales aquellas cuya probabilidad estimada a posteriori no sea superior a 0.55 en uno de los grupos.**

**TABLA VI.7. FUNCIONES DISCRIMINANTES OBTENIDAS AL MAXIMIZAR PARA CADA HORIZONTE Y PARA TODAS LAS MUESTRAS, APLICANDO MÉTODO DE LAS PONDERACIONES DE LOS "OUTLIERS" CON LÍMITE DE 0.7 (PONDERACIONES (0.5, 0.5)).**

| Horizonte |           | Tamaño de la muestra |               |                |                |
|-----------|-----------|----------------------|---------------|----------------|----------------|
|           |           | n=72                 | n=52          | n=48           | n=36           |
| h= 1 año  | Constante | 4,78                 | 4,75          | 5,22           | 1,01           |
|           | A5        | 11,86 (1,69)         | 11,93 (1,47)  | 12,76 (1,43)   | 12,01 (1,28)   |
|           | D1        | 8,06 (2,50)          | 6,14 (1,89)   | 6,79 (1,84)    | 5,59 (1,18)    |
|           | D4        | 1,68 (0,76)          | 2,61 (1,16)   | 3,35 (1,34)    | 3,52 (1,45)    |
|           | B6        | -1,91 (-1,46)        | -1,57 (-1,26) | -1,81 (-1,37)  | -2,08 (-0,91)  |
|           | B8        | -0,56 (-0,78)        | -0,71 (-0,88) | -0,83 (-1,01)  | -0,59 (-0,89)  |
|           | A6        | -9,78 (-0,96)        | -7,33 (-0,62) | -7,92 (-0,62)  | -2,03 (-0,12)  |
|           | D8        | -6,11 (-0,51)        | -9,42 (-0,68) | -11,46 (-0,79) | -11,38 (-0,73) |
| h= 2 años | Constante | 0,63                 | 3,5           | 3,34           | 3,2            |
|           | A5        | 9,79 (1,28)          | 13,31 (1,47)  | 13,26 (1,46)   | 15,94 (1,30)   |
|           | B6        | 1,76 (0,92)          | 2,05 (1,03)   | 1,97 (0,86)    | 2,28 (0,79)    |
|           | C1        | 5,14 (0,57)          | 5,14 (0,52)   | 5,09 (0,53)    | 6,64 (0,37)    |
|           | B8        | -0,51 (-0,58)        | -1,06 (-1,27) | -1,04 (-1,29)  | -1,00 (-1,03)  |
|           | B3        | -1,45 (-0,65)        | -4,62 (-0,78) | -4,49 (-0,79)  | -5,42 (-0,87)  |
|           | D7        | -0,03 (-0,29)        | -0,04 (-0,33) | -0,04 (-0,17)  | 0,40 (0,14)    |
| h= 3 años | Constante |                      | 28,90         | 33,71          | 34,38          |
|           | B7        |                      | -2,56 (1,49)  | -1,93 (1,22)   | -3,28 (0,83)   |
|           | A5        |                      | 16,94 (-1,64) | 19,02 (-2,03)  | 22,33 (-5,66)  |
|           | A1        |                      | -32,80 (2,84) | -36,71 (3,49)  | -40,19 (10,19) |
|           | C6        |                      | 6,86 (-0,60)  | 7,59 (-0,62)   | 10,57 (-2,68)  |
|           | D6        |                      | 1,84 (-1,35)  | 0,95 (-0,75)   | 2,35 (-0,59)   |
|           | D8        |                      | -33,20 (1,89) | -30,14 (1,94)  | -39,48 (10,00) |
|           | C4        |                      | -2,01 (0,53)  | -1,68 (0,49)   | -3,89 (0,98)   |
|           | A6        |                      | -4,97 (0,31)  | -10,44 (0,77)  | -3,02 (0,77)   |
| h= 4 años | Constante |                      |               | 16,88          | 26,26          |
|           | B7        |                      |               | -2,69 (-1,65)  | -2,83 (-1,53)  |
|           | A5        |                      |               | 12,75 (1,24)   | 15,13 (1,20)   |
|           | A1        |                      |               | -19,59 (-1,78) | -28,73 (-2,06) |
|           | D4        |                      |               | -1,19 (-0,60)  | 1,00 (0,27)    |
|           | C6        |                      |               | 6,20 (0,41)    | 7,25 (0,39)    |
|           | D6        |                      |               | 2,56 (1,67)    | 3,11 (1,68)    |
|           | C7        |                      |               | -5,77 (-0,41)  | -10,14 (-0,55) |
|           | D8        |                      |               | -24,43 (-1,47) | -53,79 (-2,40) |
| h= 5 años | Constante |                      |               |                | 23,00          |
|           | B7        |                      |               |                | 1,27 (-1,14)   |
|           | A5        |                      |               |                | 12,57 (-1,18)  |
|           | A1        |                      |               |                | -23,06 (1,92)  |
|           | D6        |                      |               |                | -19,21 (1,48)  |
|           | D8        |                      |               |                | -53,49 (2,66)  |
|           | C5        |                      |               |                | -2,75 (0,86)   |
|           | B6        |                      |               |                | 3,92 (-0,91)   |
|           | B3        |                      |               |                | -3,36 (0,64)   |

**TABLA VI.8. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN LINEAL EXTERNA, APLICANDO MÉTODO DE LAS PONDERACIONES DE LOS "OUTLIERS" CON LÍMITE DE 0.7 (PONDERACIONES 0.5, 0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra   |                        |                        |                        |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|           | n=72                   | n=52                   | n=48                   | n=36                   |
| h= 1 año  | 84,72<br>(88,89;80,56) | 82,69<br>(76,92;88,46) | 83,33<br>(79,17;87,5)  | 88,89<br>(88,89;88,89) |
| h= 2 años | 86,11<br>(88,89;83,33) | 82,69<br>(80,77;84,62) | 81,25<br>(79,17;83,33) | 83,33<br>(83,33;83,33) |
| h= 3 años |                        | 80,88<br>(84,62;76,92) | 75<br>(83,33;66,67)    | 86,11<br>(88,79;83,33) |
| h= 4 años |                        |                        | 79,16<br>(75;83,33)    | 86,11<br>(88,89;83,33) |
| h= 5 años |                        |                        |                        | 83,33<br>(77,78;88,89) |

**TABLA VI.9. TABLA DE RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN CUADRÁTICA EXTERNA, APLICANDO MÉTODO DE LAS PONDERACIONES DE LOS "OUTLIERS" CON LÍMITE DE 0.7 (PONDERACIONES 0.5, 0.5).**

| Horizonte | Tamaño de la muestra   |                        |                        |                         |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
|           | n=72                   | n=52                   | n=48                   | n=36                    |
| h= 1 año  | 79,17<br>(80,56;77,78) | 75,00<br>(69,23;80,77) | 70,83<br>(66,67;75,00) | 75,00<br>(50,00;100,00) |
| h= 2 años | 76,39<br>(72,22;80,56) | 73,07<br>(69,23;76,92) | 72,91<br>(62,50;83,33) | 72,22<br>(72,22;72,22)  |
| h= 3 años |                        | 75,00<br>(92,31;57,69) | 75,00<br>(87,50;62,50) | 80,55<br>(88,89;72,22)  |
| h= 4 años |                        |                        | 66,67<br>(66,67;66,67) | 72,22<br>(88,89;55,56)  |
| h= 5 años |                        |                        |                        | 80,55<br>(77,78;83,33)  |

**TABLA VII. RESULTADOS DE LOS CONTRASTES DE HOMOCEDASTICIDAD PARA CADA SUBCONJUNTO DE RATIOS.**

| Horizonte |    | Tamaño de la muestra |          |          |          |
|-----------|----|----------------------|----------|----------|----------|
|           |    | n=72                 | n=52     | n=48     | n=36     |
| h= 1 año  | A5 | 155,32               | 103,61   | 93,108   | 76,6     |
|           | D1 | (0,0001)             | (0,0001) | (0,0001) | (0,0001) |
|           | D4 |                      |          |          |          |
|           | B6 |                      |          |          |          |
|           | B8 |                      |          |          |          |
|           | A6 |                      |          |          |          |
|           | D8 |                      |          |          |          |
| h= 2 años | A5 | 81,30                | 58,84    | 124,22   | 43,73    |
|           | B6 | (0,0001)             | (0,0001) | (0,0001) | (0,0001) |
|           | C1 |                      |          |          |          |
|           | B8 |                      |          |          |          |
|           | B3 |                      |          |          |          |
|           | D7 |                      |          |          |          |
|           |    |                      |          |          |          |
| h= 3 años | B7 |                      | 92,04    | 87,84    | 81,71    |
|           | A5 |                      | (0,0001) | (0,0001) | (0,0001) |
|           | A1 |                      |          |          |          |
|           | C6 |                      |          |          |          |
|           | D6 |                      |          |          |          |
|           | D8 |                      |          |          |          |
|           | C4 |                      |          |          |          |
|           | A6 |                      |          |          |          |
| h= 4 años | B7 |                      |          | 61,29    | 64,05    |
|           | A5 |                      |          | (0,0001) | (0,0001) |
|           | A1 |                      |          |          |          |
|           | D4 |                      |          |          |          |
|           | C6 |                      |          |          |          |
|           | D6 |                      |          |          |          |
|           | C7 |                      |          |          |          |
|           | D8 |                      |          |          |          |
| h= 5 años | B7 |                      |          |          | 94,54    |
|           | A5 |                      |          |          | (0,0001) |
|           | A1 |                      |          |          |          |
|           | D6 |                      |          |          |          |
|           | D8 |                      |          |          |          |
|           | C5 |                      |          |          |          |
|           | B6 |                      |          |          |          |
|           | B3 |                      |          |          |          |

**TABLA VIII.- RESULTADOS DE LOS TEST DE NORMALIDAD UNIVARIANTE**

| Horizontes | BUENAS        |               |               |               |               |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|            | 1 año         | 2 años        | 3 años        | 4 años        | 5 años        |
| Ratios     |               |               |               |               |               |
| A1         | 0,0014        | 0,0012        | 0,0003        | 0,0005        | 0,0024        |
| A2         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0223        | 0,026         | 0,0001        |
| A3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| A4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0009        |
| A5         | <b>0,4793</b> | <b>0,2277</b> | <b>0,3076</b> | <b>0,7284</b> | <b>0,2585</b> |
| A6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0002        | 0,0045        | 0,006         |
| A7         | 0,0001        | 0,0006        | 0,0008        | 0,0073        | 0,0001        |
| A8         | 0,0001        | 0,0045        | 0,0734        | <b>0,1489</b> | 0,0001        |
| A9         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| B1         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| B2         | <b>0,2046</b> | <b>0,7548</b> | <b>0,7494</b> | <b>0,7946</b> | <b>0,8095</b> |
| B3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| B4         | 0,0001        | <b>0,3204</b> | 0,0977        | 0,0001        | 0,0001        |
| B5         | 0,0001        | 0,0001        | 0,012         | 0,0425        | 0,0001        |
| B6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0209        | 0,0031        | 0,0222        |
| B7         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| B8         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| C1         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0035        |
| C2         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0003        |
| C3         | <b>0,1029</b> | 0,0051        | 0,0005        | 0,0001        | 0,0002        |
| C4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0429        | 0,0016        | 0,0001        |
| C5         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0817        |
| C6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0002        | <b>0,2034</b> | 0,0075        |
| C7         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D1         | 0,0001        | 0,0001        | 0,028         | 0,0123        | <b>0,1184</b> |
| D2         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0026        | <b>0,1638</b> | 0,0214        |
| D3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D4         | 0,0001        | 0,0002        | 0,0073        | 0,0022        | 0,0001        |
| D5         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0002        | 0,0004        |
| D6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0121        | 0,002         | 0,0001        |
| D7         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D8         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0004        |

| Horizontes | MALAS         |               |               |               |               |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|            | 1 año         | 2 años        | 3 años        | 4 años        | 5 años        |
| Ratios     |               |               |               |               |               |
| A1         | 0,0011        | 0,0122        | 0,0747        | 0,0028        | <b>0,3551</b> |
| A2         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0946        | 0,0014        | 0,0009        |
| A3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0005        | 0,0012        |
| A4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| A5         | <b>0,6116</b> | 0,0042        | <b>0,3594</b> | <b>0,1296</b> | <b>0,9176</b> |
| A6         | <b>0,2953</b> | <b>0,3136</b> | <b>0,3993</b> | <b>0,3535</b> | 0,0506        |
| A7         | 0,0021        | 0,104         | 0,0155        | 0,0101        | 0,0057        |
| A8         | 0,0001        | 0,004         | 0,0562        | <b>0,1428</b> | 0,008         |
| A9         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0022        |
| B1         | 0,0001        | 0,0001        | <b>0,5374</b> | 0,0047        | 0,0518        |
| B2         | 0,0063        | 0,0073        | <b>0,442</b>  | 0,0689        | <b>0,4003</b> |
| B3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0008        | 0,0001        |
| B4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,002         | 0,0001        | 0,0001        |
| B5         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0195        | 0,0001        | 0,0001        |
| B6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0605        |
| B7         | 0,0001        | 0,0001        | <b>0,3153</b> | 0,0002        | 0,0437        |
| B8         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| C1         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0024        | 0,0001        | 0,0001        |
| C2         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| C3         | 0,0001        | 0,0074        | <b>0,172</b>  | <b>0,7994</b> | 0,0001        |
| C4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0013        | 0,0001        |
| C5         | 0,0004        | 0,0001        | 0,0502        | <b>0,2778</b> | 0,0005        |
| C6         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0289        | 0,0001        |
| C7         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D1         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0003        |
| D2         | 0,0054        | 0,0645        | <b>0,4923</b> | 0,0009        | 0,0001        |
| D3         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D4         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D5         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0057        |
| D6         | 0,0001        | 0,0001        | <b>0,1153</b> | 0,0022        | 0,0001        |
| D7         | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        | 0,0001        |
| D8         | 0,0001        | 0,0004        | 0,001         | 0,0056        | 0,0319        |

Si  $Pr < 0.10$ , quiere decir que con un 90% de probabilidad podemos rechazar la hipótesis nula, y podemos concluir que los datos no provienen de una distribución normal.

En negrita cuando no puedo rechazar normalidad al 90%

**TABLA IX. NÚMERO TOTAL DE ENTIDADES DE SEGUROS  
OPERANDO EN CADA AÑO, LIQUIDACIONES ASUMIDAS  
POR LA CLEA Y PORCENTAJE QUE REPRESENTAN  
RESPECTO AL TOTAL DE ENTIDADES.**

| <b>AÑOS</b>  | <b>NÚMERO TOTAL</b> | <b>LIQUIDACIONES</b> | <b>LIQUIDACIONES(%)</b> |
|--------------|---------------------|----------------------|-------------------------|
| <b>1984</b>  | <b>592</b>          | <b>14</b>            | <b>2,36%</b>            |
| <b>1985</b>  | <b>539</b>          | <b>13</b>            | <b>2,41%</b>            |
| <b>1986</b>  | <b>475</b>          | <b>43</b>            | <b>9,05%</b>            |
| <b>1987</b>  | <b>438</b>          | <b>22</b>            | <b>5,02%</b>            |
| <b>1988</b>  | <b>441</b>          | <b>6</b>             | <b>1,36%</b>            |
| <b>1989</b>  | <b>442</b>          | <b>4</b>             | <b>0,90%</b>            |
| <b>1990</b>  | <b>427</b>          | <b>45</b>            | <b>10,53%</b>           |
| <b>1991</b>  | <b>446</b>          | <b>8</b>             | <b>1,79%</b>            |
| <b>1992</b>  | <b>489</b>          | <b>32</b>            | <b>6,54%</b>            |
| <b>1993</b>  | <b>463</b>          | <b>21</b>            | <b>4,53%</b>            |
| <b>1994</b>  | <b>436</b>          | <b>12</b>            | <b>2,75%</b>            |
| <b>1995</b>  | <b>419</b>          | <b>6</b>             | <b>1,43%</b>            |
| <b>Media</b> | <b>467,25</b>       | <b>18,83</b>         | <b>4,03%</b>            |



**TABLA X. MEDIA DE LAS CLASIFICACIONES CORRECTAS A LO LARGO DE LAS DISTINTAS MUESTRAS PARA DISTINTAS PONDERACIONES (CON RESULTADOS DEL ANÁLISIS EXTERNO).**

| Ponderaciones         | Horizontes     |               |                |                |               |
|-----------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|---------------|
|                       | H= 1 año       | H= 2 años     | H= 3 años      | H= 4 años      | H= 5 años     |
| <b>A (0,90;0,10)</b>  | (90,63;58,17)  | (96,87;63,22) | (93,62;61,82)  | (88,20;59,72)  | (88,89;77,78) |
| <b>B (0,70;0,30)</b>  | (89,13; 71,39) | (87,39;77,56) | (89,67;71,19)  | (84,03; 79,16) | (77,78;77,78) |
| <b>C (0,60;0,40)</b>  | (86,43;77,91)  | (85,04;81,99) | (87,00;74,36)  | (81,94;79,16)  | (77,78;83,33) |
| <b>D (0,50; 0,50)</b> | (83,46;86,35)  | (83,04;83,65) | (85,58;75,64)  | (81,95;83,33)  | (77,78;88,89) |
| <b>E (0,40; 0,60)</b> | (80,42;89,12)  | (80,60;85,04) | (84,33;78,42)  | (79,86;83,33)  | (72,22;88,89) |
| <b>F (0,30; 0,70)</b> | (78,76;90,78)  | (75,13;89,75) | (76,32;82,48)  | (77,78;85,41)  | (72,22;94,44) |
| <b>G (0,09; 0,91)</b> | (60,95;96,61)  | (59,14;91,13) | (56,38;96,86)  | (57,64;95,13)  | (66,67;94,44) |
| <b>H (0,01; 0,99)</b> | (20,70;97,30)  | (35,39;91,82) | (38,60;100,00) | (25,00;97,91)  | (44,44;94,44) |

**TABLA XI. 1. DISTINTAS COMBINACIONES DE ACIERTOS DE TIPO II Y PORCENTAJES TOTALES DE LA POBLACIÓN INSPECCIONADOS, EN FUNCIÓN DEL COSTE RELATIVO ASIGNADO A LOS ERRORES. HORIZONTE DE PREDICCIÓN DE UN AÑO.**

| Ponderaciones | % aciertos<br>buenas | % aciertos<br>malas | Coste relativo de los<br>errores implícito según<br>probabilidades a priori. |                                       | % total de la población<br>investigado asumiendo las<br>probabilidades a priori |                                       |
|---------------|----------------------|---------------------|--|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
|               |                      |                     | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)                                       | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)  | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) |
| (0,9;0,1)     | 90,63                | 58,17               | 11   | 1                                     | 9,86  | 14,25                                 |
| (0,7;0,3)     | 89,13                | 71,39               | 42,5   | 4                                     | 11,47   | 16,92                                 |
| (0,6;0,4)     | 86,43                | 77,91               | 66   | 6                                     | 14,21   | 20,00                                 |
| (0,5;0,5)     | 83,46                | 86,35               | 99   | 9                                     | 17,23   | 23,52                                 |
| (0,4;0,6)     | 80,42                | 89,12               | 148  | 13,5                                  | 20,27   | 26,53                                 |
| (0,3;0,7)     | 78,76                | 90,78               | 231  | 21                                    | 21,93   | 28,19                                 |
| (0,09;0,91)   | 60,95                | 96,61               | 1000   | 91                                    | 39,62   | 44,81                                 |
| (0,01;0,99)   | 20,70                | 97,30               | 9800   | 891                                   | 79,48   | 81,10                                 |

**TABLA XI. 2. DISTINTAS COMBINACIONES DE ACIERTOS DE TIPO II Y PORCENTAJES TOTALES DE LA POBLACIÓN INSPECCIONADOS, EN FUNCIÓN DEL COSTE RELATIVO ASIGNADO A LOS ERRORES. HORIZONTE DE PREDICCIÓN DE DOS AÑOS.**

| Ponderaciones | % aciertos<br>buenas | % aciertos<br>malas | Coste relativo de los<br>errores implícito según<br>probabilidades a priori. |                                       | % total de la población<br>investigado asumiendo las<br>probabilidades a priori |                                       |
|---------------|----------------------|---------------------|--|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
|               |                      |                     | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)                                       | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)  | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) |
| (0,9;0,1)     | 96,87                | 63,22               | 11   | 1                                     | 3,73  | 9,14                                  |
| (0,7;0,3)     | 87,39                | 77,56               | 42,5   | 4                                     | 13,26   | 19,10                                 |
| (0,6;0,4)     | 85,04                | 81,99               | 66   | 6                                     | 15,63   | 21,66                                 |
| (0,5;0,5)     | 83,04                | 83,65               | 99   | 9                                     | 17,63   | 23,63                                 |
| (0,4;0,6)     | 80,60                | 85,04               | 148  | 13,5                                  | 20,06   | 25,96                                 |
| (0,3;0,7)     | 75,13                | 89,75               | 231  | 21                                    | 25,52   | 31,32                                 |
| (0,09;0,91)   | 59,14                | 91,13               | 1000   | 91                                    | 41,36   | 45,89                                 |
| (0,01;0,99)   | 35,39                | 91,82               | 9800   | 891                                   | 64,88   | 67,33                                 |

**TABLA XI. 3. DISTINTAS COMBINACIONES DE ACIERTOS DE TIPO II Y PORCENTAJES TOTALES DE LA POBLACIÓN INSPECCIONADOS, EN FUNCIÓN DEL COSTE RELATIVO ASIGNADO A LOS ERRORES. HORIZONTE DE PREDICCIÓN DE TRES AÑOS.**

| Ponderaciones | % aciertos<br>buenas | % aciertos<br>malas | Coste relativo de los<br>errores implícito según<br>probabilidades a priori. |                                       | % total de la población<br>investigado asumiendo las<br>probabilidades a priori |                                       |
|---------------|----------------------|---------------------|--|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
|               |                      |                     | Escenario<br>Optimista<br>(0,99;0,01)  | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) | Escenario<br>Optimista<br>(0,99;0,01)   | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) |
| (0,9;0,1)     | 93,62                | 61,82               | 11   | 1                                     | 6,93  | 11,92                                 |
| (0,7;0,3)     | 89,67                | 71,79               | 42,5   | 4                                     | 10,95   | 16,48                                 |
| (0,6;0,4)     | 87,00                | 74,36               | 66   | 6                                     | 13,61   | 19,14                                 |
| (0,5;0,5)     | 85,58                | 75,64               | 99   | 9                                     | 15,03   | 20,54                                 |
| (0,4;0,6)     | 84,33                | 78,42               | 148  | 13,5                                  | 16,30   | 21,95                                 |
| (0,3;0,7)     | 76,32                | 82,48               | 231  | 21                                    | 24,27   | 29,56                                 |
| (0,09;0,91)   | 56,38                | 96,86               | 1000   | 91                                    | 41,15   | 48,95                                 |
| (0,01;0,99)   | 38,60                | 100,00              | 9800   | 891                                   | 61,79   | 65,26                                 |

**TABLA XL4. DISTINTAS COMBINACIONES DE ACIERTOS DE TIPO II Y PORCENTAJES TOTALES DE LA POBLACIÓN INSPECCIONADOS, EN FUNCIÓN DEL COSTE RELATIVO ASIGNADO A LOS ERRORES. HORIZONTE DE PREDICCIÓN DE CUATRO AÑOS.**

| Ponderaciones | % aciertos<br>buenas | % aciertos<br>malas | Coste relativo de los<br>errores implícito según<br>probabilidades a priori. |                                       | % total de la población<br>investigado asumiendo las<br>probabilidades a priori |                                       |
|---------------|----------------------|---------------------|--|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
|               |                      |                     | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)                                       | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)  | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) |
| (0,9;0,1)     | 88,20                | 59,62               | 11   | 1                                     | 12,28   | 16,58                                 |
| (0,7;0,3)     | 84,03                | 79,16               | 42,5   | 4                                     | 16,60   | 22,29                                 |
| (0,6;0,4)     | 81,94                | 76,16               | 66   | 6                                     | 18,64   | 23,87                                 |
| (0,5;0,5)     | 81,94                | 83,33               | 99   | 9                                     | 18,71   | 24,59                                 |
| (0,4;0,6)     | 79,86                | 83,33               | 148  | 13,5                                  | 20,77   | 26,46                                 |
| (0,3;0,7)     | 77,78                | 85,41               | 231  | 21                                    | 22,85   | 28,54                                 |
| (0,09;0,91)   | 57,64                | 95,13               | 1000   | 91                                    | 42,89   | 47,64                                 |
| (0,01;0,99)   | 25,00                | 97,91               | 9800   | 891                                   | 75,23   | 77,29                                 |

**TABLA XI.5. DISTINTAS COMBINACIONES DE ACIERTOS DE TIPO II Y PORCENTAJES TOTALES DE LA POBLACIÓN INSPECCIONADOS, EN FUNCIÓN DEL COSTE RELATIVO ASIGNADO A LOS ERRORES. HORIZONTE DE PREDICCIÓN DE CINCO AÑOS.**

| Ponderaciones | % aciertos<br>buenas | % aciertos<br>malas | pólítico según probabilidades          |                                       | % total de la población<br>investigado asumiendo las<br>probabilidades a priori |                                       |
|---------------|----------------------|---------------------|--|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
|               |                      |                     | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01) | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) | Escenario<br>Optimista<br>( 0,99;0,01)  | Escenario<br>Pesimista<br>(0,90;0,10) |
| (0,9;0,1)     | 88,89                | 77,78               | 11                                     | 1                                     | 11,78   | 17,78                                 |
| (0,7;0,3)     | 77,78                | 77,78               | 42,5                                   | 4                                     | 22,77   | 27,78                                 |
| (0,6;0,4)     | 77,78                | 83,33               | 66                                     | 6                                     | 22,83   | 28,33                                 |
| (0,5;0,5)     | 77,78                | 88,89               | 99                                     | 9                                     | 22,89   | 28,89                                 |
| (0,4;0,6)     | 72,22                | 88,89               | 148                                    | 13,5                                  | 28,39   | 33,89                                 |
| (0,3;0,7)     | 72,22                | 94,44               | 231                                    | 21                                    | 28,45   | 34,45                                 |
| (0,09;0,91)   | 66,67                | 94,44               | 1000                                   | 91                                    | 33,94   | 39,44                                 |
| (0,01;0,99)   | 44,44                | 94,44               | 9800                                   | 891                                   | 55,95   | 59,45                                 |

**TABLA XII.1 PREDICCIONES PARA LA MUESTRA QUE CONTIENE  
36 EMPRESAS PARA EL AÑO BASE UTILIZANDO BALANCES DE  
UNO HASTA 5 AÑOS PREVIOS. EMPRESAS MALAS.<sup>a</sup>**

| Número | Horizontes de predicción |           |            |           |           |
|--------|--------------------------|-----------|------------|-----------|-----------|
|        | H= 1 año                 | H= 2 años | H = 3 años | H= 4 años | H= 5 años |
| 1      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 2      | <b>B</b>                 | <b>B</b>  | <b>B</b>   | <b>B</b>  | M         |
| 3      | M                        | M         | M          | M         | <b>B</b>  |
| 4      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 5      | M                        | <b>B</b>  | <b>B</b>   | M         | M         |
| 6      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 7      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 8      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 9      | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 10     | M                        | <b>B</b>  | <b>B</b>   | <b>B</b>  | M         |
| 11     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 12     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 13     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 14     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 15     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 16     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 17     | M                        | M         | M          | M         | M         |
| 18     | <b>B</b>                 | M         | M          | <b>B</b>  | <b>B</b>  |

Notas : (a) Son empresas que fueron liquidadas por la CLEA el año siguiente al base.

**M:** Predicción como quebrada para el año base.

**B :** Predicción como viva para el año base.

**TABLA XII.2. PREDICCIONES PARA LA MUESTRA QUE CONTIENE  
36 EMPRESAS PARA EL AÑO BASE UTILIZANDO BALANCES DE  
UNO HASTA 5 AÑOS PREVIOS. EMPRESAS BUENAS.\***

| Número | Horizontes de predicción |           |            |           |           |
|--------|--------------------------|-----------|------------|-----------|-----------|
|        | H= 1 año                 | H= 2 años | H = 3 años | H= 4 años | H= 5 años |
| 1      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 2      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 3      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 4      | B                        | B         | B          | B         | <i>M</i>  |
| 5      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 6      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 7      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 8      | B                        | B         | B          | B         | <i>M</i>  |
| 9      | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 10     | B                        | <i>M</i>  | B          | B         | B         |
| 11     | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 12     | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 13     | <i>M</i>                 | <i>M</i>  | <i>M</i>   | <i>M</i>  | <i>M</i>  |
| 14     | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 15     | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 16     | B                        | B         | B          | B         | B         |
| 17     | <i>M</i>                 | B         | <i>M</i>   | <i>M</i>  | <i>M</i>  |
| 18     | B                        | B         | B          | B         | B         |

Notas : (a) Son empresas que permanecían vivas el año siguiente al base.

**M:** Predicción como quebrada para el año base.

**B :** Predicción como viva para el año base.



**TABLA XIII.- PROBABILIDADES A POSTERIORI ESTIMADAS Y PONDERACIONES APLICADAS EN LA ESTIMACIÓN ROBUSTA.**

| H=1 | P    | Q    | W    | PD     |
|-----|------|------|------|--------|
| 1   | 0.09 | 0.91 | 1    | 2.31   |
| 1   | 0.83 | 0.17 | 0.52 | -1.59  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.06 | 0.94 | 1    | 2.75   |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.45 | 0.55 | 1    | 0.20   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.08 | 0.92 | 1    | 2.44   |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.15 | 0.85 | 1    | 1.73   |
| 1   | 0.3  | 0.7  | 1    | 0.85   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.48 | 0.52 | 1    | 0.08   |
| 1   | 0.1  | 0.9  | 1    | 2.20   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.6  | 0.4  | 1    | -0.41  |
| 0   | 0.62 | 0.38 | 1    | -0.49  |
| 0   | 0.98 | 0.02 | 1    | -3.89  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.85 | 0.15 | 1    | -1.73  |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.92 | 0.08 | 1    | -2.44  |
| 0   | 0.97 | 0.03 | 1    | -3.48  |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.97 | 0.03 | 1    | -3.48  |
| 0   | 0.82 | 0.18 | 1    | -1.52  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.92 | 0.08 | 1    | -2.44  |
| 0   | 0.01 | 0.99 | 0.25 | 4.60   |
| 0   | 0.92 | 0.08 | 1    | -2.44  |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.91 | 0.09 | 1    | -2.31  |
| 0   | 0.18 | 0.82 | 0.54 | 1.52   |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |

La primera columna representa el valor verdadero de cada observación.

H: Horizonte

P: Probabilidad a posteriori estimada de pertenecer al grupo de las malas

Q: Probabilidad a posteriori estimada de pertenecer al grupo de las buenas

W: Ponderaciones utilizadas en la estimación robusta

PD: Puntuaciones discriminantes

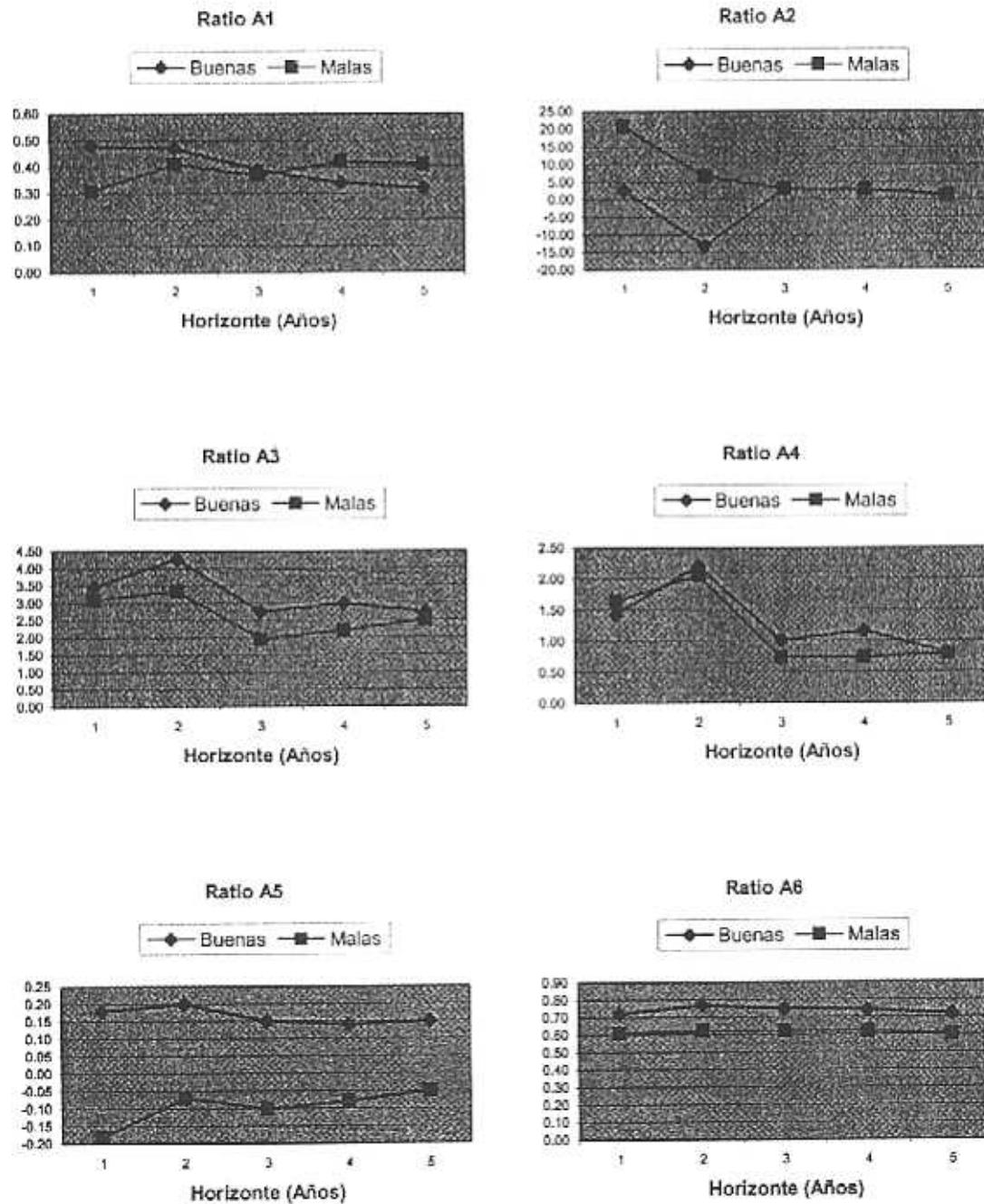
| H=2 | P    | Q    | W    | PD     |
|-----|------|------|------|--------|
| 1   | 0.08 | 0.92 | 1    | 2.44   |
| 1   | 0.56 | 0.44 | 1    | -0.24  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.94 | 0.06 | 0.31 | -2.75  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.08 | 0.92 | 1    | 2.44   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 1    | 0    | 0.24 | -13.82 |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.3  | 0.7  | 1    | 0.85   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 0   | 0.19 | 0.81 | 0.56 | 1.45   |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.69 | 0.31 | 1    | -0.80  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.69 | 0.31 | 1    | -0.80  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.98 | 0.02 | 1    | -3.89  |
| 0   | 0.09 | 0.91 | 0.34 | 2.31   |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.96 | 0.04 | 1    | -3.18  |
| 0   | 0.07 | 0.93 | 0.32 | 2.59   |
| 0   | 0.91 | 0.09 | 1    | -2.31  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0.79 | 0.21 | 1    | -1.32  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |

| H=3 | P    | Q    | W    | PD     |
|-----|------|------|------|--------|
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 1    | 0    | 0.24 | -13.82 |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.99 | 0.01 | 0.25 | -4.60  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 1    | 0    | 0.24 | -13.82 |
| 1   | 0.09 | 0.91 | 1    | 2.31   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.15 | 0.85 | 1    | 1.73   |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.91 | 0.09 | 1    | -2.31  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.75 | 0.25 | 1    | -1.10  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.97 | 0.03 | 1    | -3.48  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.88 | 0.12 | 1    | -1.99  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0    | 1    | 0.24 | 11.51  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.98 | 0.02 | 1    | -3.89  |
| 0   | 0    | 1    | 0.24 | 11.51  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |

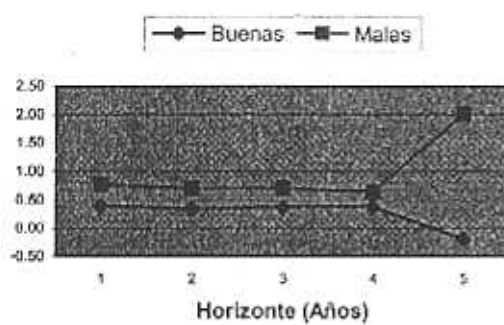
| H=4 | P    | Q    | W    | PD     |
|-----|------|------|------|--------|
| 1   | 0.09 | 0.91 | 1    | 2.31   |
| 1   | 0.97 | 0.03 | 0.27 | -3.48  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 1    | 0    | 0.24 | -13.82 |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0.18 | 0.82 | 1    | 1.52   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.96 | 0.04 | 0.28 | -3.18  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.9  | 0.1  | 1    | -2.20  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.87 | 0.13 | 1    | -1.90  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.84 | 0.16 | 1    | -1.66  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.93 | 0.07 | 1    | -2.59  |
| 0   | 0.72 | 0.28 | 1    | -0.94  |
| 0   | 0.98 | 0.02 | 1    | -3.89  |
| 0   | 0    | 1    | 0.24 | 11.51  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |
| 0   | 0    | 1    | 0.24 | 11.51  |
| 0   | 0.99 | 0.01 | 1    | -4.60  |

| H=5 | P    | Q    | W    | PD     |
|-----|------|------|------|--------|
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.06 | 0.94 | 1    | 2.75   |
| 1   | 0.74 | 0.26 | 0.82 | -1.05  |
| 1   | 0.03 | 0.97 | 1    | 3.48   |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.05 | 0.95 | 1    | 2.94   |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.03 | 0.97 | 1    | 3.48   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.48 | 0.52 | 1    | 0.08   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.01 | 0.99 | 1    | 4.60   |
| 1   | 0    | 1    | 1    | 11.51  |
| 1   | 0.02 | 0.98 | 1    | 3.89   |
| 1   | 0.18 | 0.82 | 1    | 1.52   |
| 1   | 1    | 0    | 0.24 | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.97 | 0.03 | 1    | -3.48  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0    | 1    | 0.24 | 11.51  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.54 | 0.46 | 1    | -0.16  |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.03 | 0.97 | 0.27 | 3.48   |
| 0   | 0.98 | 0.02 | 1    | -3.89  |
| 0   | 0.92 | 0.08 | 1    | -2.44  |
| 0   | 0.95 | 0.05 | 1    | -2.94  |
| 0   | 0.93 | 0.07 | 1    | -2.59  |
| 0   | 0.01 | 0.99 | 0.25 | 4.60   |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |
| 0   | 0.88 | 0.12 | 1    | -1.99  |
| 0   | 0.18 | 0.82 | 0.52 | 1.52   |
| 0   | 1    | 0    | 1    | -13.82 |

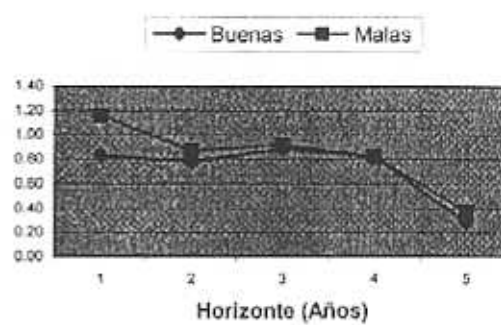
GRÁFICO 1.- MEDIAS DE LOS RATIOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS PARA CADA HORIZONTE.



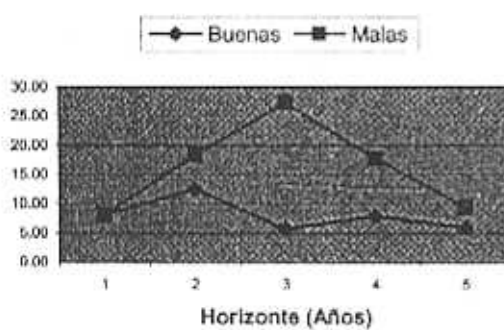
Ratio A7



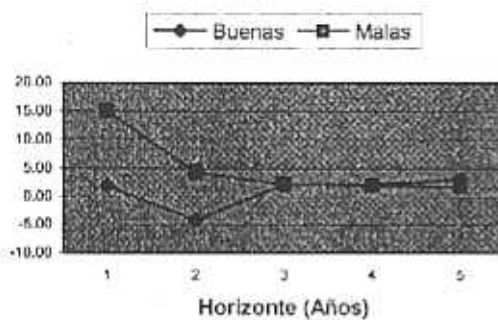
Ratio A8



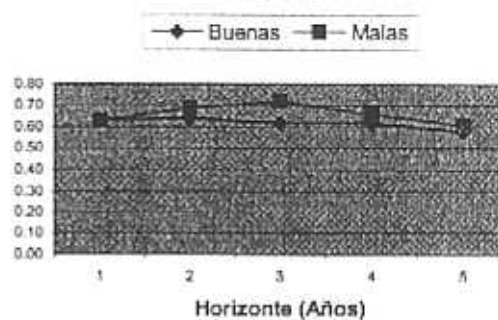
Ratio A9



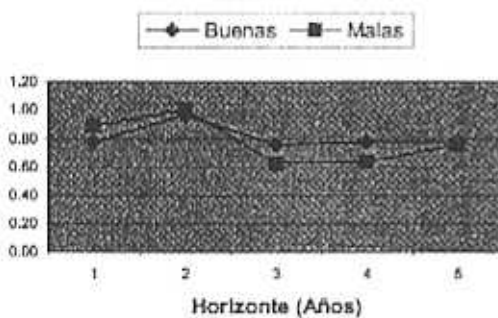
Ratio B1



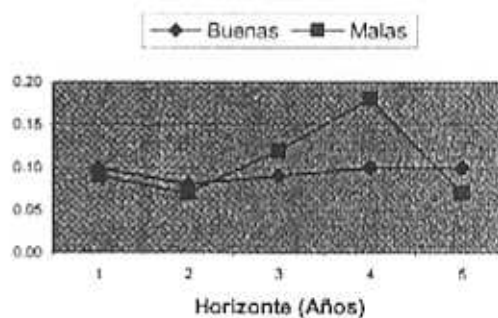
Ratio B2



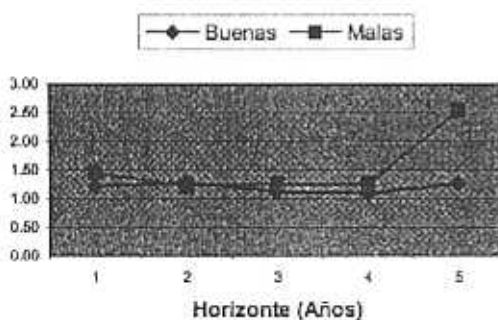
Ratio B3



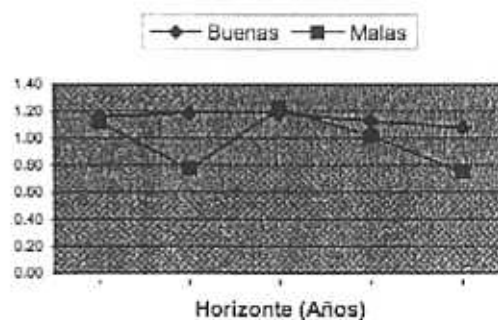
Ratio B4



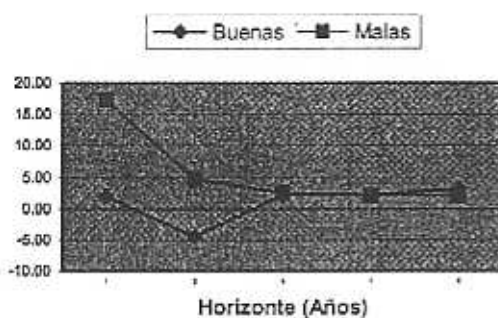
Ratio B5



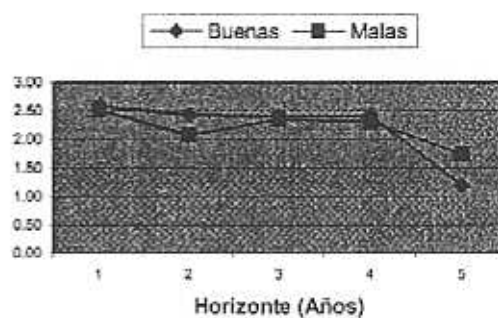
Ratio B6



Ratio B7

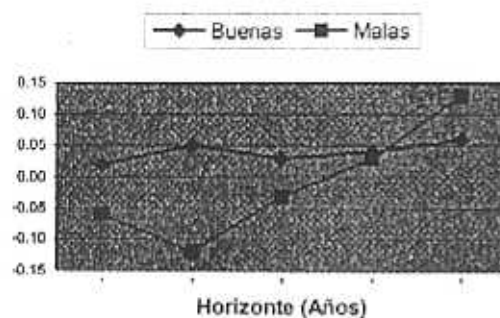


Ratio B8

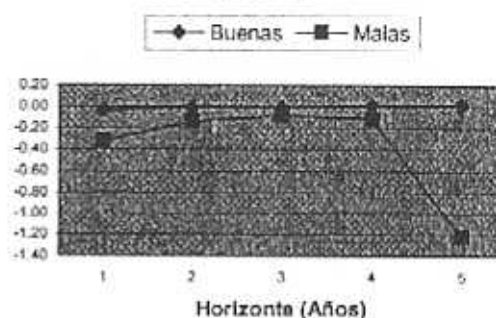




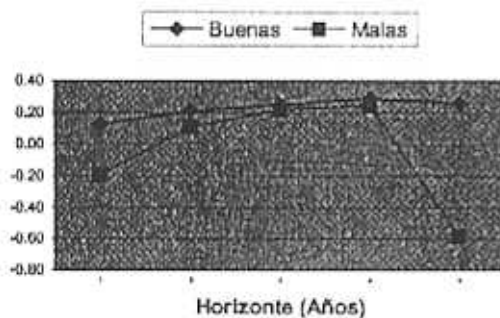
Ratio C1



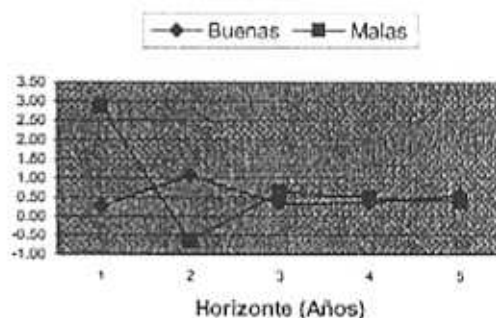
Ratio C2



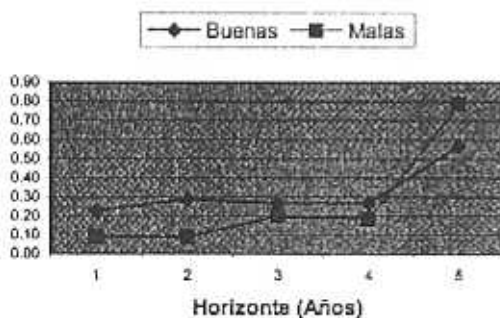
Ratio C3



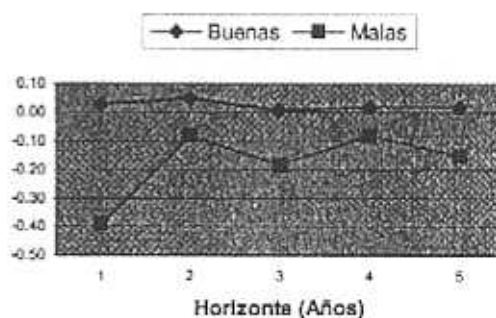
Ratio C4



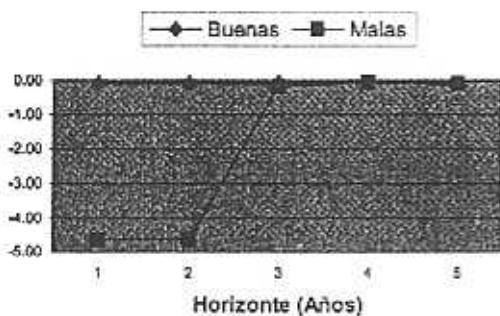
Ratio C5



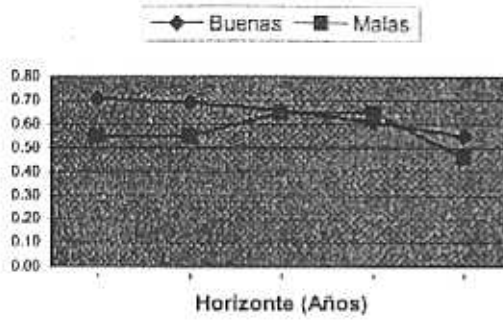
Ratio C6



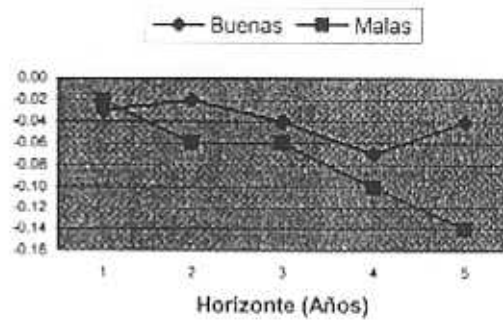
Ratio C7



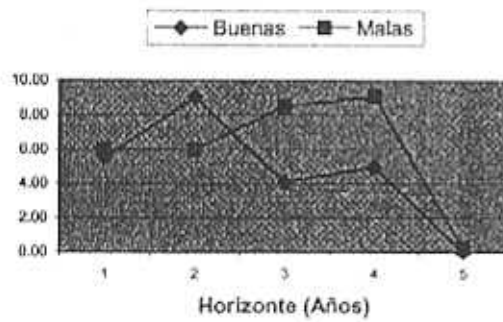
Ratio D1



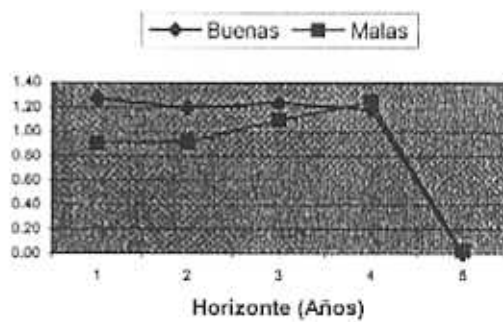
Ratio D2



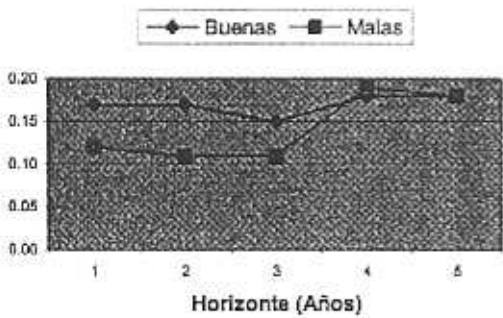
Ratio D3



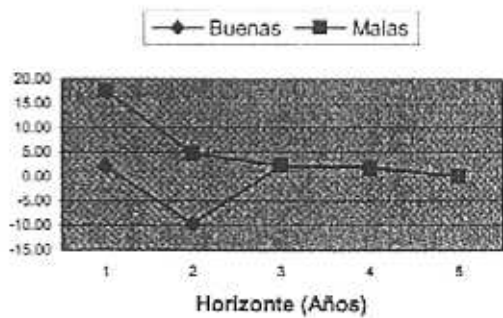
Ratio D4



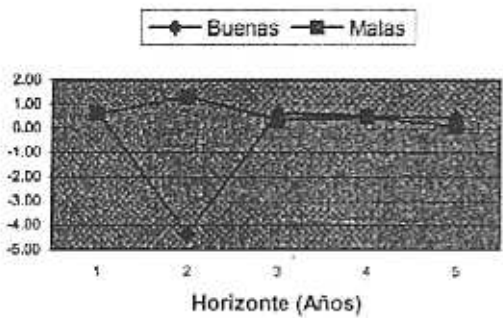
Ratio D5



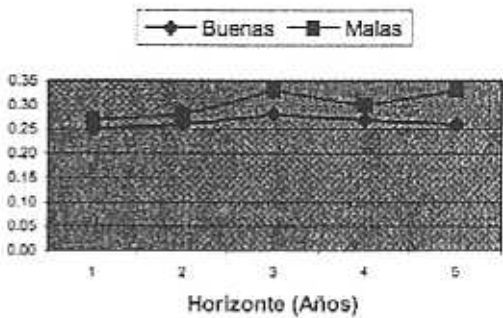
Ratio D6



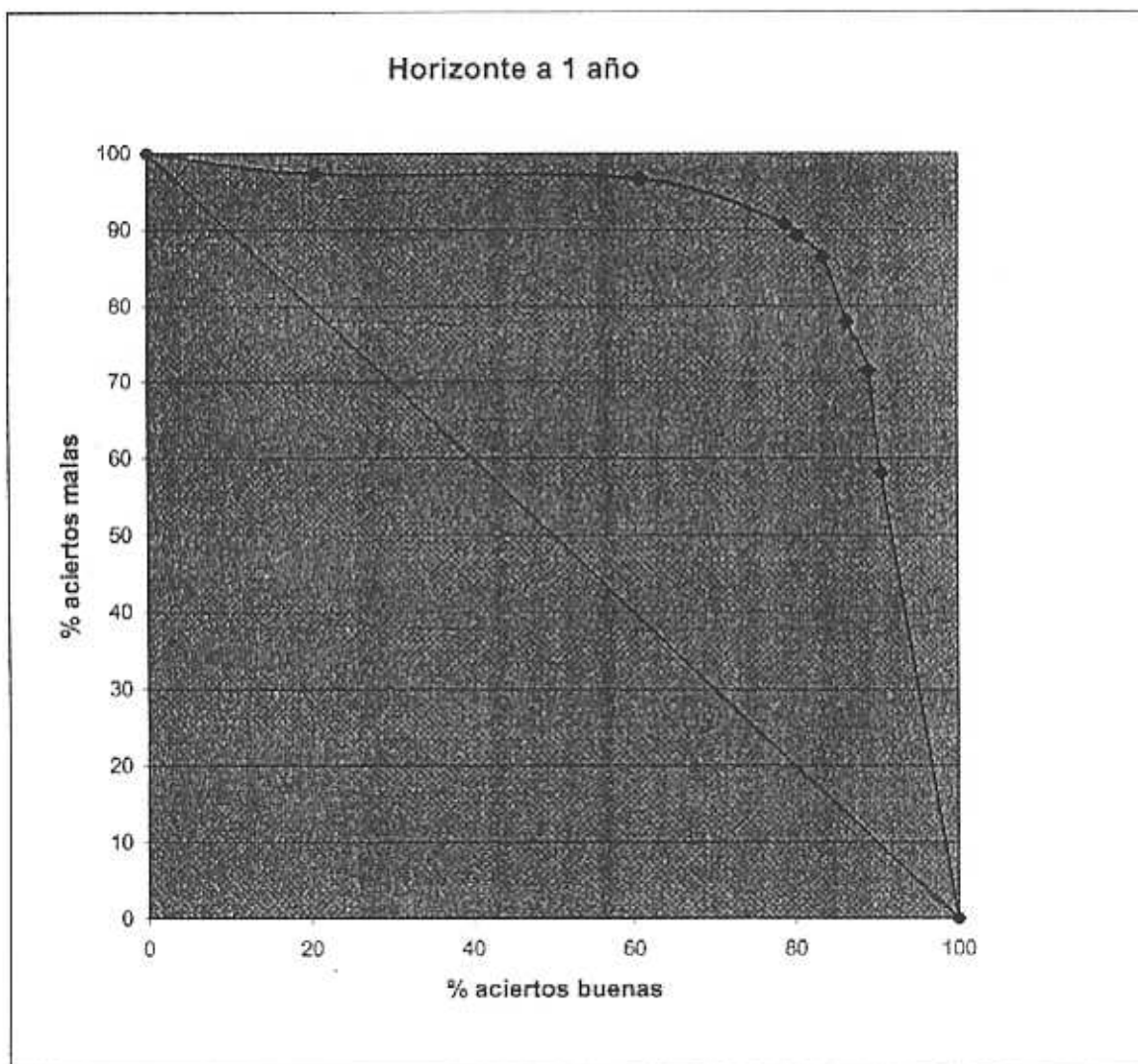
Ratio D7

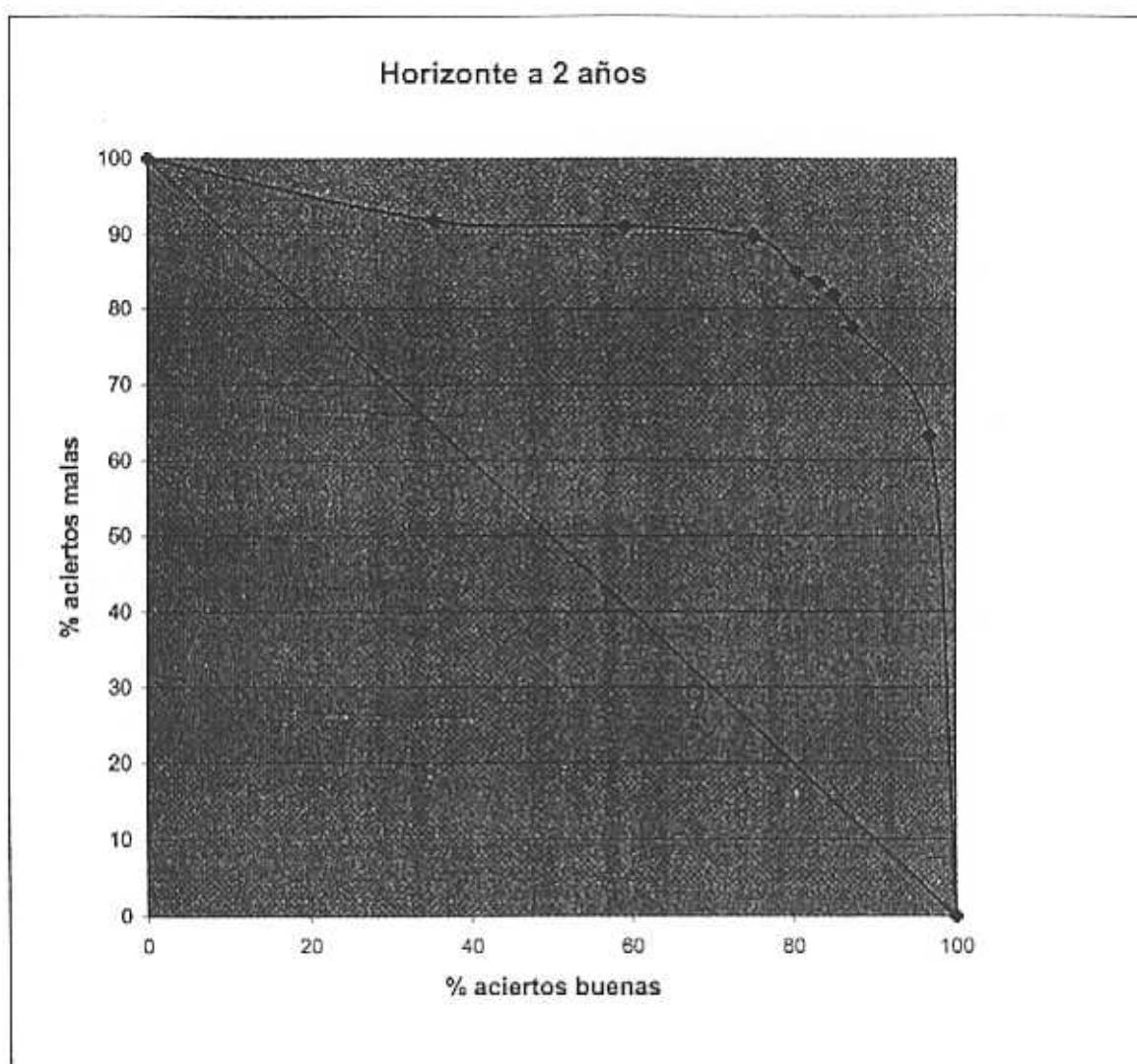


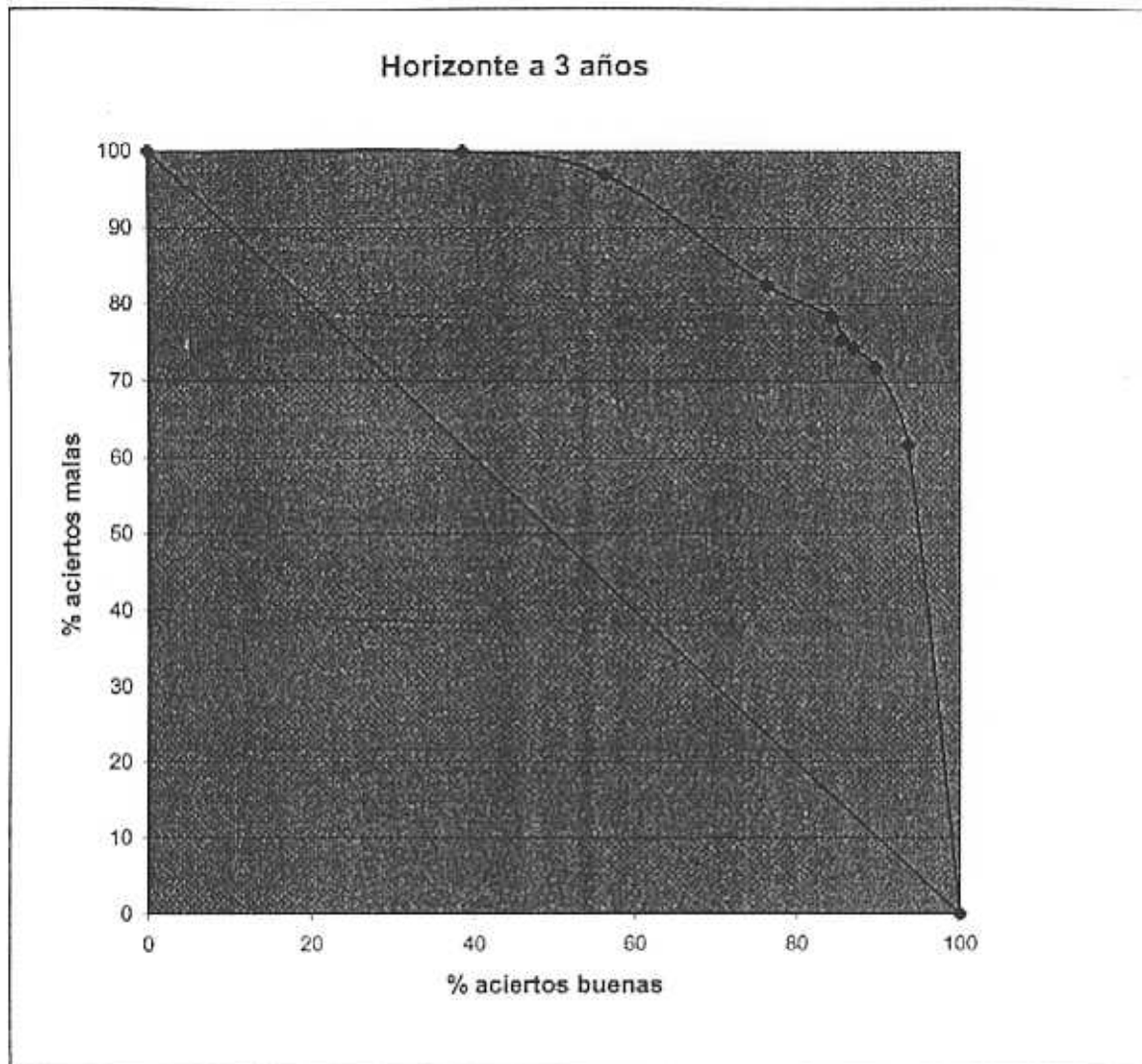
Ratio D8

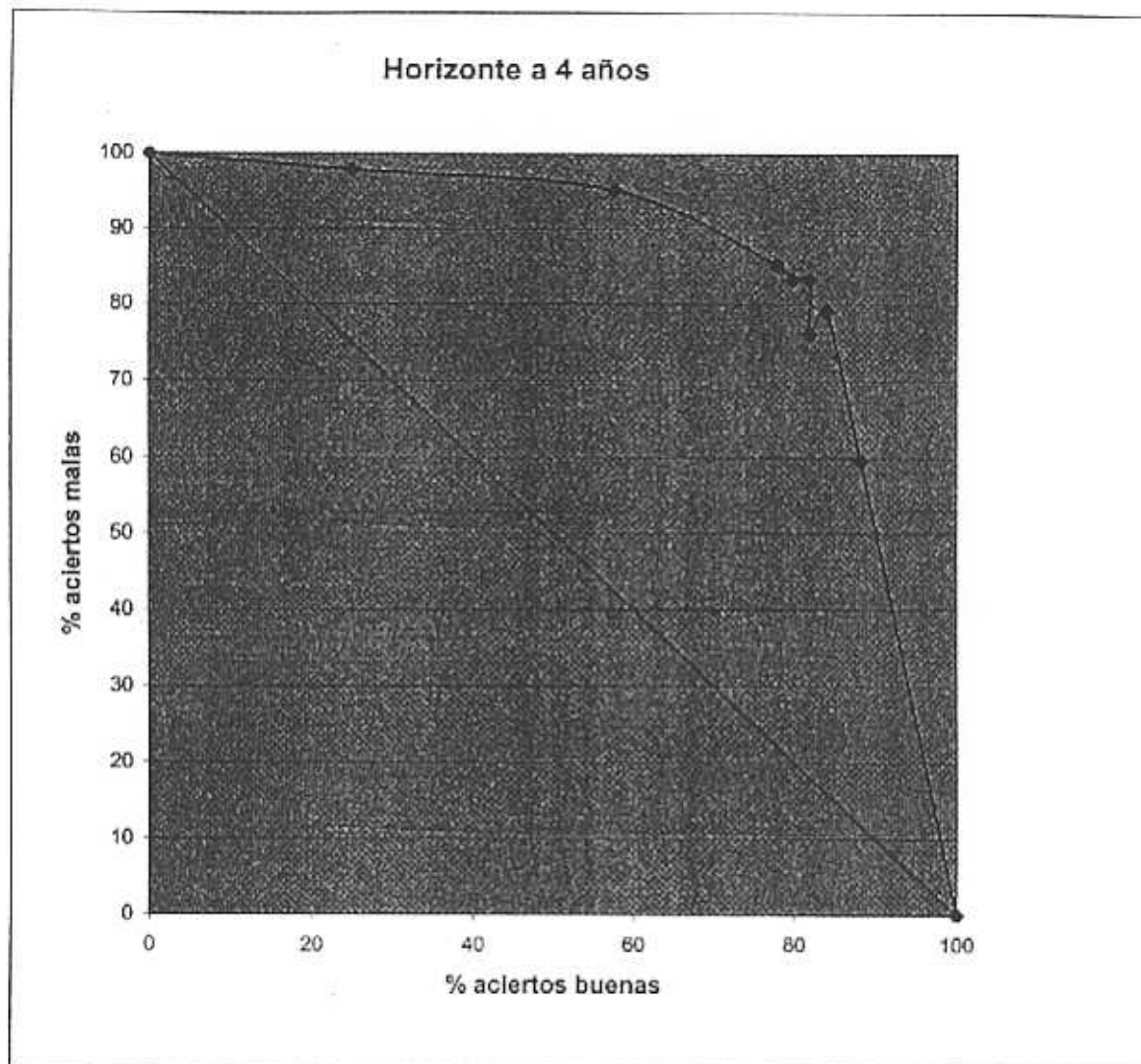


**GRÁFICO 2.- TRADE-OFF ENTRE PORCENTAJE DE ACIERTOS ENTRE LOS DISTINTOS GRUPOS EN FUNCIÓN DE LAS PONDERACIONES.**









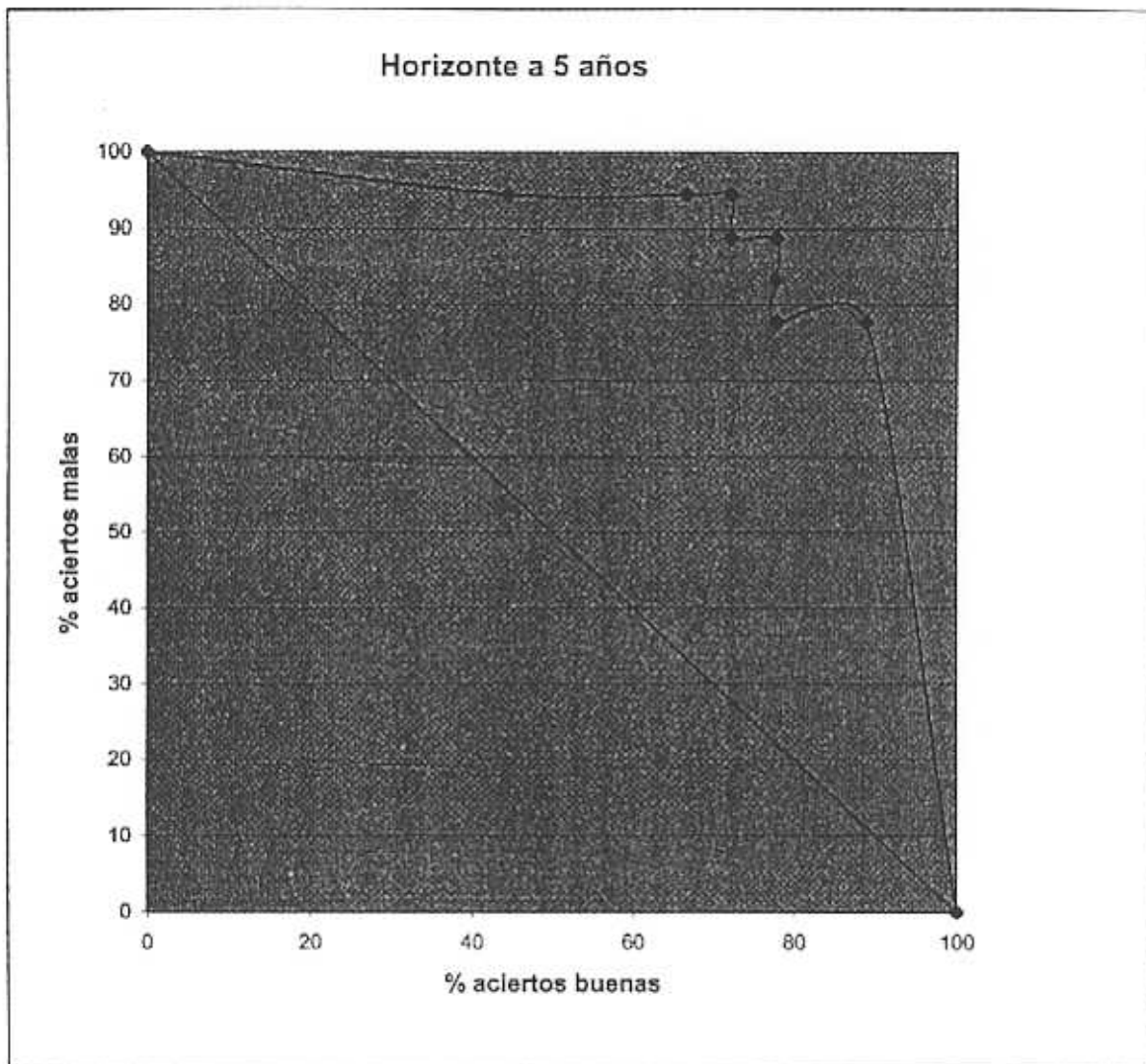
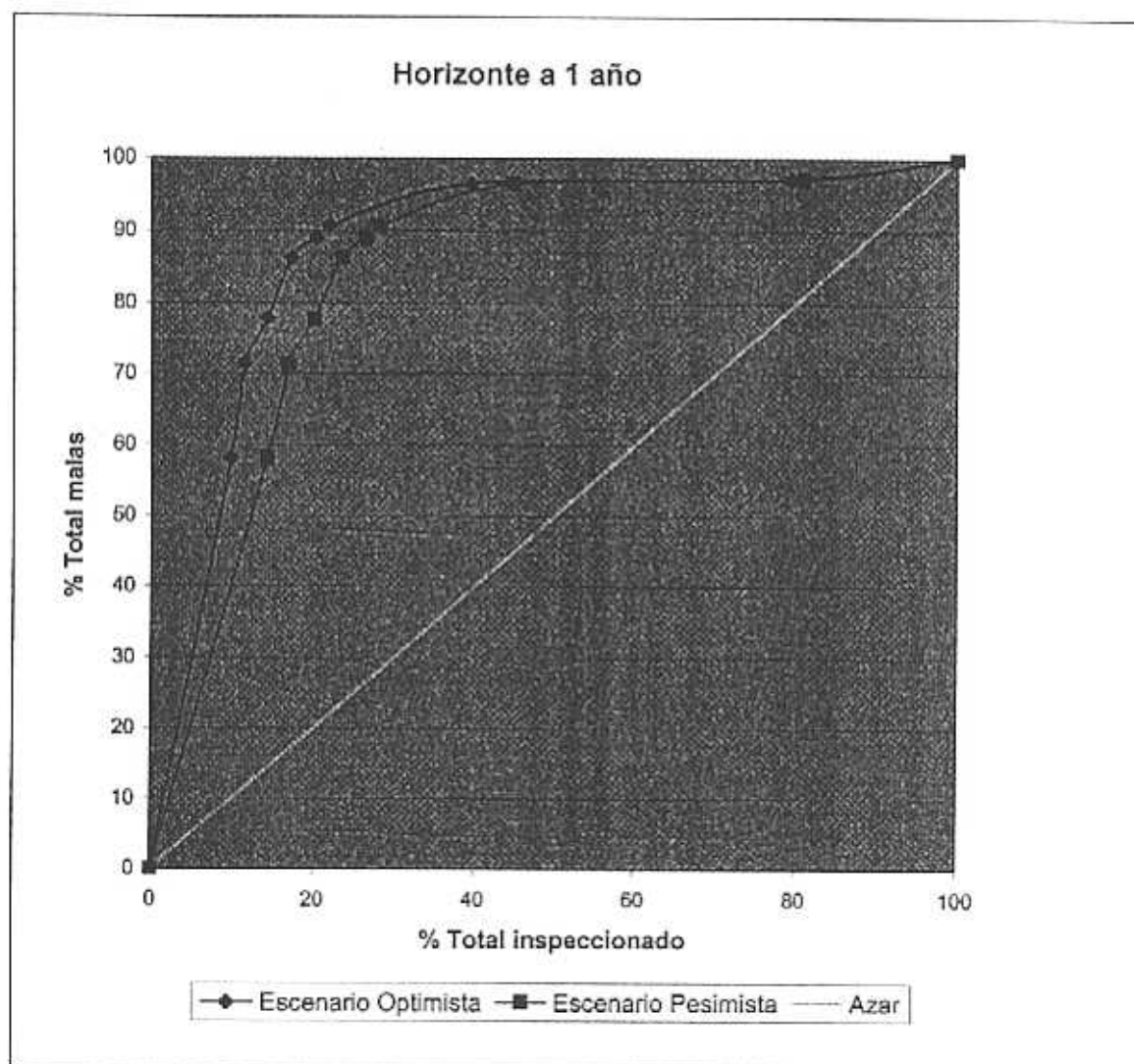
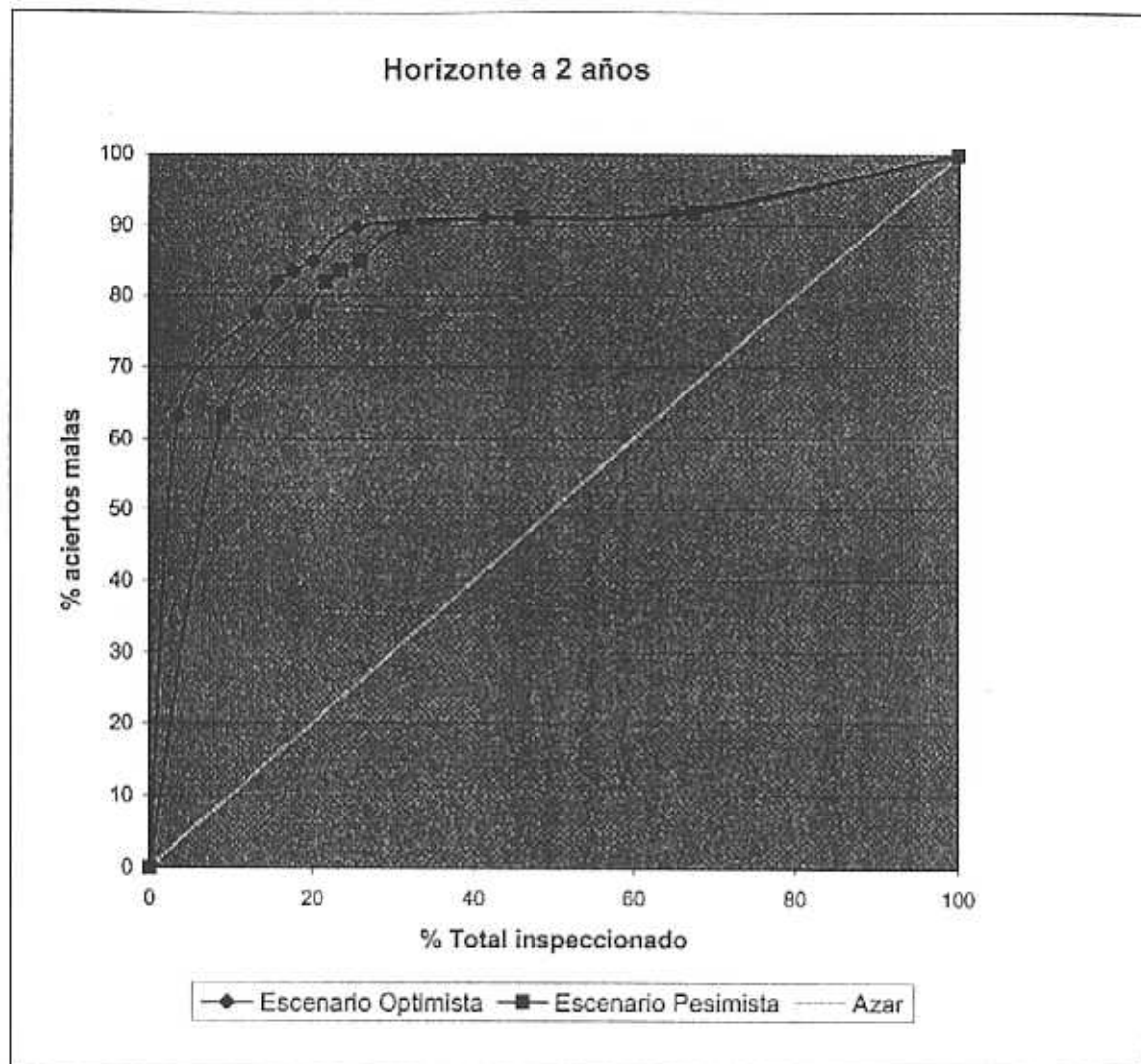


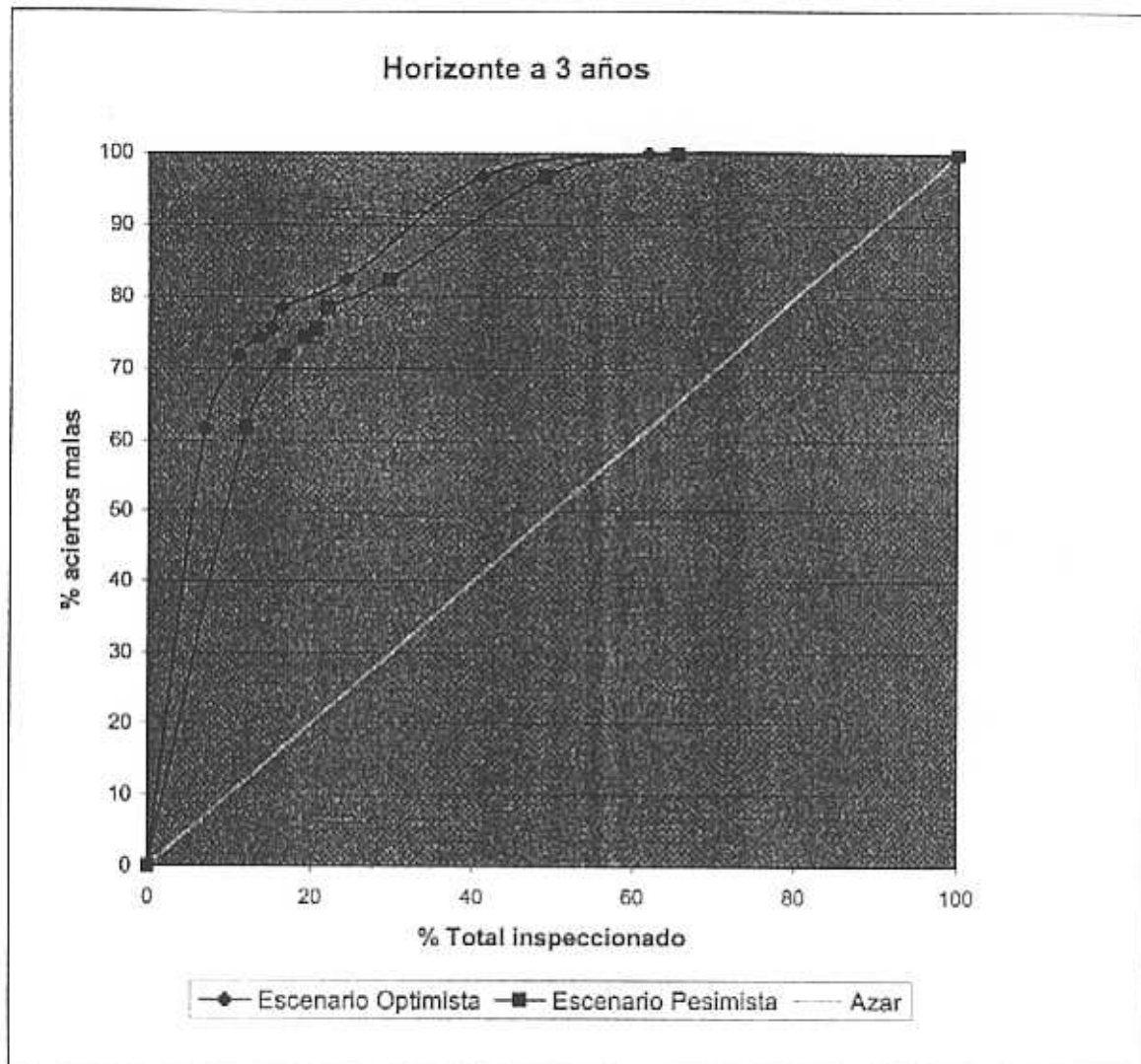


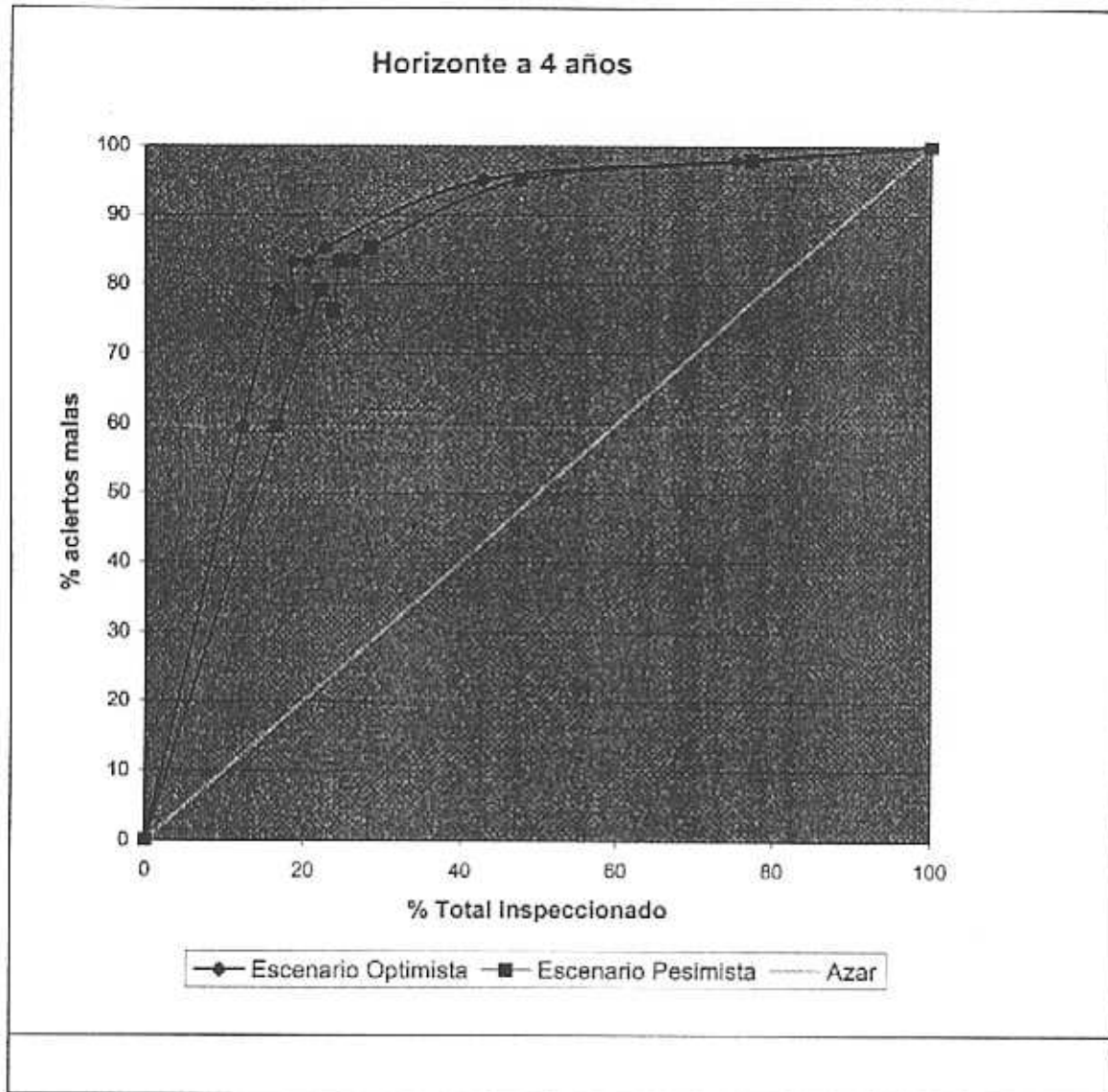
GRÁFICO 3.- TRADE-OFF ENTRE PORCENTAJE CAPTADO DE MALAS Y PORCENTAJE TOTAL INSPECCIONADO.

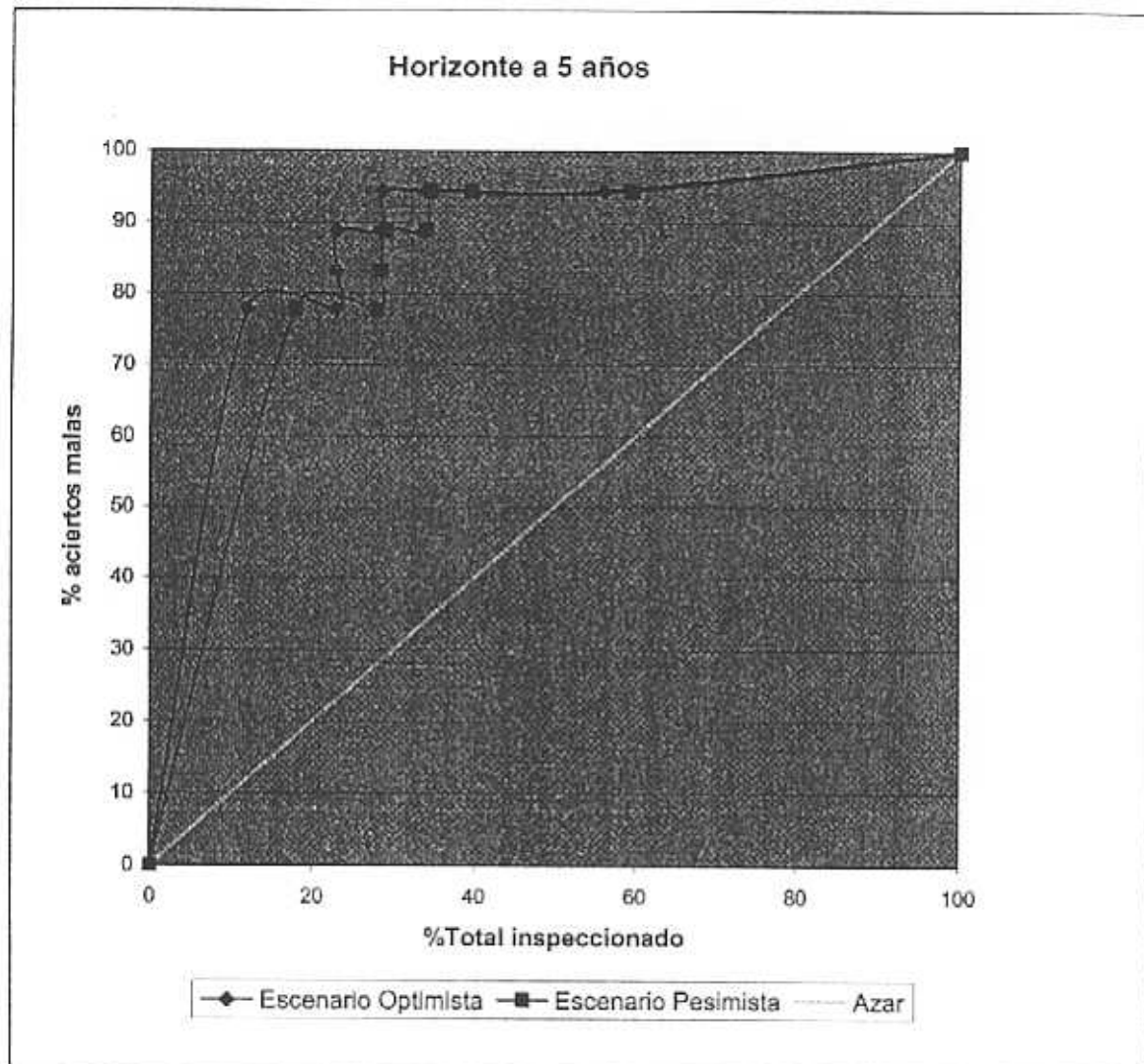












## **CONCLUSIONES**

Como ya comentamos en la introducción la motivación de este trabajo fue dar respuesta a dos cuestiones acerca de las insolvencias en el sector asegurador. Por una parte nos preguntábamos si utilizando datos públicos y disponibles con facilidad como son las cuentas anuales se podrían **detectar problemas financieros futuros** de las empresas aseguradoras. Por otro lado surgía la cuestión de si esto podría hacerse con la suficiente antelación como para permitir tomar las medidas necesarias para evitar o al menos mitigar los efectos de las crisis de éstas empresas.

Hicimos referencia en esa introducción a la enorme importancia que tiene el estudio del fenómeno de la insolvencia de una empresa por su repercusión en los intereses de un amplio colectivo, y en particular en sectores como el asegurador basados en la confianza de sus clientes y con un papel principal en el entramado financiero, que supone que una crisis en este sector pueda hacer sentir sus efectos en toda la economía.

En concreto, *la pregunta que se nos planteaba al iniciar este trabajo era si podía ser útil incorporar el análisis multivariante al estudio de la solvencia de las empresas de seguros en el caso español y en qué forma podría llevarse eso a cabo con los mejores resultados y los menores costes.*

Para responder a esta pregunta acudimos al *terreno empírico*, y elaboramos un experimento con el que tratamos de evaluar la eficacia de una técnica estadística multivariante, el **análisis discriminante**, en la detección de posibles insolvencias futuras, utilizando ratios financieros como variables explicativas. Intentamos, asimismo, averiguar qué ratios eran los más relevantes a la hora de señalar estas situaciones con cierta

anticipación, y analizamos muchos otros aspectos relacionados con las posibilidades y limitaciones prácticas de esta técnica.

Pero antes de abordar el problema del experimento empírico necesitamos conocer mejor algunos aspectos como los **legales** que inevitablemente condicionan los datos con los que vamos a trabajar y que conviene no perder de vista a la hora de utilizarlos; la **naturaleza de los ratios** y su interpretación, ya que van a ser las herramientas con las que vamos a intentar explicar éste fenómeno; y por último la técnica estadística que nos ha servido de soporte en el análisis de los datos, el **análisis discriminante**.

Al estudiar los **aspectos legales** en relación con el sector asegurador en nuestro país hemos intentado principalmente comparar la legislación vigente para los datos que forman parte de la muestra, es decir, la Ley de 1984 de Ordenación del Seguro Privado y su Reglamento de 1985, con la legislación actualmente en vigor, la Ley de 1995 de Ordenación y Supervisión del Seguro Privado y su Reglamento de 1998.

Inevitablemente la regulación vigente en cada momento condiciona el comportamiento de las empresas, es más, ese es su objetivo, resulta por tanto imprescindible conocer el contexto normativo en el que han desarrollado su actividad las empresas de nuestra muestra con el objeto de no llegar a conclusiones espúreas a la hora de interpretar los resultados.

El sector asegurador ha sido objeto de una abundante regulación tanto por su especial relevancia económica, como por lo singular de su negocio que supone cobrar antes de producir, lo que ha dado en llamarse "inversión del proceso productivo", es decir, lo que obliga a fijar el precio (prima) antes de conocer el coste del producto que se vende (seguridad).

Los aspectos en que nos hemos centrado han sido lógicamente aquellos más relacionados con la solvencia, es decir, las normas de acceso a la actividad aseguradora y sobre todo las relativas a la continuidad en el ejercicio de la misma: provisiones técnicas, margen de solvencia y fondo de garantía.

En consonancia con lo peculiar del negocio asegurador, también lo es su contabilidad, así que también hemos querido detenernos en este punto, dado que la base de nuestro trabajo son los datos contables que intervienen en el cómputo de los ratios.

A la luz de los resultados, como veremos, algunos de los problemas que han determinado las crisis empresariales en el sector seguros no vida, es probable que con la nueva legislación sean mitigados, ya que introduce modificaciones que ayudarán a que no se repitan ciertos errores del pasado. Por ejemplo, los problemas de insuficiencia de la prima serán más fáciles de determinar, ya que se recoge una provisión específica por este concepto, lo que obligará a un mejor cálculo de la misma, y por tanto a que las entidades e incluso los supervisores sean más conscientes de este problema. El aumento en los capitales mínimos es otro de los cambios que probablemente ayude a hacer menos frecuente las crisis en la medida en que evita que entren en el mercado empresas que por su reducida dimensión no pueden contar con una cartera lo suficientemente amplia como para que su variabilidad sea aceptable.

En la medida en que tanto la legislación como las circunstancias económicas han experimentado cambios sería muy interesante retomar este análisis más adelante con períodos más recientes para comprobar hasta qué punto siguen siendo válidas las conclusiones de este trabajo.

En el capítulo destinado al estudio de **los ratios** comentamos la utilidad de esta herramienta de análisis que permite la comparación de magnitudes relativas entre empresas independientes del tamaño de las mismas, y con un significado económico fácilmente interpretable. En el citado capítulo, hicimos un repaso de aquellos más importantes tanto en general como específicamente para el sector asegurador. Dado que el número de ratios que pueden proponerse es infinito, no hemos tenido más remedio que realizar una preselección de los ratios para quedarnos con aquellos que finalmente han intervenido en nuestro análisis.

Otra ampliación de nuestro trabajo en base a los ratios podría incorporar más ratios extraídos del Balance y la Cuenta de Pérdidas y



Ganancias, e incluso si llegásemos a disponer de información de otros estados estadístico-contables, de ratios basados en estos estados, lo que probablemente enriquecería el trabajo y mejoraría los resultados.

El tercer bloque de información necesario para poder enfrentarnos al trabajo empírico es el conocimiento de la herramienta estadística que hemos utilizado, es decir, el **análisis discriminante**. El capítulo cuarto se dedica a comentar ampliamente tanto los aspectos teóricos relacionados con el mismo, así como los principales problemas que tiene su aplicación práctica.

El análisis discriminante es una técnica que suele utilizarse más con fines exploratorios que confirmatorios. No se trata de confirmar mediante test de significación la veracidad de una hipótesis basada en un modelo teórico, sino más bien de dejar que sean los datos los que nos guíen, se trata de ver qué nos dicen los datos.

El análisis discriminante es un análisis de proximidades, proporciona aquella combinación (lineal o no) de variables que consigue que los elementos que pertenecen a un mismo grupo estén lo más cerca posible unos de otros, y al mismo tiempo que estén lo más alejados posible de los elementos de otros grupos.

Nosotros hemos utilizado este análisis principalmente para clasificar unidades en grupos, pero puede utilizarse de forma más ambiciosa para asignar probabilidades de pertenencia a un grupo de las distintas unidades.

Al comentar las técnicas multivariantes pudimos ver la cantidad de alternativas que se nos pueden presentar a la hora de elegir un modelo que representase nuestros datos. Lógicamente hemos optado por aquella que nos ha parecido más acertada, pero podría pensarse en llevar a cabo análisis más minuciosos para comprobar la eficacia de aquellas alternativas que hemos descartado, como por ejemplo el modelo cuadrático en lugar del lineal finalmente elegido, e incluso modelos no paramétricos.

Una vez vistos estos aspectos previos necesarios para poder enfrentarnos a nuestro experimento, en el capítulo cuarto hicimos un repaso de la literatura aplicada al respecto, para tener una base en cuanto a los problemas a los que se habían enfrentado otros autores en análisis similares y las soluciones que había aportado cada uno de ellos.

Por fin, en el capítulo sexto relatamos desde el comienzo cual ha sido la trayectoria de este experimento, desde la selección de los datos hasta los resultados finales, aspectos que pasamos a comentar a continuación.

El objetivo último de este experimento era, partiendo de un conjunto amplio de ratios seleccionados en base a la lógica, la tradición financiera, y los resultados de análisis anteriores, encontrar aquel subconjunto que fuese óptimo desde el punto de vista de predecir la crisis de una empresa a un año vista.

Dado que las cuentas anuales están disponibles con cierto retraso, y teniendo en cuenta que las mismas al acercarnos al período de crisis pueden resultar menos fiables, y que existen también errores en las estimaciones, nos planteamos el estudio con datos de varios períodos anteriores a la crisis, de modo que aunque las cuentas se presenten con retraso podamos evaluar su posición respecto a su futuro financiero. Además, esperábamos que combinando la información de varios períodos se pudiera mejorar el diagnóstico acerca de la salud financiera de una empresa, disminuyendo la influencia de algún dato erróneo así como de los propios errores de estimación.

Como ejemplo de la utilidad que puede tener este análisis en el terreno real, hemos llevado a cabo una evaluación aproximada de las ganancias que podrían obtenerse en el campo de la actuación de la autoridad supervisora, si las inspecciones “in situ” fueran precedidas del citado análisis.

Por último, y aunque el análisis que hemos desarrollado no es un análisis de “causas” sino de “síntomas”, y la interpretación es difícil dado el número de variables involucradas y las correlaciones que existen entre

ellas, no hemos podido dejar de buscar una cierta explicación de porqué la información seleccionada como relevante lo es.

Los resultados en cuanto a la **capacidad predictiva** del modelo han sido mejores de lo esperado, y teniendo en cuenta los distintos costes de los errores han supuesto mejoras respecto a cualquier tipo de asignación al azar.

Los resultados correctos de la *clasificación interna* asumiendo probabilidades a priori y costes de clasificación errónea iguales para ambos grupos, han sido: 89,86 % utilizando los datos de un año antes del período evaluado; 87,91% utilizando datos de las cuentas de dos años antes del período de evaluación; 90,26%, 85,07% y 94,44% al utilizar datos de tres, cuatro y cinco años previos respectivamente.

Con objeto de reducir el sesgo que puede producir el hecho de utilizar la misma muestra para estimar y para evaluar, realizamos un *análisis externo* que nos proporciona resultados menos sesgados. Los porcentajes de clasificaciones correctas obtenidos con ese análisis fueron los siguientes en función del desfase de los datos: 81,86%, 81,27%, 76,79%, 75,34% y 77,78%.

Como puede observarse los resultados, aún siendo buenos, suponen un empeoramiento respecto a los anteriores sobre todo cuando utilizamos datos con desfases de más de dos años.

Al ser el tamaño de las muestras relativamente pequeño, la presencia de observaciones atípicas puede influir en la estimación de la función discriminante de manera indeseable, así como en los resultados. Para paliar este problema llevamos a cabo una estimación robusta de la función discriminante, basada en ponderar menos las observaciones que pudieran calificarse como atípicas. Los porcentajes de clasificaciones correctas obtenidos de la clasificación externa utilizando esta estimación robusta fueron los siguientes en función del desfase de los datos: 84,90%, 83,35%, 79,97%, 82,64% y 83,33%.

Como vemos esto supone una mejora respecto a los resultados anteriores, sobre todo para los desfases mayores de datos.

Estos resultados provienen de asumir una determinada relación de probabilidades a priori y costes de clasificación errónea. Para comprobar hasta qué punto estos buenos resultados podían mantenerse con otras ponderaciones repetimos los cálculos para una serie de puntos que abarcaban todo el espectro de ponderaciones. Los resultados de este análisis demostraron como vimos en el Gráfico 1 que para cualquier desfase en los datos, podemos obtener combinaciones de porcentajes de aciertos de buenas y malas que superan en ambos casos el 50% con prácticamente cualquier ponderación, y situándonos en los rangos de ponderaciones más realistas cerca del 80% de aciertos en ambos grupos.

También intentamos valorar las ganancias en cuanto al diagnóstico al utilizar información de los cinco balances previos, para el caso de ponderaciones iguales para los errores en ambas direcciones, y el resultado fue del 86'1% de aciertos al utilizar la mayoría como criterio para la asignación, es decir, *mejoramos a cualquiera de los diagnósticos tomando solo datos de un período*.

Una de las posibles aplicaciones de este análisis es servir como método de **preselección** de las empresas que requieren más atención por parte de la autoridad supervisora. Hemos cuantificado el número de empresas que requerirían ser inspeccionadas para alcanzar un porcentaje de aciertos en la detección de las liquidaciones determinado. Dicho porcentaje depende de las probabilidades a priori de fracasos y eso estará en función de la coyuntura económica. Hemos hecho los cálculos para dos escenarios límites. En función de la experiencia histórica reciente hemos definido un escenario optimista y uno pesimista. Los resultados que aparecen en el Gráfico 2 muestran que se obtendría una gran ganancia con esta preselección, ya que en cualquiera de los escenarios y para cualquiera de los desfases en los datos, inspeccionando un 40% de la población capturaríamos el 90% de las empresas con problemas, y con un 30% de la población capturaríamos un 80% como mínimo.

No hemos llegado a ver cual sería el porcentaje inspeccionado utilizando la información conjunta de los cinco balances previos, pero es

de suponer a la vista del resultado que hemos comentado anteriormente que esos porcentajes podrían reducirse aún más.

En cuanto a la **interpretación de los ratios seleccionados** vimos que pueden extraerse las siguientes conclusiones:

1) Las futuras empresas insolventes manifiestan *problemas de liquidez* desde mucho antes de la liquidación, los cuales se van agravando conforme se acerca el final.

2) Otro de los factores que aparece en todos los horizontes como diferenciador de las “buenas” y las “malas” es la *dotación de las provisiones técnicas*. Parece que las malas estarían infradotando estas provisiones. Quizá los problemas de liquidez lleven a estas empresas a no reconocer los compromisos pendientes adecuadamente con el fin de adelantar resultados y hacer frente a los problemas de liquidez inmediata. Es más importante en los horizontes cercanos a la crisis.

3) Un *menor grado de actividad* parece ser también uno de los hechos diferenciales de las empresas malas respecto a las buenas, a pesar de que dado el menor nivel de fondos propios con que parecen contar las primeras sigan asumiendo mayor riesgo del conveniente. Dado que el sector seguros se basa en la “ley de los grandes números”, una cartera demasiado pequeña implica una gran varianza y por tanto un gran riesgo.

4) La mala fijación de las primas también es uno de los aspectos que parecen señalar los datos como característico de las malas, que concentran un mayor volumen de riesgo diferido respecto a las primas cobradas, lo que puede suponer *insuficiencia de la prima*. Resulta obvio que de no corregirse este fenómeno puede llevar a resultados técnicos persistentemente negativos de difícil absorción por los resultados financieros, e incluso por los capitales libres a la larga. Este factor gana en importancia según nos alejamos del momento de la crisis, por lo que no sería aventurado suponer que es origen de alguno de los problemas que más tarde irán surgiendo en las malas en los horizontes más cortos.

5) El *grado de apalancamiento* aparece en los horizontes medios como un factor discriminante entre ambos grupos de empresas, siendo

menor el grado de apalancamiento en las "malas". Ello puede ser debido a que tengan más problemas o les resulte más caro acceder a financiación externa a la empresa por ser más pequeñas o estar peor calificadas por el mercado.

6) Como ya hemos comentado parece que las malas tienen un menor volumen de fondos propios y por tanto una *menor solvencia dinámica*.

7) Otros de los factores que aparecen en alguno de los horizontes, son por ejemplo:

- . *Menor activo fijo* en las futuras insolventes, lo que supone que no cuentan con el colchón de las reservas latentes.

- . *Peor gestión* en las malas.

- . *Peores resultados acumulados*.

8) En cuanto al *nivel de beneficios*, solo aparece como importante en el horizonte a dos años, y en el resto de horizontes en que aparece lo hace de manera residual y con el signo contrario al esperado, lo que podría indicar un beneficio inflado por una incorrecta dotación de provisiones. Sin embargo, cuando entra el ratio de resultados acumulados, lo hace con el signo esperado.

9) Por último, observamos que los ratios que me dan señales en los horizontes a uno y dos años, son ratios que reflejan problemas en el corto plazo, obviamente cuando ya no se puede recurrir a recursos a medio y largo plazo los problemas se vuelven más acuciantes. En cambio las ratios de los años 3º, 4º y 5º anteriores a la crisis, incluyen partidas más de medio y largo plazo.

En qué medida estos resultados pueden ser proyectados hacia delante es una pregunta a la que no podemos responder, en general porque el futuro puede sacar a la luz factores nuevos que no hemos recogido en nuestro modelo, pero en nuestro caso concreto a esta incertidumbre general hemos de añadir el cambio legislativo y la continua evolución del sector para adaptarse a un mercado más integrado y competitivo.

Pero aunque los resultados no fueran extrapolables, y nuestro modelo sólo llegara a servir para explicar el pasado reciente, no habría sido un esfuerzo baldío porque conocer el pasado es una forma de anticipar el futuro y si no somos capaces de incorporar la información pasada de forma útil en nuestras decisiones presentes no seremos capaces de mejorarlo.

Este trabajo solo ha pretendido analizar las posibilidades de un análisis que si no novedoso si quizá poco explotado en nuestro país. Lógicamente, quedan muchas cuestiones abiertas, algunas de ellas claramente mejorables y otras sin una solución evidente. Entre las cuestiones susceptibles de ser mejoradas hemos hecho alusión a ellas a lo largo del trabajo pero no estará de más que recordemos que vías de futuras investigaciones quedan abiertas:

1) Realizar un estudio con un muestreo aleatorio incorporando como variables explicativas el tamaño, sector, y cualquier otro factor que creamos pueda ayudar a explicar el fracaso empresarial en el sector asegurador.

2) Dejar que los costes de clasificación errónea dependan del tamaño de las empresas, de forma que incorporemos el hecho de que la quiebra de una empresa grande tiene más coste social que la de una empresa pequeña, y aunque también es más costoso investigarla, en términos relativos el coste de clasificación errónea es mayor.

3) Nuestro análisis se limita a estudiar la predicción un período por delante, podría estudiarse un planteamiento más ambicioso dónde el objetivo fuese predecir con varios períodos de anticipación.

4) Dado que poco después del final de nuestra muestra ha habido un cambio legislativo que afecta al sector, no estaría de más ir comprobando hasta que punto los resultados anteriores siguen teniendo validez. Teniendo en cuenta que desde el 1992 la información está informatizada el coste de dicha evaluación se ve reducido de forma considerable.

5) Podría pensarse también en modelizar las probabilidades a priori en base a algún modelo económico que tuviese en cuenta los ciclos

económicos, grado de competencia y todos aquellos factores que pensemos puedan influir en la probabilidad de quiebra de todas las empresas por igual.

6) Tampoco estaría de más cuantificar de forma explícita los costes de clasificación errónea.

7) Podría también llevarse a cabo la selección de variables suponiendo desde el principio un modelo cuadrático e incluso no paramétrico.

8) Por último, sería muy interesante la utilización conjunta de ésta técnica con otras complementarias para mejorar los resultados. Por ejemplo, utilizando sistemas expertos que me diesen una valoración final de la empresa en función de los resultados del análisis discriminante y de todos aquellos factores difícilmente incorporables en el anterior análisis, simulando las decisiones que tomaría un experto en el proceso de decisión.

Terminamos aquí este trabajo con la esperanza de que haya servido para ilustrar siquiera de forma superficial uno de los métodos quizás más estudiados en los últimos tiempos en otros países para el establecimiento de sistemas de detección precoz de fracasos, y que pese a carecer del atractivo de basarse en un modelo teórico que explique el fenómeno del fracaso, tiene la ventaja de que no supone demasiados *aprioris* ni demasiadas ideas preconcebidas, lo que permite que al explorar los datos sean ellos mismos los que nos vayan guiando por el terreno de la interpretación.



## **BIBLIOGRAFÍA**

Adelman, I. y C.T. Morris (1968). "Performance criteria for evaluating economic development potential: an operational approach". *Quarterly journal of economics* 82, 260-280.

Altman, E. I. (1968). "*Financial Ratios, Discriminant Analysis and the prediction of Corporate Bankruptcy*". *The Journal of Finance*, vol. 23, September, pp. 589-609.

Altman, E. I. (1977). "*The Z-Score Bankruptcy Model: Past, Present and Future*". E.I. Altman y A.W. Sametz, ed., *Financial Crises*, Wiley, New York, pp. 89-129.

Altman, E. y Eisenbeis, R. (1978). "*Financial applications of discriminant analysis: A clarification*". *Journal of financial and quantitative analysis* 13, 185-196.

Altman, E., Avery, R., Eisenbeis, R. y Sinkey, Jr. J. (1981). "*Applications of clasification techniques in business, banking and finance*". *Contemporary Studies in economic and financial analysis*. Vol 3.

Altman, E., Haldeman, P. y Narayanan, P. (1977). "*Zeta Analysis: A new model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations*". *Journal of Banking and Finance*, march, pp. 29-51.

Altman, E., y B. Loris (1976). "*A financial early-warning system for Over-the-counter broker-dealers*". *Journal of Finance* 31, nº 4, pp. 1201-1217.

Altman, E., y T.P. McGough (1974). "*Evaluation of a company as a going concern*". *The journal of accountancy* 138, nº 6, pp. 50-57.

Altman, E. y Narayanan, P. (1996). "*Business Failure Classification Models: An international Survey*". *Journal of Banking and Finance*, May.

Ambrose, J. M. y Carroll, A. M. (1994). "*Using Best's Ratings in Life Insurer Insolvency Prediction*". The Journal of Risk and Insurance, Vol. 61, nº 2, pp.317-327.

Ambrose, J.M. y Seward, J. A. (1988). "*Best's Ratings, Financial Ratios and Prior Probabilities in Insolvency Prediction*". Journal of Risk and Insurance, Vol. 55, pp. 229-244.

Anderson, T.W. (1958). "*An introduction to multivariate statistical analysis*". First Edition. New York: Wiley.

Anderson, D. R. y Formisano, R. A. (1988). " *Causal Factors in P-L Insolvency*". Journal of Insurance Regulation. June, pp.449-461.

Banegas, R., Sánchez Mayoral F. y Nevado, D. (1998). " *Análisis por ratios de los estados contables financieros (Análisis externo)*". Editorial Civitas.

Bartlett, M. S. (1939). " *A note on tests of significance in multivariate analysis*". Proc. Camb. Phil. Soc. 35, 180-185.

Bar-Niv, R. y Smith, M. L. (1987). "*Underwriting, Investment and Solvency*". Journal of insurance regulation. Vol. 5, pp. 409-428.

Bar-Niv, R. (1990). " *Accounting procedures, Market Data, Cash-Flow Figures, and Insolvency Classification: The Case of the Insurance Industry*". The Accounting Review. Vol 65, nº 3, July, pp. 578-604.

Barquero, J. D. y Huertas, F. J. (1997). " *Banca, Finanzas y Seguros*". Editorial Gestión 2000.

Bayne, C.K., Beauchamp, J.J., Kane, V.E. y McCabe, G.P. (1983). *"Assesment of Fisher and logistic linear and quadratic discrimination models"*. Comput. Statist. Data Anal. 1 257-273.

Beaver, W. A. (1966). *"Financial ratios as Predictors of Failure"*. Empirical Research in accounting: Selected Studies, Suplement of The Journal of Accounting Research, pp. 71-127.

Berkson, J. (1944). *"Application of the Logistic Function to Bio-Assay"*. Journal of the Amarican Statistical Association 39, 357-365.

Best, A. M. and Company (1991). *"Best's Insolvency Study, Property Casualty Insurers 1969-1990"*.

Bhattacharya, P. K. y Das Gupta, S. (1964). *"Classification into exponential populations"*. Sankhyā A 26, 17-24.

Bisquerra Alzina, R. (1989). *"Introducción conceptual al Análisis Multivariable. Un enfoque informático con los paquetes SPSS-X, BMDP, LISREL, y SPAD"*. PPU.

BOE número 218, 11 de septiembre 1981. *Adaptación del PGC a las entidades de Seguros*.

Briones, J. J., Martin Marin, J. L. y Vazquez Cueto, M. J. (1988). *"Forecasting bank failures: The Spanish case"*. Studies in Banking and Finance 7, pp. 127-139.

Browne, M. J. y Hoyt, R. E. (1996). *"Economic and market predictors of insolvencies in the property-liability insurance industry"*. The Journal of Risk and Insurance. pp. 309-327.

Bryan, J. G. (1951). *"The Generalized discriminant function: Mathematical foundation and computational routine"*. Harvard Educ. Rev., 21 (2), 90-95.

Bunge, M. (1972). *"Teoría y realidad"*. Editorial Ariel.

Campagne, C. (1961). *"Standard minimum de solvabilité applicable aux entreprises d'assurances"*, Report of the OCDE, marzo, TP/AS(61) 1.

Cannari, L. y Signorini, L. F. (1995). *"L'analisi discriminante per la previsione delle crisi delle 'micro-banche' "*. Banca d'Italia. n° 258, Novembre.

Cañibano, L. (1997). *"Teoría actual de la Contabilidad (Técnicas analíticas y problemas metodológicos)"*. Instituto de Contabilidad y auditoría de Cuentas.

Cavalli, L.L. (1945). *"Alumni problemi della analisi biometrica di popolazioni naturali"*. Mem. Ist. Idrobiol., 2, 301-323.

Clarke, W.R., Lachenbruch, P.A. y Broffit, B. (1979). *"How nonnormality affects the quadratic discriminant function"*. Commun. Statist.-Theory Meth. A8, 1285-1301.

Cochran, W.G. (1964). *"On the performance of the linear discriminant function"*. Technometrics 6, 179,190.

Collins, R.A. (1980). *"An empirical comparison of bankruptcy prediction models"*. Financial Management 9, n° 2, 52-57.

Cuadras, C. M. (1991). *"Métodos de análisis multivariante"*. PPU.

Chhikara, R.S. y Folks, J.L. (1989). *"The inverse Gaussian distribution: Theory, Methodology, and applications"*. New York: Marcel Dekker.

Chunchi, Wu. (1992). " *Test of partial adjustment model of financial ratios*". Quaterly review of economics and finance. Vol. 3, nº 3, autum, pp. 96-111.

Das Gupta, S. (1964). " *Non-parametric classification rules*". Sankhya A 26, pp. 25-30.

Day, N. E. (1969). " *Linear and cuadratic discrimination in pattern recognition*". IEEE. Trans. Inform. Theory IT-15, 419-420.

DeGroot, M.H. (1970). "Optimal Statistical Decisions": McGraw-Hill, New York.

De Wit, G.W. y Kastelijn, W.M. (1980). " *The Solvency margin in non-life insurance companies*". Astin Bulletin Vol XI pags. 136-144.

Deakin, E. B. (1972). " *A discriminant analysis of predictors of business failure*". Journal of accounting research. Vol. 10, nº 1, pp. 167-179.

Del Caño, F. y Del Caño, J. R. (1989). " *Liquidación de entidades aseguradoras y suspensión de la ejecución de sentencias*". Revista Española de Seguros. Enero-Marzo. nº 57, pp. 11-46.

Del Pozo García, E. M.; Gil Fana, J. A. y Vilar Zanón, J. L. (1996). " *Regulación del margen de solvencia en seguros no vida*". Anales del Instituto de Actuarios Españoles. Tercera Epoca. Número 2, pp. 173-210.

Del Pozo García, E. M. (1997). "Modelos de control de la solvencia en seguros no vida". T.D. Universidad Complutense de Madrid.

Directiva 73/239/CEE del Consejo, de 24 de julio de 1973, sobre *coordinación de las disposiciones legales, reglamentarias y administrativas relativas al acceso a la actividad del seguro directo distinto del seguro de vida, y a su ejercicio*. Diario Oficial de las Comunidades Europeas. Serie Legislación. Núm. 228, de 16 de agosto.

Directiva 79/267/CEE del Consejo, de 5 de marzo de 1979, sobre *coordinación de las disposiciones legales, reglamentarias y administrativas referentes al acceso a la actividad del seguro directo sobre la vida, y a su ejercicio*. Diario de las Comunidades Europeas. Serie Legislación, núm. 63, de 13 de marzo.

Directiva 91/674/CEE del Consejo, de 19 de diciembre de 1991, *relativa a las cuentas consolidadas de las empresas de seguros*. Diario Oficial de las Comunidades Europeas. Serie Legislación, núm. 374, de 31 de diciembre.

Directiva 95/26/CE, del Parlamento Europeo y del Consejo, de 29 de junio de 1995, *por la que se modifican las Directivas 77/780/CEE y 89/646/CEE, relativas a las entidades de crédito, las directivas 73/239/CEE y 92/49/CEE, relativas al seguro directo distinto del seguro de vida, las Directivas 79/267/CEE y 92/96/CEE, relativas al seguro directo de vida, la directiva 93/22/CEE, relativa a las empresas de inversión y la directiva 85/611/CEE, sobre determinados organismos de inversión colectiva en valores mobiliarios (OICVM) con objeto de reforzar la ordenación y supervisión prudencial*. Diario de las Comunidades Europeas. Serie Legislación. Núm. 168, de 18 de julio.

Donati, A. (1960). *Los seguros privados. Manual de Derecho*. Bosch. Barcelona, p. 93.

Duncan, A. and Jones, A. (1992). *NP-REG. An interactive package for Kernel density estimation and non-parametric regression*".

Edmister, R.O. (1972). *"An empirical Test of Financial Ratio Analysis for small business prediction"*. Journal of financial and quantitative analysis 7, 335-356.

Eisenbeis, R. (1977). "Pitfalls in the application of discriminant analysis in bussiness, finance and economics", vol. 23, nº 3, june, pp. 875-900.

El Hennawy, R. H. A. y Morris, R. C. (1983). "The significance of base year in developing failure prediction models". Journal of Business, Finance and Accounting. Vol 10, nº 2, pp. 209-223.

*Estudios y comentarios sobre la Ley de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados*. Fundación Mapfre estudios. Mapfre, 1997.

Fatti, L. P., Hawkins, D.M. y Raath, E. L. (1982). "Discriminant analysis". Topics in Applied multivariate analysis. D.M. Hawkins (Ed.). Cambridge: Cambridge University Press, pp. 1-71.

Fernandez, A. I., (1988). "A Spanish model for credit risk classification". Studies in Banking and Finance 7, pp. 115-125.

Fernandez Palacios, J. (1988). "Garantías financieras durante el funcionamiento: El tratamiento de las provisiones técnicas, margen de solvencia y fondo de garantía". Comentarios a la Ley de Ordenación del Seguro Privado, ed. CUNEF, pp. 561 y sigs.

Fernandez Palacios, J. y Maestro, J. L. (1991). "Manual de Contabilidad y Análisis financiero de seguros". Centro de estudios del Seguro. Madrid.

Fisher, R. A. (1936). "The use of multiple measurements in taxonomic problems". Annals of Eugenics 7, pp. 179-188.

Fix, E. y Hodges, J. L. (1951). "Discriminatory analysis-nonparametric discrimination: consistency properties". Report Nº 4. Randolph Field, Texas: U.S. Air Force School of Aviation Medicine. (Reprinted as pp. 261-279 of Agrawala, 1977).



Flores Gomez, T. (1988). *"El sector del seguro privado en España"*. Revista Española de Seguros, nº 56, octubre-diciembre, pp. 7-56.

Folks, J. R. y Chhikara, R.S. (1978). *"The inverse Gaussian distribution and its statistical applications-a review"*. J. R. Statis. Soc. B 40, 263-289.

Friedman, J.H. (1989). *"Regularized discriminant analysis"*. J. Amer. Statist. Assoc. 82, 249-266.

Gallegos Díaz de Villegas, J.E. (1991). *"Aspectos técnicos de la Legislación del Seguro Privado"*. Centro de Estudios del Seguro. Madrid, pp. 248-249.

García, A. (1989). *"Algunos aspectos relevantes de la adaptación del seguro español a la normativa de la CEE"*. Revista española de Seguros. Julio-Septiembre, nº 59.

Geisser S. (1964). *"Posterior odds for multivariate normal classifications"*. National Institute of arthritis and methabolic diseases, nº 1, pp. 69-76.

Gilbert, E. S. (1969). *"The effect of unequal variance covariance matrices on Fisher's linear discriminant function"*. Biometrics 25, 505-515.

Gispert, T. (1988). *"La obligación legal de contabilidad de las entidades aseguradoras"*. Comentarios a la Ley de Ordenación del Seguro Privado. Editorial CUNEF. Madrid, p. 631.

Goodman, I. R. y Kotz, S. (1973). *"Multivariate  $\theta$ -generalized normal distributions"*. J. Multivar. Anal. 3, 204-219.

Graham, F. y Horner, J. (1988). *"Bank Failure: An Evaluation of the Factors Contributing to the Failure of National Banks"*. Issues in Bank Regulation. Vol 12, nº 2, pp. 8-12.

Hanweck, G.A. (1977). *"Predicting bank failure"*. Research Papers in Banking and Financial Economics, Financial Studies Section, Board of Governors of the Federal Reserve System.

Harrison, W. y Robley Wood, D. (1989). *"The Development of a Bank Classification Scheme Through Discriminant Analysis"*. Atlantic Economic Journal, Vol. 17, nº 1, march, pp. 35-42.

Herrmannsdorfer (1933). *"Seguros Privados"*. Editorial Labor.

Hopkins, J.W. y P.P.F. Clay (1963), *"Some empirical distributions of bivariate  $T^2$  and Homoskedasticity criterion  $M$  under unequal variance and leptokurtosis"*. Journal of the American Statistical Association 58, 1048-1053.

Hotelling, H. (1931). *"The generalization of Student's ratio"* Ann. Math. Statist. 2, pp. 360-378.

Houghton, K. y Woodliff, D. (1987). *"Financial Ratios: The prediction of Corporate 'Success' and Failure"*. Journal of Business, Finance and Accounting, Vol. 14, nº 4, Winter, pp. 537-554.

Huber, P.J. (1964). *"Robust estimation of a local parameter"*. Ann. Math. Statist. 35, 73-101.

Huberty, C. J. (1994). *"Applied discriminant analysis"*. John Wiley & Sons.

Ito, K. y W. J. Schull (1964). *"On the robustness of the  $T^2_0$  Test in multivariate analysis of variance when variance-covariance matrices are not equal"*. Biometrika 51, 71-82.

Jonshon, C. G. (1970). *"Ratio analysis and the prediction of firm failure "*. Journal of finance 251, 1116-1172.

Joy, M.O. y J.O. Tollefson (1975), "*On the financial applications of discriminant analysis*". Journal of financial and quantitative analysis 101, 723-739.

Joy, M.O. y J.O. Tollefson (1978), "Some Clarifying Comments on Discriminant Analysis". Journal of financial and quantitative analysis 13, 197-200.

Karson, M. J. y T.F. Martell (1977). "*A procedure for ranking variables in quadratic discriminant analysis*". unpublished paper, University of Alabama.

Kastelijns, W.M. y Remmerswaal J.C.M. (1996). "Solvency". Ed. National-Nederlanden N. V. The Netherlands.

Kendall, M. G. (1975). "*Multivariate analysis*". Londres: Griffin.

Kendall, M. G. (1966). "*Discrimination and classification*". In Multivariate analysis, P. R. Krishnaiah (Ed.). New York. Academic Press, pp. 165-185.

Korobow, L. y Stuhr, D. (1985). "*Performance measurement of early warning models*". Journal of Banking and Finance, Vol 9, nº 2, june, pp. 267-273.

Krzanowski, W.J. (1975). "*Discrimination and Classification using both binary and continuous variables*". Journal of the American Statistical Association 70, 782-790.

Krzanowski, W.J. (1977). "*The performance of Fisher's linear discriminant function under non-optimal conditions*". Technometrics 19, 191-200.

Kshirsagar, A. M. (1972). "*Multivariate Analysis*". New York: Marcel Dekker.

Lachenbruch, P.A., C. Snuringer and L. T. Revo (1973). "*Robustness of the linear and quadratic discriminant function to certain types of non-normality*". Communications in statistics 1, 39-56.

Ladd, G. W.(1966). "*Linear probability functions and discriminant functions*". Econometrica, Vol. 34, Nº 4, October, pp. 873-885.

*Legislación de Seguros*. Civitas. Biblioteca de legislación. 3ª Ed. actualizada de 1997.

Ley 50/1980, 8 de Octubre, de Contrato de Seguro, BOE núm. 250, 17 de Octubre 1980.

Ley 33/1984, 2 de agosto, sobre *Ordenación del Seguro Privado*, BOE número 186, 4 de agosto de 1984.

Ley 30/1995 de 8 noviembre de *Ordenación y Supervisión de los seguros privados*, BOE nº268, 9 noviembre 1995.

Libby, R. (1975). "*Accounting Ratios and the prediction of Failure: Some Behavioral Evidence*", Journal of Accounting Research, spring, pp. 150-161.

Linares Peña, A. (1996). "*Auditoría de cuentas de entidades aseguradoras*". Mapfre. Madrid.

Linde Paniagua, E. (1988). "*Una reflexión sobre algunos aspectos de la intervención del estado en los seguros*". Revista española de Seguros, Nº 54, abril-junio, pp. 71-110.

Lopez, D.,Moreno, J. y Rodríguez, P. (1994). "*Modelos de previsión del fracaso empresarial: aplicación a entidades de seguros en España*". ESIC MARKET. Abril-Junio.

Lozano Aragües, R. (1996). "Aspectos fiscales de las nuevas provisiones técnicas de las entidades aseguradoras". Anales del Instituto de Anuarios Españoles. Tercera Epoca. Número 2, pp. 211-260.

Mahalanobis, P. C. (1936). "On the generalized distance in statistics". Proc. Nat. Inst. Sciences India 2, pp. 49-55.

Manski, C.F. y S.R. Lerman (1977). "The estimation of choice probabilities from choice based samples". Econometrica 45, 1977-1988.

Mansilla, F. (1989). "La liberalización del mercado español del seguro". Revista española de seguros. Julio-Septiembre, nº 59.

Mardia, K.V. (1975). "Assesment of multinormality and the robustness of Hotelling's  $T^2$  Test". Applied Statistics 24, 163-171.

Marks, S. y Dunn, O.J. (1974). "Discriminant functions when covariance matrices are unequal." J. Amer. Statist. Assoc. 69, 555-559.

Maronna, R.A. (1976). "Robust M-estimators of multivariate location and scatter". Ann. Statist. 4, 51-67.

Martin, D. (1977). "Early Warning of Bank Failure: A logit regression approach". Journal of Banking and finance, vol 1, nº3, november, pp. 249-276.

Martin, M<sup>a</sup> L. (1997). "Evolución en la regulación relativa al margen de solvencia en la empresa de seguros". Revista Española de Seguros, Oct-Dic., nº 92, pp. 143-153.

Martin, M<sup>a</sup> L., Leguey, S. y Sanchez, J. M<sup>a</sup>. (1997). "Análisis de Solvencia mediante Ratios: Aplicación al Sector Asegurador". Centro Superior Ramón Carande. Resumen del texto de la beca concedida por la fundación Mapfre Estudios.

McLachlan, G. J. (1992). " *Discriminant analysis and statistical pattern recognition*". A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons.

Meyer, P. A. y Pifer, H. W. (1970). " *Prediction of Bank Failures*". Journal of Finance, vol. 25, nº 4, september, pp. 853-868.

Mills Ambrose, J. y Allen Seward, J. " *Best's ratings, Financial Ratios and prior probabilities in insolvency prediction*". The journal of risk and Insurance.

Montalvo, M. (1997). " *Conocimiento económico y metodología*". Tirant lo Blanch.

Mori, B. De (1965). " *Possibilité d'établir des bases techniques acceptables pour le calcul d'une marge minimum de solvabilité des entreprises d'assurances contre les dommages*", Astin Bulletin, vol. 3, pp. 286-313.

Morrison, D. (1967). " *Multivariate statistical methods*". McGraw -Hill series in probability and statistics.

Mosteller, F. y Wallace, D.L. (1963). " *Inference in an authorship problem*". J.Amer.Statist. Assoc. 58, 275-309.

" *Normas de adaptación del Plan General de Contabilidad a las entidades aseguradoras*". Técnica Contable. Suplemento al nº 593. Instituto de Contabilidad de Madrid.

Neyman, J. y E.S. Pearson. (1931). " *On the problem of R samples*". Bulletin, Acad. Polon. Sci. Lett. A, pp. 460-481.

OCDE (1995). " *Insurance, solvency and supervision*".

Ohlson, J. A. (1980). " *Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy*". Journal of Accounting Research, Vol. 18, pp. 109-131.

Orden de 25 de marzo de 1988, *por la que se complementa el Real Decreto 2020/1986, de 22 de agosto, que aprueba el reglamento de la Comisión Liquidadora de Entidades Aseguradoras*. BOE núm. 83, de 6 de Abril.

O'Neill, T.J. (1984). " *A theoretical method of comparing classification rules under non-optimal conditions with applications to the estimates of Fisher's linear and the quadratic discriminant rules under unequal covariance matrices*". Technical Report N° 217. Stanford: Department of Statistics, Stanford University.

Panel on discriminant Analysis, Classification, and Clustering. (1989). " *Discriminant Analysis and Clustering*". Statistical Science, vol. 4, nº1, pp. 34-69.

Parzen, E. (1962). " *On estimation of a probability density function and mode*". Ann. Math. Statist. 33, pp. 1065-1076.

Pearson, K. (1901). " *On lines and planes of closest fit to systems of points in space*". Philosophical Magazine, ser. 6, 2, 559-572.

Penrose, L. S. (1946-1947). " *Some notes on discrimination*". Ann. Eugen. 13, pp. 228-237.

Pentikäinen, T. (1988). " *On the solvency of insurers*". In Classical Insurance Solvency Theory. Ed. Cummins, J.D. y Derrig, R. A Huebner International series on risk, Insurance, and economic security. Kluwer Academic Publishers.

Peña, D. (1987). " *Estadística. Modelos y Métodos II. Modelos Lineales y Series Temporales*". Alianza Universidad Textos.

Pettway, R.H. (1980). " *Potencial Insolvency, market efficiency, and bank regulation of large commercial banks*", Journal of financial and quantitative analysis XV, nº 1, 219-236.

Pettway, R.H. y J. F. Sinkey (1980). " *Establishing on-site bank examination priorities: an early warning system using accounting and market information*". Journal of Finance 35, nº 1, 137-150.

Pinches, G. y K. Mingo (1973). " *A multivariate analysis of industrial bond ratings*". Journal of finance 28, 1-18.

Ponencia de la Sección Española de la AIDA presentada al VIII Congreso Mundial de Derecho de Seguros (1989). " *La supervisión financiera de las Compañías de Seguros con especial referencia a los recursos financieros necesarios para realizar operaciones de seguros*". Revista Española de Seguros. Julio-Septiembre, nº 59.

Press, S. J. y Wilson, S. (1978). " *Choosing between logistic regression and discriminant analysis*". Journal of the American Statistical Association, December, Vol. 73, nº 364, Applications Section, pp. 699-705.

Prieto Pérez, E. (1992). " *La estructura del balance de las entidades aseguradoras en la CEE*". Revista Española de Seguros, nº 69, enero-marzo, pp. 15-28.

Randless, R. H., Broffit, J. D., Ramberg, J. S. and Hogg, R. V. (1978a) " *Discriminant Analysis based on ranks*". Journal of the American Statistical Association, September, V. 73, pp. 379-384.

Randless, R. H., Broffit, J. D., Ramberg, J. S. and Hogg, R. V. (1978b) " *Generalized Linear and Quadratic Discriminant Functions Using Robust Estimates*". Journal of the American Statistical Association, September, V. 73, pp. 564-568.



Rao, C. R. (1948). "*The utilization of multiple measurements in problems of biological classification*". J.R. Statist. Soc. B 10, pp. 159-203.

Rao, C. R. (1952). "*Advanced Statistical methods in Biometric Research*". New York: Wiley.

Rao, C. R. (1954). "*A general theory of discrimination when information about alternative population distributions is based on samples*". Ann. Math. Statist. 25, 651-670.

Real Decreto 1348/1985, 1 agosto, por el que se aprueba el *Reglamento de Ordenación del Seguro Privado*. BOE núms. 185,186 y 187 de 3,5 y 6 de agosto de 1985.

Real Decreto 2020/1986, de 22 de agosto, por el que se aprueba el *reglamento de la Comisión Liquidadora de Entidades Aseguradoras*. BOE núm. 235, de 1 de Octubre.

Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprueba el *Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados*. BOE número 282 de 25 de noviembre de 1998.

Real Decreto-Ley 10/1984, de 11 de julio, por el que se establecen *medidas urgentes para el saneamiento del sector de seguros privados y para el reforzamiento del Organismo de control*. BOE núm. 168 de 14 de julio.

Rebollo, M. y Escudero, L. F. (1977). "*A mixed integer programming approach to multispectral image classification*". Pattern Recognition, Vol. 9, nº 1, pp. 47-57.

Rencher, A. C. y Larson, S. F. (1980). "*Bias in Wilks'  $\Lambda$  in Stepwise Discriminant Analysis*". Technometrics, Vol. 22, nº 3, August, pp. 249-356.

Rivero Torre, P. (1998). *"Análisis por ratios de los estados contables financieros"*. Editorial Civitas.

Rodriguez Acebes, M. C. (1990). *"La predicción de las crisis empresariales. Modelos para el sector seguros"*. Universidad de Valladolid. Serie económica nº14.

Rosenblatt, M. (1956). *"Remarks on some nonparametric estimates of a density function"*. Ann. Math. Statist. 27, pp. 832-837.

Sánchez Calero, F. (1961). *"Curso de Derecho del Seguro Privado"*. Bilbao, p.124.

Sánchez López, J. M<sup>a</sup>. (1997). *"Aspectos económicos del negocio asegurador"*. Revista Española de Seguros, número 90, abr-jun, pp. 131-135.

Sansalvador, M. E. (1996). *"Análisis de la nueva Ley del Seguro: la contabilidad de las entidades aseguradoras"*. Actualidad Financiera, nº 9, 1<sup>a</sup> quincena junio, pp. 831-840.

Santomero A. M. y J.D. Vinso (1977). *"Estimating the probability of failure for Commercial banks and the banking system"*. Journal of banking and finance 1, 185-206.

SAS Institute Inc., *SAS/STAT User's Guide*, Versión 6, Fourth Edition, Volume 1, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1989. 943 pp.

SAS Institute Inc., *SAS/STAT User's Guide*, Versión 6, Fourth Edition, Volume 2, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1989. 846 pp.

SAS Institute Inc., *SAS Procedures Guide*, Versión 6, Third Edition, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1990. 705 pp.

SAS Institute Inc., *SAS/STAT Software: Changes and Enhancements through Release 6.11*, Cary, NC: SAS Institute Inc., 1996. 1104 pp.

Scheffe, H. (1959). *"The analysis of variance"*. Nueva York: John Wiley.

Seber, G. A. F. (1984). *"Multivariate observations"*. New York: Wiley.

Servicio de informaciones sobre la Comunidad Económica Europea.(1996). *"Noticias CEE"*. Editorial CISS. Mayo, nº 16.

Shacked, I. (1985). *"Measuring Prospective Probabilities of Insolvency: an Application to the Life Insurance Industry"*. The Journal of Risk and Insurance. Vol. 52, pp. 59-80.

Shick, R.A. y L.F. Sherman (1980). *" Bank Stock prices as an early-warning system for changes in condition"*. Journal of Bank Research 11, nº 3, 136-146.

Sinkey, J.F. (1975). *"A Multivariate Statistical Analysis of the Characteristics of Problems Banks"*. The Journal of Finance, vol. 30, nº 1, march, pp. 21-36.

Sinkey, J.F. (1979). *"Problem and failed institutions in the commercial banking industry"*. JAI Press, Greenwich, Conn.

Smalenbach, E. (1953): *"Balance dinámico"*. Madrid. ICJCE.

Smith, C. A. B. (1947). *"Some examples of discrimination"*. Ann. Eugen. 13, pp. 272-282.

Société de l'Expertise Comptable Fiduciaire de France (1959). *" Los Ratios al servicio de la empresa"*. Editorial Francisco Casanovas.

Spearman, C.H. (1904). *"General intelligence objectively determined and measured"*. American Journal of Psychology, 15, 201-293.

Stone, M. (1964). *"Comments on a posterior Distribution of Geisser and Cornfield"*. University College of Wales.

Suarez-Llanos, C. (1986). *"El seguro como intermediario financiero"*. Hacienda Pública Española, nº 98, pp. 37-60.

Subrahmaniam, K. y E.F. Chiganda (1978). *"Robustness of the linear discriminant function to nonnormality: Edgeworth Series"*. Journal of Statistical Planning and Inference 2, 79-91.

Sutradhar, B.C. (1990). *"Discrimination of observations into one of two t populations"*. Biometrics 46, 827-835.

Taylor, G. y Buchanan, R. (1988). *"The management of solvency"*. In Classical Insurance Solvency Theory. Ed. Cummins, J.D. y Derrig, R. A Huebner International series on risk, Insurance, and economic security. Kluwer Academic Publishers.

Tejero Lamarca, L. (1986). *"La inspección, instrumento básico del control de la solvencia"*. Hacienda Pública Española, número 98, pp. 127-140.

Tercera Directiva 92/49/CEE del Consejo, de 18 de junio de 1992, sobre *coordinación de las disposiciones legales, reglamentarias y administrativas relativas al seguro directo distinto del de vida y por la que se modifican las directivas 73/239/CEE y 88/357/CEE*. Diario Oficial de las Comunidades Europeas. Serie Legislación, núm. 228, de 11 de agosto.

Tercera Directiva 92/96/CEE del Consejo, de 10 de noviembre de 1992, sobre *coordinación de las disposiciones legales, reglamentarias y administrativas relativas al seguro directo de vida y por la que se*

*modifican las directivas 79/267/CEE y 90/619/CEE. Diario Oficial de las Comunidades Europeas. Serie Legislación, núm. 360, de 9 de diciembre.*

Tirado Suarez, F. J. (1984). " *Ley Ordenadora del Seguro Privado – Exposición y Crítica-*. Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

Trieschmann, J. S. y Pinches, G. E. (1973). "A *Multivariate Model For Predicting Financially Distressed P-L Insurers*". The Journal of Risk and Insurance, Vol. 40, pp. 327-338.

Urbakh, V. Yu. (1971). "Linear discriminant analysis: loss of discriminating power when a variate is omitted". Biometrics 27, 531-534.

Uriel Jimenez, E. (1995). "Análisis de datos. Series temporales y análisis multivariante". Colección Plan Nuevo. AC.

Vinicius, M. y Westenberger, R. "The Utilization of the IRIS Method in the Solvency Evaluation of Non-Life Insurance Companies in Brazil".

Von Mises, R. (1945). "On the classification of observation data into distinct groups". Ann. Math. Statist. 16, pp. 68-73.

Wahl, P.W. y Kronmal, R.A. (1977). "Discriminant functions when covariances are unequal and sample sizes are moderate". Biometrics 33, 479-484.

Wald, A. (1944). "On a statistical problem arising in the classification of an individual into one of two groups". Ann. Math. Statist. 15, 145-162.

Welch, B.L. (1939). "Note on discriminant functions". Biometrika 31, pp. 218-220.

West, R. (1985). " A Factor Analytic Approach to Bank Condition". Journal of Banking and Finance, Vol 9, nº 2, pp. 253-266.

Wilcox, J. W. (1971). "*A simple theory of financial ratios as predictors of failure*". Journal of accounting research, autumn, pp. 389-395.

Wilcox, J. W. (1973). "*A prediction of business failure using accounting data*". Journal of Accounting research. Suplemento n° 11. pp. 163-171.

Wilks, S. S. (1932). "*Certain generalizations of the analysis of variance*". Biometrika 39, pp. 271-294.

Zumwalt, J.K. (1975). "*A multivariate analysis of the preferred stock ratings of electric utilities*", presented at the 1975 Midwest Finance Association Meetings.